



Recherche de planètes extra-solaires et de naines brunes par l'effet de microlentille gravitationnelle. Étude d'observations interférométriques

Clement Ranc

► To cite this version:

Clement Ranc. Recherche de planètes extra-solaires et de naines brunes par l'effet de microlentille gravitationnelle. Étude d'observations interférométriques. Astrophysique [astro-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2015. Français. NNT : 2015PA066398 . tel-01280325

HAL Id: tel-01280325

<https://theses.hal.science/tel-01280325>

Submitted on 29 Feb 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité Astrophysique

École Doctorale d'Astronomie & d'Astrophysique d'Ile-de-France

réalisée

à l'Institut d'Astrophysique de Paris

présentée par

Clément RANC

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

**Recherche de planètes extra-solaires et de naines brunes
par l'effet de microlentille gravitationnelle. Étude
d'observations interférométriques.**

soutenue le mardi 22 septembre 2015

devant le jury composé de :

M.	Vincent Coudé du Foresto	Président du jury
M.	Arnaud Cassan	Co-Directeur
M.	Jean-Philippe Beaulieu	Co-Directeur (invité)
M.	Olivier Absil	Rapporteur
M.	Pascal Bordé	Rapporteur
M.	Marc Ollivier	Examineur
M.	Joachim Wambsganz	Examineur

*À mes parents, mon frère, ma sœur,
et à mon enfance joyeuse.*

*À Jean-Paul Zahn, astronome modeste et génial,
qui m'a fait partager son émerveillement de tout.*

Remerciements

S'IL Y A des plaisirs universels auxquels j'adhère sans retenue, ce sont bien ceux d'apprendre et de comprendre. Oui, j'éprouve un véritable plaisir dans la découverte de toute chose. Mais ressentir le plaisir de la connaissance ne suffit pas pour devenir explorateur. Les personnes que je voudrais chaleureusement remercier dans ces quelques pages m'ont tenu la main ou accompagné, à un moment ou à un autre, dans mes premiers pas sur les chemins de la science en marche.

En tout premier lieu je souhaiterais remercier Arnaud Cassan, mon directeur de thèse, pour ce qu'il m'a appris dans bien des domaines. Le défi était de taille, car en arrivant en thèse peu après avoir passé l'agrégation de physique, j'étais bien plus un enseignant passionné qu'un bon chercheur. Arnaud m'a guidé en dehors des sentiers battus, et grâce à lui, j'ai travaillé sur des idées novatrices et enthousiasmantes. Je voudrais par ces lignes lui adresser ma reconnaissance, le remercier pour ses conseils, son perfectionnisme, sa patience et ses encouragements, en particulier lors de l'accouchement long et douloureux du premier article que j'ai rédigé pour cette thèse.

Cette thèse s'est faite sous la co-direction de Jean-Philippe Beaulieu, à qui je voudrais également adresser mes sincères remerciements. Bien que nous ayons eu peu de projets en commun, j'ai pris un grand plaisir à travailler à ses côtés. Cette co-direction a été très enrichissante pour moi car elle m'a permis de confronter deux manières différentes d'appréhender un même domaine. Je n'oublierai pas nos discussions amicales et vivifiantes, souvent autour d'un café, que j'ai vécues comme autant de dialogues heuristiques. La bonne humeur quotidienne de Jean-Philippe, sa grande liberté de parole, et son engagement entier et sincère pour toute chose qu'il trouve juste, ou belle, m'ont impressionné et m'inspireront sûrement définitivement. Je le remercie pour la justesse de ses intuitions, l'énergie positive qu'il aime partager, mais aussi pour la qualité de son écoute, le respect toujours présent de son interlocuteur et son souci discret, mais réel, de lui donner toujours toutes ses chances.

Plusieurs autres personnes ont joué un rôle important dans l'orientation qu'ont pris mes travaux de recherche. C'est le cas de Vincent Coudé du Foresto qui, avec Arnaud Cassan, a aidé à donner une dimension internationale au projet d'observations interférométriques de microlentilles gravitationnelles. L'intérêt de Steve Ridgway et de Theo ten Brumelaar vis-à-vis de ce projet s'est révélé important et moteur. Un grand merci de m'avoir permis cette ouverture inédite.

Il est enfin tout à fait essentiel à mes yeux de remercier Étienne Bachelet et Pascal Fouqué qui m'ont accueilli et formé à la modélisation numérique pendant trois semaines à l'IRAP de l'Observatoire Midi-Pyrénées à Toulouse. Je garde un souvenir enjoué de ce séjour, riche en discussions qui alimentent encore aujourd'hui certaines de mes réflexions. Pascal, merci d'avoir rendu cet échange possible bien des années après les conseils que tu m'avais donnés lorsque j'étais encore en classes préparatoires au lycée Pierre de Fermat à Toulouse. Étienne, merci de m'avoir initié à la modélisation et à l'observation. Je garde un joli souvenir de notre mission d'observation en Afrique du Sud, de nos séances intenses d'escalade sur les murs du *South African Astronomical Observatory*, de nos nuits communes sous les étoiles de Sutherland par -7°C en plein mois de juillet, des divines crevettes de Dubaï, de ta nuit en *stand-by* au pays du pétrole, de nos discussions astrophysiques, de ton humour et de ta grande simplicité. En fin de compte,

nous avons passé peu de temps ensemble, mais cela a suffi à m'ouvrir de nouveaux horizons dans ma thèse. Je te souhaite de belles réussites en Californie.

Cette thèse n'aurait aucune valeur sans le regard critique et indépendant des membres de mon jury de thèse. Je voudrais vivement remercier chacun d'entre eux d'avoir d'abord bien voulu me lire. Je pense en particulier à Olivier Absil et Pascal Bordé qui ont accepté d'être les rapporteurs de mon manuscrit. J'ai conscience de ne pas les avoir ménagés en raison de sa longueur et je voudrais leur adresser mes plus sincères remerciements pour la qualité et la profondeur de leur lecture, ainsi que pour les remarques et suggestions qu'ils m'ont adressées. Ils ont, sans aucun doute possible, amélioré la qualité de ce manuscrit. Je souhaiterais également remercier Vincent Coudé du Foresto qui a accepté de présider le jury, Marc Ollivier et Joachim Wambsganß d'avoir accepté la tâche d'examineur. Votre présence en tant que membres de mon jury m'a fait particulièrement plaisir car vos conférences grand public ne sont pas étrangères à mon orientation.

La richesse de ces trois années de thèse tient aussi aux rencontres que j'ai faites à l'Université Pierre & Marie Curie, où j'ai enseigné. J'en retire une énergie nouvelle et un plaisir à enseigner intact. J'ai eu la chance de travailler avec des personnes pour qui l'enseignement a vraiment un sens, une noblesse même. J'ai beaucoup aimé travailler avec Philippe Jacquier qui m'a fait découvrir le plaisir et les bienfaits du travail en équipe dans le domaine pédagogique. Son altruisme, son invitation à la remise en question et son ouverture m'ont servi d'exemple. Je voudrais également remercier très amicalement Frédéric Daigne, pour la confiance et la grande disponibilité dont il a fait preuve à mon égard. Je me nourris encore de réflexions engendrées par nos discussions sur l'enseignement en L1, et j'ai beaucoup apprécié ses encouragements aux expérimentations pédagogiques. Je me suis senti mûrir et cultiver un enthousiasme pour l'enseignement, à vos côtés.

Le développement et l'achèvement de ce travail se sont fait dans un environnement idéal, tant sur le plan humain que scientifique et matériel, celui de l'Institut d'Astrophysique de Paris. Je n'aurais probablement rien pu modéliser sans l'aide technique de Carlos Carvalho (merci pour le petit cours sur les tunnels ssh!), et Lionel Provost, toujours très accueillants. J'y ai rencontré de nombreuses personnes qui ont pris une place particulière, une place unique dans ma vie quotidienne. Je pense à Jean-Baptiste Marquette, fin connaisseur de la langue française, grand maître en jeux de mots — un régal —, ogre de culture, et complètement bilingue en Mac! Jean-Baptiste, merci pour ton aide précieuse et tes conseils avisés en informatique. Je voudrais aussi remercier Alain Lecavelier des Étangs, dont la présence et les nombreuses discussions le temps d'une ou deux tablettes de chocolat (quotidienne!), à propos de science, de littérature, d'actualité, d'orientation, d'enseignement ou de politique ont rendu mon quotidien agréable, intéressant et varié. J'espère avoir été un voisin sympathique! Je te dois un passage sur France Inter, sacrée expérience! Je garderai un très bon souvenir de grands débats avec Guillaume Hébrard. Guillaume, je dois reconnaître que tes encouragements sympathiques du soir tout au long de la rédaction de cette thèse étaient très agréables. Je n'oublierai pas non plus les discussions vivifiantes et parfois énigmatiques avec un autre grand amoureux des mots, Daniel Kunth. Ses énigmes écrites au tableau m'auront fait passé de trop nombreuses mauvaises pauses! Les petites discussions impromptues du soir avec Roger Ferlet rendaient joyeux mon départ du laboratoire. Un grand merci à Jean-Philippe Uzan pour ses conseils avant mon envol pour Le Cap. Je lui dois un voyage, des paysages et des souvenirs inoubliables. Les arrivées toujours pleines d'énergie d'Alfred Vidal Madjar me manqueront aussi. Je garde très précieusement votre carte postale envoyée depuis l'Antarctique! La présence amicale et bienveillante de Jacques Le Bourlot, au bout du téléphone, de l'ordinateur ou sur le pas de ma porte, a été elle aussi essentielle. Je

tiens également à remercier les personnes qui ont le pouvoir magique par leur travail de résoudre la plupart de nos problèmes administratifs ! Je pense en tout premier lieu à Jacqueline Plancy et Agnès Le Guérer pour l'École Doctorale Astronomie et Astrophysique d'Île de France, à Roselys Rakotomandimby, Valérie Bona, Isabelle Guillaume et Margarita Meneses Duenas del Carpio (*muchisimas gracias para su sonrisa diaria*) pour l'IAP, et Jocelyne Quellier (merci pour les cafés ou l'eau chaude les matins difficiles !) à l'Université Pierre et Marie Curie. J'oublie certainement beaucoup de monde, et je m'en excuse.

Dans ce quotidien, se trouvent aussi de très nombreux doctorants et post-doctorants avec qui une amitié précieuse s'est tissée au fil du temps et des rires partagés. Chers amis, j'aimerais écrire combien chacun d'entre vous comptez pour moi, mais c'est ici impossible. Je me suis nourri avec joie de votre bienveillance, de l'entraide et de l'esprit de camaraderie qui existent entre nous. Nos diverses origines académiques et géographiques à travers le monde m'ont enrichi, m'ont rendu meilleur, j'en suis convaincu. Merci pour votre présence et votre amitié – dans le désordre : Florent, Pierre, Thomas, Vivien (je garde un très bon souvenir de nos repas animés à peine arrivés en thèse), Alice (je gagne largement la compétition, abandonne... ça sert à rien !), Charlotte, Flavien, Guillaume (merci pour les conseils avisés en Python !), Hayley (et tes fous rires communicatifs), Hélène (à quand ce stage alors ? !), Jean, Manuel, Maxime, Nico I (préviens quand tu ouvres un bar), Sandrine, Vincent. Et puis il y a les petits (!) qui ont renforcé la cohésion, Alba (qui a ramené un peu de Sud à l'IAP), Clotilde, Jean-Baptiste, Julia (méditerranéenne et russe, si si), Laura (j'ai adoré les entraînements !), Rebekka, Erwan, Federico (mon frère italien, merci pour ton accueil à Salerne), Nico II (le doux), Sébastien et Tilman. Un petit clin d'œil aussi à Virginie Batista avec qui j'ai parfois échangé quelques histoires improbables !

Entre toutes, deux personnes ont partagé au plus près mon quotidien. D'abord Vincent Bourrier, mon co-bureau éternel, à qui je voudrais dire tout le plaisir que j'ai eu à partager cette pièce d'un mètre cinquante sur trois avec lui, sa bonne humeur, ses Délichocs, ses sucrettes et Régilait. L'entente fut immédiate, et l'amitié sera longue, je l'espère. Puis Caterina Umiltà a pris la place de Vincent, pour ma dernière année de thèse, la plus longue et la plus difficile. Caterina, merci de m'avoir supporté (dans tous les sens du terme)... et puis merci pour le dictionnaire improvisé d'italien dans un bloc de post-it, les bonbons que je n'ai toujours pas mangés parce que je les trouve trop jolis, et tant de choses encore ! Je mesure ma chance et j'ai été absolument ravi de partager cette année avec toi ! Merci pour tout, à vous deux. Ma thèse aurait été très (très) différente sans vous.

Mélanie, je garderai un souvenir piquant de nos débats animés, un souvenir merveilleux de nos grands voyages dans Paris qui s'endort, dans le réel et l'imaginaire partagés le temps d'un poème. Merci pour ton soutien précieux et essentiel, d'ici et de l'autre bout du monde. Je te souhaite, à mon tour, une très belle réussite.

Je voudrais enfin remercier ma famille qui m'a aidé à corriger les coquilles du manuscrit. Je pense en particulier à mon père qui a eu le courage de tout lire, et à Régis qui a sacrifié quelques jours de vacances pour cela. Votre présence à tous à la soutenance était un très joli cadeau. Je pense en particulier à ma grand-mère, Odette, qui a traversé la France pour moi, à un âge qui dépasse tous les compteurs, et à ceux qui ont rendu cela possible. Avant de poser ma plume, je voudrais dire à ma famille que je mesure à quel point sa présence indéfectiblement bienveillante, ses conseils dans des moments importants, et son aide matérielle à bien des reprises auront été absolument déterminants tout au long de mon parcours scolaire et universitaire. Ce que je voudrais leur dire dépasse ce que je peux leur écrire ici. Merci à mes parents, Claude et Chantal, pour tout ce qu'ils me donnent, depuis toujours, sans jamais rien attendre en retour ; ma sœur, Séverine, pour son équilibre de vie qu'elle aime partager ; mon frère Pierre et son appétit de la

vie. Sans vous je serais quelqu'un d'autre. Cette thèse, bien qu'elle ne représente pas une fin en soi, c'est à vous quatre que je souhaite l'offrir.

À vous quatre et à Jean-Paul Zahn, mon maître de stage de Master 1, tant notre rencontre a été importante pour moi et décisive dans mes choix. J'apprenais sa disparition quelques semaines après notre dernier échange à propos de post-doctorats, et quelques jours seulement avant de terminer ce manuscrit. Je garderai en mémoire l'homme pétillant et flamboyant que j'ai rencontré, à la générosité douce, la voix apaisante et le sourire lumineux. Un astronome génial et modeste, auprès de qui rien ne semblait insurmontable. Un homme qui transmettait aux jeunes avec beaucoup de simplicité. Je garde en moi les valeurs que Jean-Paul m'a transmises comme un trésor.

Au moment d'écrire les tous derniers mots de cette aventure scientifique et humaine, je repense aux ciels splendides du Quercy sous lesquels j'ai grandi, ce bain de nature, de grand air, de culture, dans lequel j'étais plongé sans même soupçonner qu'il pouvait en être autrement. Je me souviens de ces conférences où ma philosophe de mère m'amenait, dès tout petit, et de ces gens qui me faisaient observer le monde différemment. Je pense aussi avec émotion, à mes deux grand-pères, Frédéric et Lucien, déjà dans les étoiles, pour qui cette thèse aurait eu du sens. Je sais qu'ils l'auraient lue entièrement avec bonheur.

Paris, octobre 2015.

Table des matières

Remerciements	iv
Introduction	3
I Partir à la recherche de planètes extra-solaires en 2012	7
1 Exoplanètes : 20 ans de découvertes	9
1.1 Une multiplicité de mondes	9
1.1.1 Qu'est-ce qu'une planète extra-solaire?	10
1.1.2 Planètes géantes	10
1.1.3 Planètes de faible masse	12
1.2 Enseignements sur les populations planétaires	13
1.3 Une multiplicité de techniques	14
1.3.1 La méthode des vitesses radiales	15
1.3.2 La méthode des transits	17
1.3.3 L'imagerie directe	19
1.3.4 Astrométrie	20
1.3.5 Autres méthodes de détection de variations temporelles	21
2 À la recherche d'exoplanètes par microlentilles	25
2.1 Lentilles et microlentilles gravitationnelles	25
2.2 Réseaux d'alerte et suivi des cibles	27
2.3 Section efficace et taux d'événements	29
2.4 Les microlentilles dans la détection de planètes extra-solaires	31
II Modélisation du phénomène de microlentille gravitationnelle	35
3 Propagation de la lumière dans l'Univers	37
3.1 Introduction	37
3.2 Équation des géodésiques	38
3.3 Choix d'une métrique d'espace-temps	39
3.4 Trajectoire des photons au voisinage d'une étoile	42
3.5 Notion d'optique gravitationnelle	44
4 Modélisation physique des microlentilles gravitationnelles	47
4.1 Modélisation des microlentilles simples	47
4.1.1 Équation des lentilles simples	47
4.1.2 Position des images	50

4.1.3	Phénomène d'amplification	52
4.1.4	Notion de courbe critique et de caustique	56
4.2	Modélisation des microlentilles binaires	56
4.2.1	Équation des lentilles doubles	56
4.2.2	Position des images	58
4.2.3	Amplification	59
4.2.4	Courbes critiques, caustiques et images de la source	59
4.3	Microlentilles à N corps	64
4.4	Modélisation de la source	65
4.4.1	Mouvement apparent de la source et temps caractéristique	65
4.4.2	Taille de la source	68
4.4.3	Effets de parallaxe	69
4.4.4	Cas d'une source binaire	76
4.5	Déclinaison de courbes d'amplification	77
5	Modélisation numérique des courbes de lumière	85
5.1	De l'observation aux images	86
5.2	Des images à la courbe de lumière d'un événement	87
5.3	Ajustement d'un modèle aux données	88
5.3.1	Position du problème	88
5.3.2	Mesure de l'adéquation d'un modèle à des données	89
5.3.3	Exploration de l'espace des paramètres sur une grille	92
5.3.4	Exploration de l'espace des paramètres avec un algorithme de type Monte Carlo par chaîne de Markov	93
5.3.5	Algorithmes génétiques	98
5.4	Détermination des flux	99
5.5	Modélisation des lentilles simples	101
5.5.1	Modèle fondamental	101
5.5.2	Modèle raffiné	102
5.5.3	Modélisation des effets de source étendue	104
5.5.4	Propriétés de la lentille	109
5.5.5	Dégénérescences	109
5.6	Modélisation des lentilles binaires	111
5.6.1	Modèle statique fondamental	111
5.6.2	Modèle raffiné	111
5.6.3	Méthode du tir inverse de rayons	112
5.6.4	Intégration sur le contour des images	115
5.6.5	Développement en série de Taylor	115
5.6.6	Exploration des dégénérescences	117
5.7	Renormalisation des barres d'erreur	118
5.7.1	Discussion sur le processus de modélisation	119
5.8	Sonder les étoiles de la Voie lactée grâce aux microlentilles simples	120
5.8.1	Présentation	120
5.8.2	Article	121
5.9	Détection de planètes grâce aux microlentilles binaires	148
5.9.1	Un super-jupiter en orbite autour d'une étoile naine M	148
5.9.2	Un jupiter en orbite autour d'une étoile naine M	149

III Le domaine des naines brunes exploré par les microlentilles gravitationnelles 151

6 Naines brunes, ces astres entre planètes et étoiles 153

6.1	Naines brunes : de la prédiction à l'observation	153
6.2	Naines brunes isolées	154
6.2.1	Notion d'IMF	154
6.2.2	Sur l'abondance des naines brunes isolées	155
6.3	Naines brunes des systèmes multiples	156
6.3.1	Désert des naines brunes	156
6.3.2	Détection de naines brunes par microlentilles gravitationnelles	157
6.4	Formation des naines brunes	160
6.4.1	Sur la difficulté de définir les naines brunes	160
6.4.2	Formation de naines brunes isolées	160
6.4.3	Formation de naines brunes en orbite autour d'étoiles	162

7 MOA-2007-BLG-197, une naine brune autour d'une étoile solaire 163

7.1	Présentation de l'événement	163
7.2	Modélisation de la courbe de lumière	165
7.3	Caractérisation de la lentille	167
7.4	MOA-2007-BLG-197Lb dans le paysage des naines brunes	168
7.5	Contraintes sur la formation des naines brunes	170
7.6	Conclusion	172
7.7	MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert (Article A&A)	173

IV L'interférométrie : une technique pour caractériser les microlentilles 191

8 Lorsque l'interférométrie part à la rencontre des microlentilles 193

8.1	Mesure de masses et de distances par microlentille	193
8.2	L'interférométrie en astronomie	198
8.2.1	Généralités sur le phénomène d'interférences	198
8.2.2	Interféromètres	199
8.2.3	Notion de cohérence spatiale	200
8.2.4	Le théorème de Van Cittert-Zernike	202
8.3	L'interférométrie à la rencontre des microlentilles	203
8.3.1	Visibilité d'une source ponctuelle amplifiée par une microlentille simple	203
8.3.2	Plan (u,v) d'Einstein	204
8.3.3	Cas d'une source étendue	208
8.3.4	Discussion sur les microlentilles binaires	212
8.4	Exploration du plan (u,v) de Fourier	213
8.4.1	Super synthèse d'ouverture	213
8.4.2	Vitesse du mouvement des images	218
8.4.3	La couverture spectrale	219
8.4.4	Fermeture de phase	220
8.5	Contraintes sur le vecteur rayon d'Einstein	220
8.5.1	Mesures de visibilité pour contraindre le rayon d'Einstein	220
8.5.2	Dégénérescences	222

8.5.3	La photométrie pour lever les dégénérescences	223
8.6	Comment observer?	225
8.6.1	Émergence de l'idée	225
8.6.2	L'outil de prédiction VisObs	228
8.6.3	MOA-2015-BLG-0020 / OGLE-2015-BLG-0102 : une première alerte . . .	233
8.6.4	Stratégie	234
8.7	Interferometric observations of microlensing events (article soumis)	238
Conclusion		245
A Compléments aux articles		249
A.1	Réductions et modélisations d'événements de la saison 2014	249
A.2	Rayon et période moyens d'une orbite	255
B Première tentative d'observation d'une microlentille par vitesses radiales		259
B.1	Introduction	259
B.2	Lettre soumise	260
C Un jupiter en orbite autour d'une étoile naine M		269
D Compléments sur la parallaxe		283
D.1	Les repères	283
D.1.1	Le repère équatorial	283
D.1.2	Changement de repère	284
D.1.3	Le plan du ciel	285
D.2	Modélisation du mouvement apparent du Soleil	286
D.2.1	Projections dans le plan du ciel	286
D.2.2	Expression dans le repère écliptique	286
D.2.3	Expression dans le repère équatorial	287
E Formulaire et mathématiques utiles		289
E.1	Notations	289
E.2	Constantes physiques	289
E.3	Théorèmes mathématiques	289
E.3.1	Théorème de Green-Riemann	289
E.3.2	Intégrales elliptiques	290
E.3.3	Intégrales de puissances de fonctions trigonométriques	290
Sigles et acronymes		293
Liste des figures		299
Liste des tableaux		301
Bibliographie		309
Résumé		311
Abstract		313

Introduction

P OURQUOI regardons-nous les étoiles? Est-ce par crainte, par curiosité, parce qu'un ciel étoilé dans une nuit profonde est l'un des plus beaux spectacles animés qui soient? Peut-être bien pour toutes ces raisons à la fois... Lever les yeux vers le ciel pour observer les étoiles est sans doute l'activité la plus universelle qui soit, au-delà des cultures, des croyances et des âges. Tour à tour refuge du rêveur, du curieux, du poète ou encore du scientifique, la voûte céleste semble être un lieu où l'esprit vagabonde et l'imagination se nourrit. L'Univers est-il infini? Où sommes-nous dans l'Univers? Sommes-nous les seuls perdus au milieu des étoiles? La vie est-elle capable d'émerger ailleurs? Voici autant de questions parmi les plus anciennes que se pose l'humanité et auxquelles la science apporte, année après année, des réponses partielles et parfois surprenantes.

L'Univers tel que nous le concevons aujourd'hui hérite d'une première avancée fondatrice réalisée à la Renaissance lorsque Copernic propose en 1543 un système reposant sur quelques axiomes pour expliquer le mouvement apparent des astres, le plus révolutionnaire d'entre tous étant l'abandon d'une Terre au centre de l'Univers au profit d'une Terre en orbite autour du Soleil. Ensuite, le concept de planètes en orbite autour d'autres étoiles que le Soleil, se précise, comme lorsque Giordano Bruno évoque chaque étoile comme un Soleil lointain. En 1609, Galilée construit sa première lunette astronomique et observe en 1610 quatre satellites en orbite autour de Jupiter. Ce qui n'était jusqu'ici que spéculations devient pour la première fois une réalité observée. Galilée montre au passage que le Soleil n'est pas plus le centre de l'Univers que ne l'est la Terre. Par ailleurs, ses observations des planètes révèlent qu'il s'agit de corps d'une nature très différente de celle des étoiles, car elles réfléchissent la lumière mais n'en émettent pas. L'exploration du Système solaire à l'aide d'instruments sophistiqués débute alors. Un peu moins de quatre cents ans plus tard, en 1992, la présence d'une planète en orbite autour d'une étoile différente du Soleil est détectée pour la première fois par les astronomes polonais et canadien Aleksander Wolszczan et Dale Frail. Le plus difficile était accompli puisqu'à peine trois ans plus tard, les astronomes Michel Mayor et Didier Quéloz détectaient la première planète en orbite autour d'une étoile très similaire au Soleil, à environ cinquante années-lumière de la Terre.

Ces vingt dernières années ont permis de découvrir quelque deux mille planètes extra-solaires réparties en presque cinq cents systèmes multiples. Ces découvertes ont été rendues possibles par la mise au point de nombreuses techniques. L'une d'entre elles exploite un effet tout particulier qui se produit lorsque deux astres de grande masse se retrouvent alignés avec la Terre. L'astre le plus éloigné apparaît déformé et souvent en plusieurs images comme autant de mirages : c'est l'effet de lentille gravitationnelle. Le cliché célèbre d'un mirage gravitationnel observé en direction d'un quasar par le télescope spatial Hubble dévoile quatre images d'un seul et même objet créées par une galaxie proche. L'idée d'utiliser cet effet au sein même de la Voie lactée a été proposée par Paczyński en 1986. Alors que le champ gravitationnel d'une galaxie s'étend sur des distances de plusieurs dizaines de milliers d'années-lumière, celui d'une étoile est confiné à quelques centaines d'unités astronomiques. Lorsque deux étoiles se retrouvent alignées avec la Terre, aucun mirage à proprement parler n'est visible, mais le flux de l'étoile la plus lointaine se retrouve alors fortement

amplifié, même lorsque l'étoile de premier plan est trop peu lumineuse pour être observée : on parle alors d'effet de microlentille gravitationnelle.

Longtemps considérées comme une méthode secondaire dans cette quête de nouveaux mondes, les microlentilles gravitationnelles occupent aujourd'hui une place importante dans le paysage des techniques de détection de planètes extra-solaires. Initialement utilisé pour chercher de la matière noire, l'effet de microlentille gravitationnelle est aujourd'hui à l'origine de la découverte de trente-six planètes extra-solaires et d'une dizaine de naines brunes. En 1992, alors même que la première exoplanète a été découverte, les naines brunes, chaînon manquant entre le domaine des planètes et celui des étoiles, étaient activement recherchées. La sensibilité de la méthode des microlentilles lui permet de découvrir des planètes de la masse de la Terre sur des orbites typiques de 0,1–10 UA. Des planètes de la masse de Mars sont même à portée de main. Par ailleurs, la détection de plusieurs systèmes multiples dont l'architecture révèle celle d'une planète et de son satellite rappelle le potentiel de cette méthode.

La recherche de planètes extra-solaires et de naines brunes constitue le cœur de cette thèse. Dans une première partie, ce mémoire s'ouvre sur un bref tour d'horizon du domaine des exoplanètes. Le premier chapitre de cette partie a pour but de montrer que les planètes extra-solaires découvertes au cours de ces vingt dernières années sont d'une grande variété. L'exceptionnelle complémentarité des différentes techniques dont disposent les astrophysiciens permet d'apprécier une population cosmopolite de planètes qui interroge les modèles de formation planétaire. Le deuxième chapitre présente la spécificité de la méthode des microlentilles gravitationnelles dans le paysage déjà très riche des multiples techniques couramment utilisées.

La deuxième partie porte sur la modélisation de l'effet de microlentille à proprement parler. À partir des concepts théoriques fondamentaux dans le chapitre 3, le phénomène de microlentille est exploré à travers sa formulation mathématique dans le chapitre 4 qui constitue le point de départ de toutes les simulations que j'ai construites et utilisées par la suite. Des calculs plus détaillés visant à clarifier la description des effets de parallaxe sont reportés dans l'annexe D. L'utilisation pratique des modèles physiques de microlentille est discutée dans le chapitre 5 lorsque j'aborde le problème de la modélisation numérique, ses défis et les solutions proposées. Ce chapitre 5 constitue l'épicentre de l'analyse des événements réalisée au cours de ma thèse. La détection de deux planètes y est présentée, ainsi qu'une étude pionnière sur la répartition des planètes dans la Voie lactée.

Si l'intérêt de la méthode des microlentilles dans le domaine de la détection des planètes n'est plus à prouver, la découverte récente de plusieurs populations de naines brunes en orbite autour d'étoiles de faible masse indique qu'elle présente un intérêt particulier dans ce domaine. Les naines brunes sont des objets de masse intermédiaire entre les planètes et les étoiles. La troisième partie de ce mémoire a pour but de montrer que les microlentilles peuvent jouer un rôle clé dans la recherche de naines brunes, en particulier par leur capacité à détecter ces astres en orbite autour d'étoile de faible masse. Le chapitre 6 présente les problématiques qui y sont associées. Le chapitre 7 présente l'analyse d'un événement de microlentille que j'ai réalisée. Cet événement ne bénéficiait pas d'un suivi photométrique optimal, compliquant considérablement le processus de modélisation. Des mesures à haute résolution angulaire ont finalement permis de conclure quant à la nature de cet événement à la suite d'une analyse bayésienne combinant toutes les contraintes disponibles. Cette analyse a permis la découverte de la première naine brune en orbite autour d'une étoile de type solaire par la méthode des microlentilles.

Il est rare que des événements de microlentille bénéficient d'un suivi à haute résolution angulaire. En l'absence de telles mesures, il n'est pas garanti qu'un événement puisse être complètement caractérisé. La quatrième partie (chapitre 8) a enfin pour but de montrer comment

l'observation par interférométrie d'un événement de microlentille permettra une caractérisation complète de ses paramètres physiques et insister sur le fait qu'une telle mesure est maintenant techniquement possible.

Un ensemble de compléments portant sur le travail que j'ai réalisé pour certains articles sont présentés dans l'annexe A à laquelle le texte renvoie. L'annexe B présente la première tentative d'observation d'une microlentille par vitesses radiales. J'ai rejoint ce projet très récemment, pendant la rédaction du manuscrit, en raison des questionnements qu'il a provoqués. L'annexe C présente la détection d'un jupiter en orbite autour d'une étoile naine M. L'annexe E regroupe les conventions mathématiques utilisées dans ce mémoire, des constantes physiques et un formulaire mathématique.

Partons maintenant à la recherche de planètes extra-solaires et de naines brunes. Comment l'exploitation d'un effet de microlentille gravitationnelle permet-elle de révéler la présence d'une planète ou d'une naine brune en orbite autour d'une étoile à des distances de plusieurs dizaines de milliers d'années-lumière en direction du bulbe de la Voie lactée?

Première partie

Partir à la recherche de planètes extra-solaires en 2012

Exoplanètes : 20 ans de découvertes

Sommaire

1.1	Une multiplicité de mondes	9
1.1.1	Qu'est-ce qu'une planète extra-solaire?	10
1.1.2	Planètes géantes	10
1.1.3	Planètes de faible masse	12
1.2	Enseignements sur les populations planétaires	13
1.3	Une multiplicité de techniques	14
1.3.1	La méthode des vitesses radiales	15
1.3.2	La méthode des transits	17
1.3.3	L'imagerie directe	19
1.3.4	Astrométrie	20
1.3.5	Autres méthodes de détection de variations temporelles	21

QUI PEUT IMAGINER l'émerveillement de Giordano Bruno, pour ne citer que lui, s'il revenait furtivement du passé pour observer l'état des connaissances humaines — lui qui écrivait en 1584 dans *L'infini, l'Univers et les Mondes* que « d'innombrables soleils et un nombre infini de terres tournant autour de ces soleils » existaient — ? La question de la place que l'Homme occupe dans l'Univers est très ancienne. Au moins dès l'Antiquité grecque, les philosophes se sont demandé si une vie pouvait exister ailleurs, dans d'autres mondes. De nombreuses traces de réflexions sur le sujet parsèment l'Histoire, des études surtout consacrées au Système solaire de Copernic aux *Entretiens sur la pluralité des mondes* de Fontenelle, en passant par les hypothèses que Huygens formule dans *Cosmotheoros, sive de terris coelestibus, earumque ornatu, conjecturae* quant à la possibilité d'autres formes de vie dans un Univers où chaque soleil est un autre monde.

Alors que nous pourrions simplement continuer à imaginer le possible, nous avons la chance d'assister à une authentique révolution scientifique pour l'humanité : la découverte de planètes gravitant autour d'autres étoiles que le Soleil. Loin de se limiter à la confirmation expérimentale de ce que beaucoup pensaient probable (ce qui en soi est déjà un pas fondamental en science), cette quête de nouveaux systèmes planétaires s'est révélée pleine de surprises.

1.1 Une multiplicité de mondes

En 1992, la présence de la première planète extra-solaire est détectée autour d'un pulsar, ces résidus très denses de supernovas (Wolszczan & Frail, 1992) dont l'environnement est très différent de celui du Système solaire. La surprise fut grande puisqu'il s'agissait non pas de la découverte

d'une seule planète, mais bien de la détection de « deux [planètes] ou plus », et que la masse de chacune de ces planètes était à peine trois fois plus grande que la masse de la Terre. La deuxième surprise fut la découverte à l'Observatoire de Haute-Provence de la première planète en orbite autour d'une étoile de type solaire en 1995 (Mayor & Queloz, 1995), plus massive que Jupiter, mais dont la période orbitale était à peine plus longue que quatre jours. C'était là encore un objet bien éloigné des planètes que nous côtoyons au sein du Système solaire. Des théories de migration planétaire évoquaient bien dès les années 1980 la possibilité de l'existence de telles planètes (Goldreich & Tremaine, 1980), mais en comparaison des planètes du Système solaire cet objet était une curiosité. Ces découvertes ont été d'autant plus marquantes qu'à l'époque, la communauté scientifique était lancée dans une chasse aux naines brunes, ces objets substellaires de plusieurs dizaines de fois la masse de Jupiter, plus aisément détectables que des planètes. La détection de la première naine brune en 1995 est même passée presque inaperçue (Nakajima et coll., 1995 ; Basri, 2000). Nous reviendrons au § 6 sur les questions passionnantes qui animent, encore aujourd'hui, la communauté scientifique au sujet des naines brunes. Commençons par un tour d'horizon des principaux enseignements que vingt années de découvertes ont fait émerger.

1.1.1 Qu'est-ce qu'une planète extra-solaire ?

Cela peut sembler paradoxal, mais après avoir détecté presque deux mille objets en orbite autour d'étoiles différentes du Soleil, la tâche de définir une planète extra-solaire paraît plus complexe. Et pour cause ! Des planètes géantes faisant le tour de leur étoile en à peine quelques heures aux planètes qui s'évaporent continuellement, en passant par la découverte de planètes en orbite autour d'étoiles doubles (Popova & Shevchenko, 2013), la réalité précède, pour ainsi dire, l'imagination. L'IAU a adopté en 2006¹ une résolution définissant une planète comme :

- un objet en orbite autour du Soleil ;
- un objet en équilibre hydrostatique dont la masse est suffisante pour que sa forme soit façonnée par sa propre gravité ;
- un objet ayant nettoyé le voisinage de son orbite.

Une « planète extra-solaire » n'entre donc pas à proprement parler dans la catégorie des planètes, mais nous les définirons temporairement comme des planètes en orbite autour d'une étoile autre que le Soleil. Cette définition laisse par exemple un flou sur la différence entre une planète et une naine brune et permet de faire face à la grande diversité d'objets découverts jusqu'à aujourd'hui et représentés sur la Fig. 1.1. L'étendue des domaines de masse et demi-grand axe dans lesquels sont détectées les planètes est particulièrement remarquable. Il est même étonnant de constater que la plupart des configurations que l'on pouvait imaginer ont toutes fini par être observées un jour. Certains regroupements caractéristiques apparaissent sur la Fig. 1.1 et correspondent à des objets de nature similaire. La suite de cette section a pour but de décrire succinctement les grands ensembles d'exoplanètes auxquels nous ferons parfois référence dans la thèse. Comment se répartissent les exoplanètes découvertes ?

1.1.2 Planètes géantes

Une fraction importante des exoplanètes détectées sont des planètes géantes, tout simplement parce qu'elles sont plus faciles à trouver. Ces géantes se décomposent sur les Fig. 1.1 et Fig. 1.2 très clairement en deux grandes catégories : les planètes géantes gazeuses très proches de leur

1. http://www.iau.org/static/resolutions/Resolution_GA26-5-6.pdf

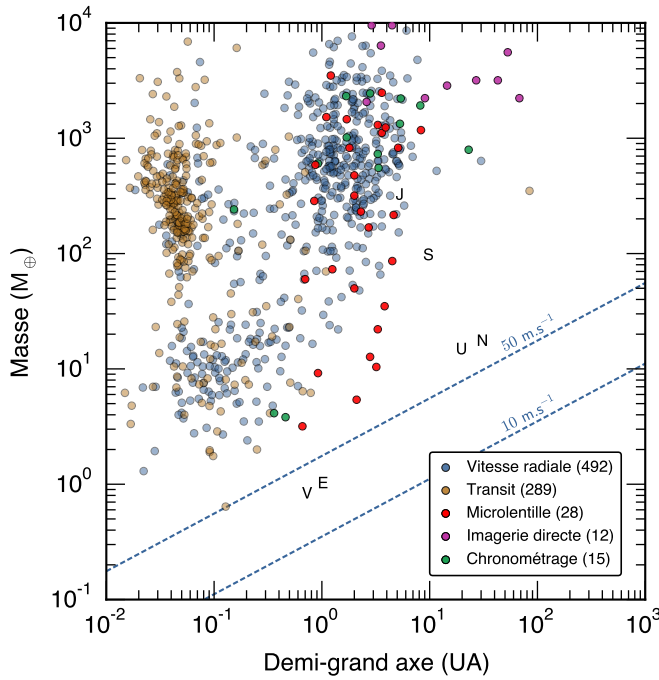


Fig. 1.1 – Ce diagramme représente en masses terrestres la masse d'environ la moitié des planètes découvertes à ce jour en fonction du demi-grand axe. Seuls les objets dont ces deux paramètres sont connus sont représentés ici. Chaque couleur correspond à une méthode de détection particulière. Les données de l'*Open Exoplanet Catalogue* (Rein, 2012) ont été utilisées pour construire ce diagramme. La première lettre des planètes du Système solaire est placée sur la figure. Les lignes pointillées représentent la limite de détection associée à la méthode des vitesses radiales.

étoile constituant ce que l'on appelle les jupiters chauds, et les planètes géantes beaucoup plus éloignées, donc moins irradiées par leur étoile.

Les planètes géantes gazeuses sont très similaires à Jupiter ou Saturne. Elles sont majoritairement constituées d'hydrogène et d'hélium, à l'état gazeux dans une fine couche externe de la planète, et à l'état fluide dans les couches plus profondes soumises à de fortes pressions (Spiegel et coll., 2014). La masse de ces planètes est typiquement de $0,1 - 13 M_J$ pour un rayon de $0,5 - 2 R_J$ (M_J est la masse de Jupiter, R_J son rayon).

Beaucoup de ces objets ont été détectés à un dixième d'unité astronomique (Fig. 1.1), c'est-à-dire à grande proximité de leur étoile. L'irradiation reçue à cette distance est telle que leur température de surface est très élevée, ce qui leur vaut le surnom de jupiters chauds. Avant la découverte de ces jupiters chauds, les théories de formation planétaires s'appliquaient à décrire les planètes du Système solaire (Lissauer, 1993) dont aucune ne se trouve dans une situation semblable. L'existence de ces planètes a donc suscité l'intérêt, en particulier parce que le disque de matière proto-planétaire présent autour d'une étoile jeune et dans lequel peuvent se former les planètes ne possède pas assez de matière près de l'étoile pour expliquer la formation *in situ* d'objets aussi lourds que Jupiter, dans des conditions d'irradiation importante. Les scénarios de migration planétaire proposent une explication à la formation des jupiters chauds par étapes : à partir de noyaux rocheux initialement à grande distance de l'étoile (au-delà de la ligne des glaces²), une période d'accrétion de matière débute au cours de laquelle la planète constitue son enveloppe de gaz, puis une migration s'opère vers l'orbite sur laquelle elle est détectée. Plusieurs modèles de migration existent par ailleurs. Certains prévoient une migration progressive (Kley & Nelson, 2012 ; Capobianco et coll., 2011), d'autres au contraire prédisent une excitation des objets se trouvant sur des orbites très excentriques suivie d'une dissipation par des forces de marées (Rasio & Ford, 1996 ; Fabrycky & Tremaine, 2007) qui cause le rapprochement de la planète de son étoile. L'interaction dynamique mutuelle entre deux planètes peut en effet produire des orbites suffisamment excentriques pour que les scénarios de migration puissent se réaliser (Rasio & Ford, 1996). De nombreuses questions restent cependant en suspens comme la

2. Limite au-delà de laquelle de la glace solide peut exister et en-deçà de laquelle elle est sublimée à cause des radiations stellaires.

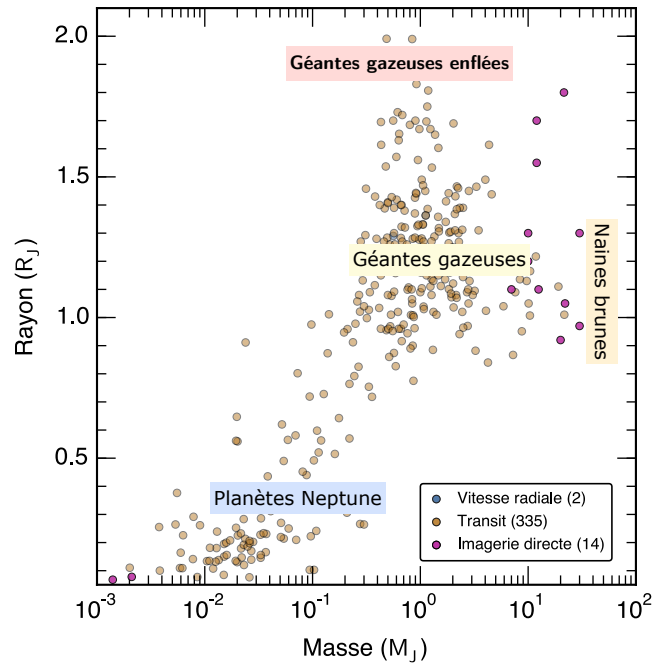


Fig. 1.2 – Ce diagramme représente en masses de Jupiter des objets substellaires dont la masse et le rayon sont connus. Chaque couleur correspond à une méthode de détection particulière. Les données de l’*Open Exoplanet Catalogue* (Rein, 2012) ont été utilisées pour construire ce diagramme.

raison exacte pour laquelle la migration s’arrête au niveau d’orbites de quelques dixièmes d’unité d’astronomique (Ford & Rasio, 2006).

La mesure du rayon des jupiters chauds a par ailleurs permis d’identifier une classe de planètes géantes dont le rayon est bien plus important que ce qu’il devrait être si la planète était en équilibre, c’est-à-dire si la pression interne équilibrait la force de gravité (voir Fig. 1.2). Cette caractéristique est encore mal comprise (Laughlin et coll., 2011). Elle pourrait être due à la pression de radiation et à la proximité de l’étoile-hôte (Demory & Seager, 2011). Elle pourrait également s’expliquer par une dissipation d’énergie au sein de la planète (par les forces de marées, par énergie ohmique, etc., voir par exemple Ginzburg & Sari, 2015).

Les planètes géantes glacées font référence aux planètes semblables à Neptune ou Uranus. Les modèles les décrivent comme des planètes possédant une épaisse couche d’hydrogène et d’hélium et dont la majorité de la masse est un mélange fluide profond d’eau, d’ammoniac et de méthane (Spiegel et coll., 2014). Cependant, si toutes ces planètes se ressemblent probablement en surface, leur composition interne pourrait être différente. Ces planètes ont généralement une masse comprise entre dix et trente masses terrestres.

Dans la classe des planètes géantes, certaines sont détectées à grande distance orbitale grâce aux méthodes des vitesses radiales, des microlentilles gravitationnelles ou bien par imagerie directe. Ces planètes situées à plusieurs unités astronomiques de leur étoile présentent souvent une forte excentricité, ce qui suggère qu’elles ont pu être éjectées du disque proto-planétaire au cours de leur formation (de très nombreux mécanismes peuvent créer des orbites fortement excentriques, voir par exemple Burrows et coll. (2000) ou Baraffe et coll. (2010)). La découverte de ce type de planètes est d’une grande utilité pour contraindre les modèles de formation des planètes. Nous décrivons la détection de deux d’entre elles aux § 5.9.1 et § 5.9.2.

1.1.3 Planètes de faible masse

Les planètes de type terrestre sont les plus compliquées à détecter. Ces planètes telluriques ont un cœur métallique et une enveloppe externe (un manteau) composée de glace de carbone, d’oxygène ou d’azote. Elles sont riches en éléments lourds comme le fer et possèdent une atmosphère fine.

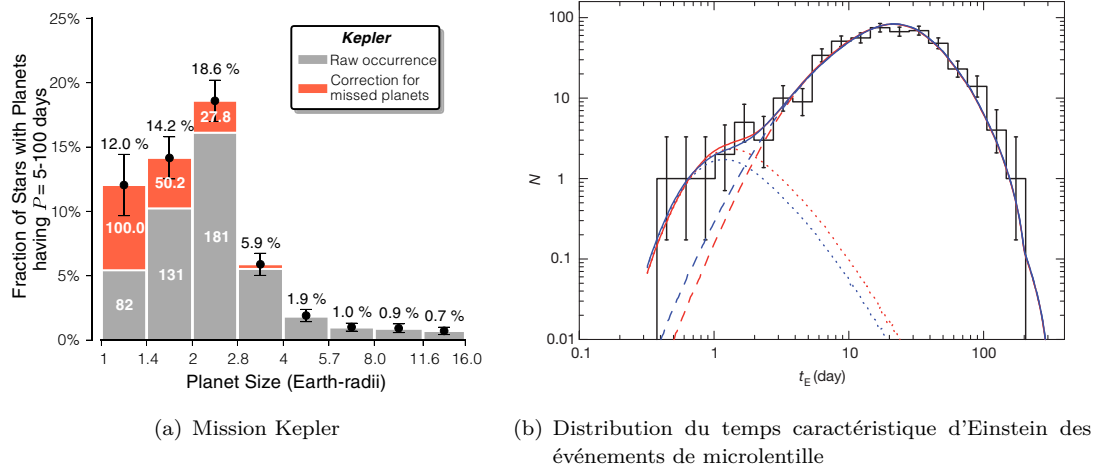


Fig. 1.3 – (a) Abondance des planètes en fonction de leur taille mesurée sur l'échantillon des données obtenues par le satellite Kepler (Petigura et coll., 2013). (b) Distribution du temps caractéristique d'Einstein de 474 événements de microlentille (Sumi et coll., 2011). La courbe rouge et bleue indique le meilleur modèle obtenu par ajustement d'une fonction de masse décrite par une loi de puissance ou une loi log-normale. Ce modèle inclut les naines brunes, des étoiles de la séquence principale et des étoiles qui ont évolué en naines blanches, étoiles à neutrons ou trous noirs en fonction de leur masse initiale.

Par exemple, la planète Kepler-78b de $1,20 R_{\oplus}$ et $1,69 M_{\oplus}$ semble approcher de très près la densité terrestre (Howard et coll., 2013). Kepler-78b réalise une révolution en 8,5 heures. À l'inverse, la planète OGLE-2005-BLG-390Lb de $5,5 M_{\oplus}$ est en orbite à une distance minimale de 2,6 UA de son étoile (une naine M), ce qui en fait une planète glacée (Beaulieu et coll., 2006). Jusqu'à présent (octobre 2015), une vingtaine de planètes dont la masse est inférieure à deux masses terrestres ont été détectées. De nombreuses super-terres dont la masse s'échelonne entre la masse de la Terre et celle des mini-neptunes sont également connues. Ces planètes n'existent pas dans le Système solaire et leur nature, encore mal comprise, alimente les études spéculatives (Weiss & Marcy, 2014). Une équipe a même étudié la possibilité qu'une de ces planètes, formée dans un milieu riche en carbone, puisse être formée de graphite ou de diamant (Kuchner & Seager, 2005). D'autres études expliquent que dans le cas où la séparation orbitale est suffisamment faible, l'enveloppe de glace de la super-terre peut fondre, la planète devenir un magma de roches fondues (Léger et coll., 2011) ou être surmontée d'une atmosphère de vapeur (Kuchner, 2003). Il faudra attendre encore pour en savoir plus sur ces mondes étranges.

1.2 Enseignements sur les populations planétaires

À la suite de la mission spatiale Kepler cherchant des transits sur des étoiles contenues dans 115 degrés carrés en direction des constellations du Cygne et de la Lyre (Batalha, 2014), plus de 4 600 candidats planètes ont été détectés dont 1 028 sont aujourd'hui validés comme étant des planètes. Que nous enseignent ces découvertes? Une étude menée sur 42 000 étoiles observées par Kepler a montré, après correction des différentes efficacités de détection, que $11\% \pm 4\%$ des étoiles de type solaire posséderaient une planète de la taille de la Terre en orbite proche, recevant une à quatre fois l'intensité lumineuse reçue par la Terre (Petigura et coll., 2013). Le résultat de cette étude, représenté sur la Fig. 1.3(a), montre que les planètes les plus abondantes seraient de deux à trois fois la taille de la Terre dans un intervalle de période 5–100 jours. Par ailleurs,

l'abondance en planètes de la taille de la Terre est constante dans des intervalles égaux de $\log P$ (P étant la période) jusqu'à 200 jours. Enfin, cette même étude trouve, par extrapolation des résultats, que $5,7^{+1,7}_{-2,2}\%$ des étoiles de type solaire posséderaient une planète de la taille de la Terre dans l'intervalle 200–400 jours de période orbitale (Petigura et coll., 2013).

Du point de vue de la méthode des vitesses radiales, la combinaison de huit années de découvertes avec l'instrument HARPS montre que plus de 50% des étoiles de type solaire ont au moins une planète dont la période est supérieure à 100 jours (voir l'analyse de Mayor et coll. (2011) dont nous regroupons ici les principaux résultats). Par ailleurs, différentes propriétés sont observées parmi les planètes de masse inférieure à trente masses terrestres par rapport à la population des planètes géantes. La distribution des masses montre que les super-terres et les planètes semblables à Neptune sont abondantes et que cette distribution de masse augmente de trente à quinze masses terrestres. La présence de ce type de planètes n'est pas corrélée avec la métallicité de l'étoile, contrairement aux planètes géantes, mais la majorité de ces planètes est impliquée dans un système multiple. À l'inverse, l'abondance des géantes gazeuses augmente avec le logarithme de la période et fortement avec la métallicité de l'étoile qui les accueille. Enfin, 14% des étoiles de type solaire possèdent une planète plus massive que cinquante masses de Jupiter sur une orbite dont la période est inférieure à dix ans. Alors que l'excentricité des planètes de faible masse semble limitée à 0,45, les géantes gazeuses sont trouvées sur des orbites pouvant avoir une excentricité supérieure à 0,9.

Les découvertes faites par microlentilles gravitationnelles ont également permis d'étudier les populations de planètes à plus grande séparation. La sensibilité de la méthode diminue avec le rapport de masse (Gould et coll., 2010b; Sumi et coll., 2010), ce qui signifie que l'apparente distribution uniforme en masse des planètes trouvées par cette méthode (points rouges sur la Fig. 1.1 et autour de la ligne des glaces Fig. 2.4) cache une fréquence en planètes de faible masse très élevée. Plusieurs études ont analysé la démographie des exoplanètes au-delà de la ligne des glaces. Les plus récentes de ces analyses nous enseignent, à l'aide des découvertes par microlentilles, que si tous les systèmes planétaires possédaient des planètes géantes semblables à celles qui peuplent le Système solaire et à des distances comparables par rapport à la ligne des glaces, alors environ 15% des étoiles posséderaient des systèmes analogues au Système solaire (Gould et coll., 2010a). Par ailleurs, après l'analyse de six saisons d'observations de microlentilles, il apparaît que dans la Voie lactée les étoiles possèdent en moyenne $1,6^{+0,7}_{-0,22}$ planètes dans l'intervalle 0,5–10 UA et 5–10 M_J (Cassan et coll., 2012). Cette dernière étude va même plus loin, elle indique que deux tiers des étoiles de la Voie lactée ont une super-terre, la moitié a une planète similaire à Neptune et un sixième une planète semblable à Jupiter. Enfin, après l'analyse de deux ans d'observations de la collaboration MOA, une étude sur la durée de 474 événements de microlentille révèle un excès d'événements très courts (de l'ordre d'une journée, voir Fig. 1.3(b)) qui pourraient être dus à l'existence d'astres généralement de la masse de Jupiter et qui ne sont rattachés à aucun système (Sumi et coll., 2011). Ces objets, les *free floating planets*, sont en moyenne deux fois plus nombreux que les étoiles de la séquence principale.

1.3 Une multiplicité de techniques

Le domaine des exoplanètes est devenu il y a vingt ans une science plus que jamais nourrie par l'expérience. Le développement d'un grand nombre de méthodes capables de détecter ces planètes est important pour tester la véracité de l'interprétation des effets qui conduisent à la détection de planètes, mais aussi parce que chaque technique possède un domaine de fonctionnement optimal légèrement différent. En d'autres termes, la spécificité de chacune des méthodes de détection

conduit à détecter des planètes aux propriétés différentes. Nous décrivons dans cette section les principales méthodes utilisées dans la chasse aux planètes.

1.3.1 La méthode des vitesses radiales

La méthode des vitesses radiales est historiquement celle qui a permis la découverte de la première exoplanète en orbite autour d'une étoile de la séquence principale 51 Peg. Cette méthode exploite le mouvement sur l'étoile qu'induit la présence d'une ou plusieurs planètes. Le système {étoile, planète} est en mouvement permanent autour de son centre de gravité. Par conséquent, l'étoile s'approche et s'éloigne de l'observateur périodiquement, créant un décalage périodique de son spectre sous l'effet Doppler-Fizeau. Dans le cas où les effets relativistes sont négligés, un photon émis avec une longueur d'onde λ_0 dans le référentiel (inertiel) barycentrique de la source est détecté avec une longueur d'onde λ par un observateur en mouvement dans ce référentiel. Le lien entre λ et λ_0 est (Einstein, 1905)

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{v_r}{c} \right), \quad (1.1)$$

avec v_r la projection de la vitesse de la source sur la ligne de visée (ligne virtuelle reliant l'observateur à la source) et c la célérité de la lumière dans le vide. L'application successive des lois de Newton et de Kepler permet ensuite d'exprimer l'amplitude du signal de vitesse radiale en fonction des paramètres orbitaux du système qui en est à l'origine (par exemple, voir Murray & Correia, 2010) :

$$\frac{M_2 \sin i}{(M_1 + M_2)^{2/3}} = K_1 \sqrt{1 - e^2} \left(\frac{P}{2\pi G} \right)^{1/3}, \quad (1.2)$$

avec M_1 et M_2 la masse de l'étoile et du compagnon planétaire, K_1 l'amplitude du signal de vitesse radiale de l'étoile (c'est-à-dire $K_1 = v_{r,\max} - v_{r,\min}$), e l'excentricité de l'orbite, P la période orbitale et G la constante de gravitation. Dans le cas d'un système extra-solaire, le rapport de masse $q = M_2/M_1$ est typiquement inférieur au millième (voir Tab. E.1) et le développement de l'expression précédente à l'ordre un en q s'écrit

$$M_2 \sin i = K_1 M_1^{2/3} \sqrt{1 - e^2} \left(\frac{P}{2\pi G} \right)^{1/3}. \quad (1.3)$$

La Fig. 1.4 présente deux exemples de mesures de la vitesse radiale sur l'étoile 51 Peg et ν And. La périodicité des courbes obtenues donne directement la périodicité temporelle du mouvement orbital. Lorsque plusieurs compagnons sont impliqués dans le système, le signal présente une périodicité sur plusieurs échelles de temps différentes comme le montre la figure Fig. 1.4(b). D'autre part, la moitié de l'amplitude crête à crête du signal correspond à K_1 . Cette amplitude est d'autant plus importante que le rapport de masse q est grand et que la période orbitale est faible. La modélisation des mesures permet donc de déterminer la période, l'excentricité de l'orbite et la masse minimale $M_2 \sin i$ de la planète. Toute chose étant égale par ailleurs, une orbite excentrique a tendance à créer un signal de vitesse radiale très déformé par rapport à une sinusoïde puisque la vitesse radiale est très importante au niveau du périhélie et de l'aphélie de l'orbite, et beaucoup plus faible ailleurs (la courbe de vitesse radiale de l'étoile HD 80606 en est un exemple, voir Naef et coll. (2001)).

En terme d'ordre de grandeur, l'amplitude s'écrit (Lovis & Fischer, 2010)

$$K_1 = \frac{28,4329}{\sqrt{1 - e^2}} \frac{M_2 \sin i}{M_J} \left(\frac{M_1 + M_2}{M_\odot} \right)^{-2/3} \left(\frac{P}{1 \text{ ans}} \right)^{-1/3}, \quad (1.4)$$

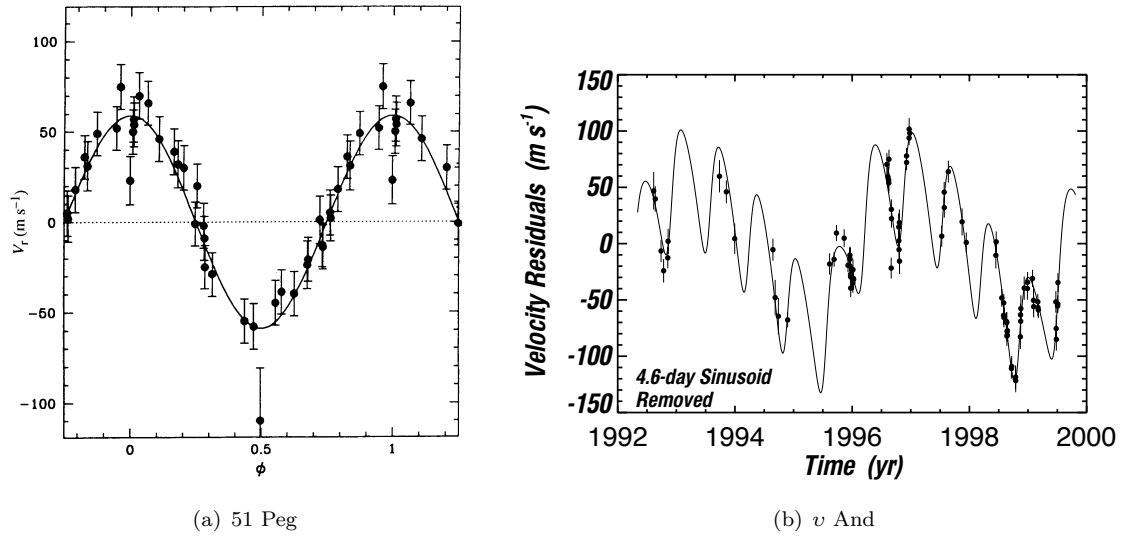


Fig. 1.4 – (a) Vitesse radiale de l'étoile 51 Peg (Mayor & Queloz, 1995) en fonction de la phase $2\pi/P$ (P étant la période orbitale). L'amplitude du signal créé par une planète semblable à Jupiter en orbite autour d'une étoile solaire à la période orbitale de 4,2 jours est de l'ordre de 60 m.s^{-1} . (b) Vitesse radiale de l'étoile ν And (Butler et coll., 1999) en fonction du temps. Le signal est modulé en amplitude par la présence de plusieurs compagnons planétaires (ici l'influence de deux d'entre eux est présentée). Deux périodes caractéristiques sont clairement visibles (0,7 ans et 3 ans). Les meilleurs modèles sont indiqués par la courbe noire sur les deux figures.

ce qui signifie que Jupiter induit un signal maximum (dans le cas où la configuration géométrique est optimale, c'est-à-dire lorsque l'orbite est observée par la tranche) d'une dizaine de mètres par seconde, la Terre un dixième de mètre par seconde. La détection de planètes de faible masse sur des grandes orbites reste aujourd'hui un défi. Les instruments couramment utilisés pour réaliser de telles mesures sont des spectrographes à haute résolution tels que le *High Accuracy Radial velocity Planet Searcher* (HARPS) installé à La Silla (Chili) qui réalise des mesures parmi les plus précises actuellement, de l'ordre du mètre par seconde, voire moins (Mayor et coll., 2003), ou le *Spectrographe pour l'Observation des Phénomènes des Intérieurs stellaires et des Exoplanètes* (SOPHIE) installé à l'Observatoire de Haute-Provence (Bouchy et coll., 2009) qui atteint une précision de deux ou trois mètres par seconde. La stabilité de ces instruments est absolument primordiale pour obtenir des mesures d'une aussi grande précision. D'autre part, des études ont montré que la modélisation de l'activité stellaire devait être prise en compte pour une bonne estimation des paramètres orbitaux, en particulier lors d'observations d'étoiles de type M ou K (voir par exemple les analyses de Santos et coll. (2002) ou Boisse et coll. (2009)).

Cette méthode est prolifique en terme de détections (583 planètes³ ont été détectées par cette méthode au 15 octobre 2015). Elle est particulièrement sensible aux objets de grande masse en orbite proche de leur étoile dont le mouvement se fait, en partie au moins, selon la ligne de visée. Comme elle est basée sur des mesures spectrométriques, elle sonde le voisinage du Système solaire, car elle requiert des étoiles suffisamment lumineuses. Depuis 1995 et la détection de 51 Peg b (Mayor & Queloz, 1995), cette technique a permis la découverte du premier système multiple (ν And) constitué de quatre planètes (Butler et coll., 1999), puis des détections de

3. Les différents catalogues d'exoplanètes ne comportent pas tous le même nombre d'objets en raison de leurs propres critères de sélection. Il s'agit donc d'un ordre de grandeur. Ici et dans la suite, sauf mention contraire, j'utilise l'*Open Exoplanet Catalogue* (Rein, 2012).

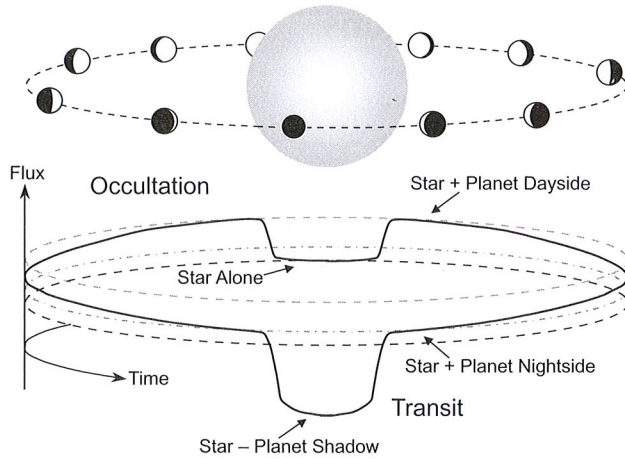


Fig. 1.5 – Illustration du principe d'un transit. Le transit primaire se produit lorsque la planète passe entre l'étoile et l'observateur. Le transit secondaire (occultation) se produit lorsque la planète passe derrière l'étoile. *Figure extraite de (Winn, 2010).*

planètes en orbite autour d'étoiles naines M (Delfosse et coll., 1998 ; Marcy et coll., 1998), y compris des planètes semblables à Neptune (Santos et coll., 2004) et de masse encore plus faible (par exemple GJ 581e de masse minimale $1,9 M_{\oplus}$, voir Mayor et coll. (2009)). Compte tenu de sa sensibilité aux objets de grande masse, il s'agit aussi d'une méthode de choix pour la détection de naines brunes, principalement autour d'étoiles solaires (plusieurs dizaines de détections), même si de nombreuses années après la détection de 51 Peg b, les naines brunes ne constituaient plus la priorité des programmes de recherche. Les découvertes que cette technique a permises sont nombreuses et dépassent largement le cadre de cette courte liste.

1.3.2 La méthode des transits

La méthode des transits est sans doute la plus facile à se représenter. Elle consiste à détecter des baisses de luminosité périodiques d'une étoile dont la cause est le passage d'une planète entre l'observateur et l'étoile. Elle consiste donc à détecter des éclipses partielles d'étoiles causées par leurs planètes, un peu à la manière de la Lune ou bien de Vénus que l'on voit parfois passer devant le Soleil depuis la Terre. La situation est illustrée par la Fig. 1.5.

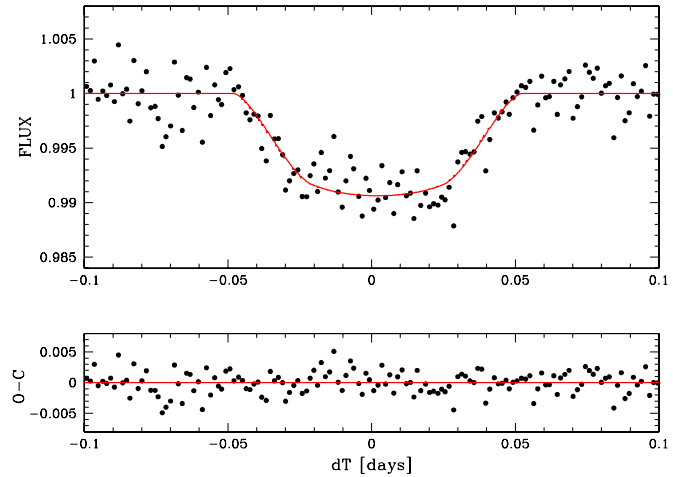
Lors d'un transit, la variation de la luminosité de l'étoile est liée à la taille et à la fraction du disque planétaire qui l'occulte. Si R_p est le rayon de la planète et R_{\star} le rayon de l'étoile, la diminution relative du flux Φ de l'étoile lorsque la planète est entièrement contenue dans le disque stellaire (ici supposé uniforme) est le rapport de l'aire du disque planétaire par l'aire du disque stellaire,

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = \left(\frac{R_p}{R_{\star}}\right)^2. \quad (1.5)$$

Plus la planète est grande, plus la variation du flux de l'étoile est importante. Cette variation reste dans tous les cas infime, de l'ordre du pour cent au plus (voir Fig. 1.6). En revanche, un transit se produit uniquement si la trajectoire suivie par la planète au gré de son mouvement autour de l'étoile la fait passer devant le disque stellaire pour un observateur terrestre, au moins partiellement. La probabilité pour qu'une planète en orbite (de demi-grand axe a et d'excentricité e) autour d'une étoile franchisse le disque stellaire se déduit d'un raisonnement géométrique (voir par exemple Winn (2010)),

$$\Pr \{\text{transit}\} = \frac{R_{\star} + R_p}{a} \frac{1 + e \sin \omega}{1 - e^2} \quad (1.6)$$

Fig. 1.6 – Courbe de transit de CoRoT-16b (haut), une planète semblable à Jupiter à une distance de 0,0618 UA de son étoile. Les mesures sont en noir et le meilleur modèle en rouge. Le panneau inférieur indique les résidus. Ces observations ont été réalisées avec le télescope spatial CoRoT. *Figure extraite de Ollivier et coll. (2012).*



avec ω l'angle entre le nœud⁴ ascendant⁵ et le périhélie de l'orbite. Dans le cas d'une orbite circulaire, cette probabilité est tout simplement environ R_\star/a , qui indique que la probabilité de transit est d'autant plus grande que le rayon de l'étoile est grand ou que la planète est proche de son étoile. En effet, les détections par transit permettent principalement la détection de planètes aux alentours d'un dixième d'unité astronomique.

Comme la méthode des vitesses radiales, cette technique est très riche. En particulier, l'analyse fine de la profondeur des courbes de transit permet non seulement de mesurer la taille de la planète, mais aussi l'inclinaison de son orbite et même la direction de rotation de l'étoile lorsque l'effet Rossiter-McLaughlin est détecté (Rossiter, 1924 ; McLaughlin, 1924 ; Queloz et coll., 2000). La période orbitale est également mesurée grâce aux variations périodiques du flux de l'étoile. Si de plus une spectroscopie en transit est réalisée, la composition de l'atmosphère de l'objet en transit peut être caractérisée en transmission au limbe de la planète (Seager & Sasselov, 2000). Le transit secondaire (lorsque l'objet passe derrière son étoile) permet également de caractériser l'émission du côté jour de la planète.

Le transit d'une planète extra-solaire a été observé en direction de l'étoile HD 209458 (Charbonneau et coll., 2000 ; Mazeh et coll., 2000) alors que des mesures de vitesses radiales indiquaient la présence d'une planète. Depuis, presque mille trois cents planètes (au 15 octobre 2015) ont été détectées par cette méthode grâce à de grands projets qui ont vu le jour comme le télescope spatial *CO*nvection *RO*tation and *pl*anetary *TR*ansits (CoRoT) lancé en 2006, dont la mission est aujourd'hui terminée et les analyses presque achevées. Parmi la quarantaine de planètes découvertes grâce à CoRoT, citons la détection de CoRoT-7b dont le rayon est $1,7 R_\oplus$ (Léger et coll., 2009) en orbite autour d'une étoile naine G (de période vingt heures) ou CoRoT-8b, une planète un peu plus petite que Saturne en orbite autour d'une étoile naine K1 (Bordé et coll., 2010). Le projet britannique *Super Wide Angle Search for Planets* a aussi pour mission de détecter des transits d'exoplanètes, mais cette fois-ci en faisant des mesures photométriques depuis le sol (îles Canaries et à Sutherland en Afrique du Sud). Enfin, le satellite Kepler a découvert 4 661 transits dont 1 028 ont été validés comme étant dus à des planètes. Les planètes les plus éloignées détectées par Kepler se trouvent à presque sept mille années-lumière du Système solaire. Ces planètes sont principalement trouvées sur des orbites proches de leur étoile.

La profondeur d'un transit étant à peine de l'ordre d'un pour cent, la méthode des transits

4. La ligne des nœuds est ici définie par l'intersection de l'orbite de la planète et du plan orthogonal à la ligne de visée, passant par le centre de masse du système.

5. Dans les conventions adoptées, le nœud est ascendant si la planète franchit la ligne des nœuds en allant vers l'observateur.

est particulièrement sensible à tout ce qui est susceptible d'induire des variations de luminosité. En particulier, une étoile variable non résolue sur la ligne de visée ou de l'activité stellaire (par exemple la présence de taches sombres à la surface d'une étoile) peut être à l'origine de faux positifs, tout comme le transit d'une étoile binaire (dont le transit secondaire est souvent plus profond que dans le cas d'une planète) qui présente des caractéristiques très similaires aux transits de planètes (Batalha et coll., 2013). Ces sources d'erreur semblent bien comprises aujourd'hui et la probabilité de faux positifs est estimée entre 9,4% (Fressin et coll., 2013) et 34,8% sur les étoiles proches (Santerne et coll., 2012), selon le type d'objets. D'autre part, comme nous en discuterons au § 6.4.1, une étoile de très faible masse, une naine brune et une planète semblable à Jupiter sont trois objets de nature très différente pouvant avoir un rayon très similaire. Par conséquent, la seule mesure du rayon ne permet pas de conclure quant à la nature de l'objet découvert. Deux situations particulières permettent néanmoins de dépasser cette limitation. La première est la détection des variations de vitesse radiale de l'étoile observée en transit (voir le paragraphe suivant), la seconde est la détection de légères variations périodiques dans la date des transits (voir le paragraphe sur les TTV au § 1.3.5).

La méthode des transits est particulièrement complémentaire de la technique des vitesses radiales en ce sens qu'elle permet la mesure du rayon de l'objet (si le rayon de l'étoile est connu) et de l'inclinaison de l'orbite alors que les vitesses radiales estiment la masse minimale et l'excentricité de l'orbite. Ainsi, pour une étoile donnant lieu à la mesure de variations de vitesse radiale et à l'observation de transits, il est possible de déterminer la masse réelle de la planète, les paramètres orbitaux de son orbite et sa densité (donc le type de planète). Par ailleurs, si une spectroscopie en transit est réalisée, la composition de son atmosphère peut également être étudiée. Enfin, la densité de l'étoile est une quantité qu'il est aussi possible de mesurer à partir de la courbe d'un transit, offrant une source de contraintes intéressantes sur les propriétés stellaires (Seager & Mallén-Ornelas, 2003).

1.3.3 L'imagerie directe

Est-il possible de prendre une photographie d'une planète? Si l'idée est simple, sa réalisation pratique relève de l'exploit. Avons-nous déjà sérieusement songé à observer un ver luisant situé à trente centimètres d'un phare de marine à Marseille, depuis Paris (Léger & Ollivier, 2005)? C'est pourtant à cela que revient la recherche d'une planète comme la Terre autour d'une étoile située à trente années-lumière par imagerie! Les techniques mises en œuvre dans la détection directe de planètes extra-solaires, comme la coronagraphie (voir ci-dessous) ou l'interférométrie (voir par exemple Kraus & Ireland, 2012), sont complexes et apportent depuis quelques années une contribution unique à ce domaine de l'astrophysique.

L'imagerie directe consiste à détecter la lumière qui provient de la planète. Par définition, la Terre se situe à 1'' du Soleil pour un observateur qui se trouve à la distance d'un parsec. L'étoile la plus proche du Système solaire est Proxima Centauri et se trouve à 1,3 pc de nous. Par conséquent, la recherche de planètes se fait au-delà de cette distance. L'observation de planètes situées à 1 UA de leur étoile à 10 pc du Système solaire exige une résolution angulaire du dixième de seconde d'arc, maintenant atteinte dans le visible et même l'infrarouge proche par les instruments les plus récents. L'instrument doit bien sûr avoir la meilleure résolution angulaire possible, mais il doit aussi gérer la différence de contraste très importante qui existe entre l'étoile et son compagnon. Par exemple, dans le domaine infrarouge, le rapport de contraste entre l'étoile et sa planète peut atteindre plus de 10^6 pour des petites planètes et/ou des planètes froides. L'environnement de la planète est aussi susceptible de cacher la planète.

Malgré ces difficultés, la mise au point de techniques corrigeant l'effet de la turbulence

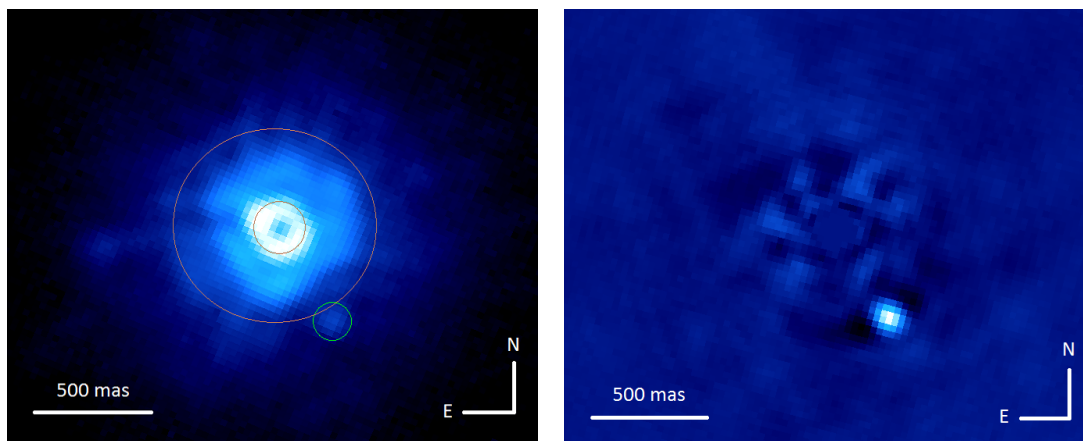


Fig. 1.7 – Image obtenue par la technique de la coronagraphie avec le *Annular Groove Phase Mask* installé sur l'instrument NaCo au VLT de la planète β Pic b (super-jupiter) après avoir annulé l'émission de l'étoile. Figure extraite de Absil et coll. (2013).

atmosphérique en temps réel (optique adaptative) a permis de réaliser en 2004 un premier cliché d'une naine brune se trouvant à 55 UA de son étoile, située à 70 pc du Système solaire (Chauvin et coll., 2004). La coronagraphie couplée à de l'optique adaptative permet de repousser toujours plus loin les limites en exploitant la possibilité d'annuler la lumière de l'étoile par effet diffractif. Un exemple de cliché obtenu par coronagraphie au VLT est présenté Fig. 1.7. Les planètes découvertes par cette méthode sont très éloignées de leur étoile (typiquement plus loin que 10 UA), plutôt massives ($\gtrsim 1 M_J$) et jeunes. Le contraste entre l'émission thermique de la planète et celle de l'étoile est plutôt meilleur en infrarouge. L'observation d'un même système à intervalle de temps régulier permet de reconstruire sa trajectoire dans le temps et de déterminer les paramètres orbitaux. Par ailleurs, l'analyse spectroscopique de l'émission de la planète dans différentes longueurs d'onde permet aussi de caractériser l'atmosphère des objets découverts (Bonnefoy et coll., 2013). Cette méthode est donc complémentaire des techniques indirectes. Au-delà du domaine des super-jupiters, l'imagerie directe possède un potentiel unique dans la détection de naines brunes sur des orbites très larges, fournissant de nouvelles sources de contraintes pour les théories de formation des planètes et des naines brunes (Delorme et coll., 2013). L'imagerie directe est également une technique de choix pour la recherche d'astres substellaires errants isolés, sans étoile, les *free floating planets* probablement éjectés au cours de la formation d'un système planétaire. Les plus jeunes de ces objets sont probablement encore détectables en infrarouge, comme le sont les naines brunes.

Le développement récent de nouveaux instruments fait espérer de futures belles découvertes par cette méthode dans un avenir très proche. En particulier, l'instrument *Spectro Polarimetric High contrast Exoplanet REsearch* (SPHERE) est nouvellement installé sur le VLT. Les observations scientifiques ont commencé fin 2014 pour cet instrument et des résultats ont déjà été publiés. Le développement de l'*European Extremely Large Telescope* (E-ELT) d'un diamètre de 39,3 m repoussera encore plus loin le pouvoir de résolution.

1.3.4 Astrométrie

L'astrométrie permet de détecter l'influence gravitationnelle d'une planète sur son étoile. Elle consiste à observer régulièrement la position d'une étoile pour reconstruire son mouvement autour de son centre de gravité projeté sur la voûte céleste. Il s'agit de la méthode exactement

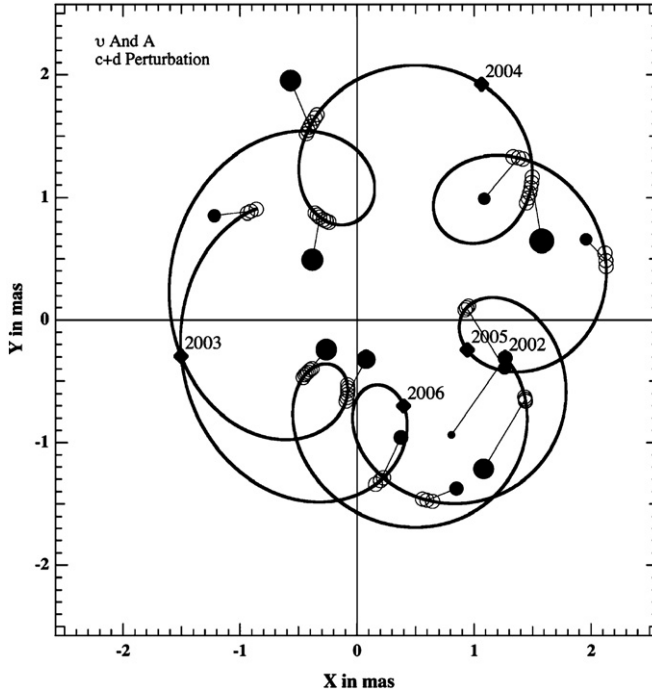


Fig. 1.8 – Mouvement de l'étoile ν And projeté dans le plan du ciel en fonction du temps. Ce mouvement est dû à la présence de deux compagnons d'une dizaine de masses de Jupiter chacun et situés à moins de 3 UA de leur étoile. La courbe noire correspond au modèle décrivant le mieux les observations. *Figure extraite de McArthur et coll. (2010).*

complémentaire des vitesses radiales. La Fig. 1.8 montre par exemple le mouvement de l'étoile ν And entre les années 2001 et 2006. La trajectoire observée est interprétée par la présence de deux objets d'une dizaine de masses de Jupiter en orbite à moins de 3 UA de leur étoile (McArthur et coll., 2010).

Cette technique est ancienne puisque la première annonce de la détection d'une planète autour de l'étoile de Barnard par astrométrie remonte à 1969 (van de Kamp, 1969). Des analyses ultérieures ont infirmé cette détection. Un raisonnement géométrique et l'application de la troisième loi de Kepler permettent d'écrire l'amplitude du déplacement astrométrique θ d'une étoile en fonction des propriétés du système (voir par exemple Quirrenbach (2010)),

$$\theta = 3 \mu\text{as} \frac{M_p}{M_\oplus} \left(\frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-2/3} \left(\frac{P}{1 \text{ ans}} \right)^{2/3} \left(\frac{D}{1 \text{ pc}} \right)^{-1}, \quad (1.7)$$

avec M_p la masse de la planète, M_\star la masse de l'étoile, P la période orbitale et D la distance de l'étoile. Par conséquent, cette méthode détecte d'autant mieux des planètes de masse importante et proches du Système solaire. Les déplacements sont de très faible amplitude (pour un observateur situé à 10 pc du Système solaire, l'amplitude du déplacement du Soleil est $500 \mu\text{as}$, celui induit par la Terre est $0,3 \mu\text{as}$). Le satellite HIPPARCOS lancé par l'ESA en 1989 n'a pas permis la découverte de planètes extra-solaires malgré sa précision de l'ordre d'une milliseconde d'angle. Cette méthode a par la suite été un peu délaissée faute d'instrument suffisamment performant pour permettre des détections de planètes. Cependant, la récente mise en service du satellite Gaia qui devrait collecter des données astrométriques jusqu'en 2019 va probablement révolutionner le domaine (Sozzetti et coll., 2014). Ce satellite devrait repérer des déplacements de $300 \mu\text{as}$ d'étoiles de magnitude 20, et de $7 \mu\text{as}$ d'étoiles de magnitude 12.

1.3.5 Autres méthodes de détection de variations temporelles

Il existe encore bien d'autres méthodes qui ont permis la découverte de planètes, et plus encore de méthodes potentielles. La Fig. 1.9 fait la synthèse des méthodes utilisées et de leurs performances respectives. De manière générale, une planète en orbite autour d'une étoile crée un signal

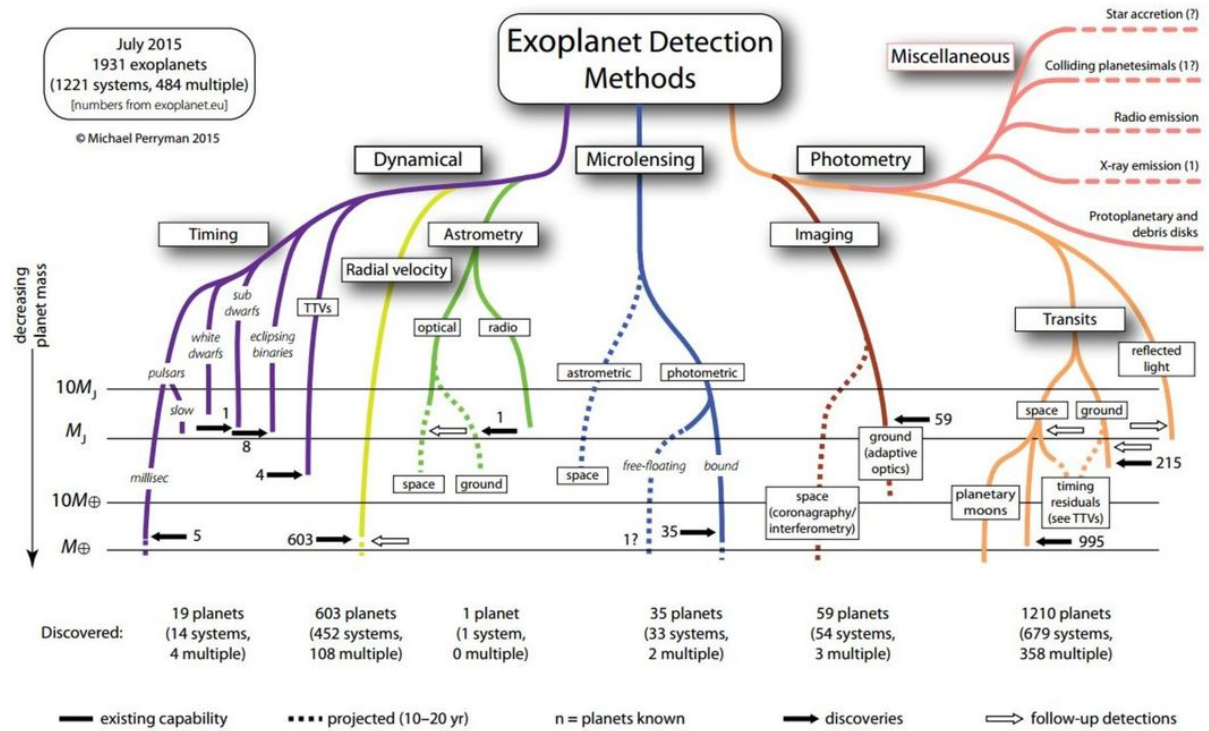


Fig. 1.9 – Arbre récapitulatif des méthodes de détection et de leurs performances respectives en 2015. Figure extraite de Perryman (2014) et mise à jour par Michael Perryman.

périodique. Ce signal, nous l'avons évoqué, peut être une baisse de luminosité par exemple, mais aussi une anomalie dans un signal périodique émis de l'étoile. Quelques exemples d'autres méthodes sont cités dans cette section.

Chronométrage des pulsars. Un pulsar est une étoile à neutron (étoile de rayon typiquement semblable à celui de la Terre, mais de masse généralement similaire à celle du Soleil, donc un objet très dense) vestige d'une supernova. Ces objets sont en rotation rapide et émettent des ondes dans le domaine radio. Cette rotation est si régulière que ces objets sont souvent utilisés comme des horloges. La mesure d'infimes variations dans la période de l'émission de pulsar peut ainsi dévoiler de petits mouvements de celui-ci causés par la présence d'une planète. Les premières planètes extra-solaires ont été découvertes grâce à des observations réalisées en 1990 avec le radiotélescope d'Arecibo. Deux planètes sont d'abord trouvées en orbite à moins de 0,4 UA autour du pulsar milliseconde PSR 1257+12, situé à mille années-lumière du Système solaire (Wolszczan & Frail, 1992). En 1994, une planète supplémentaire est trouvée (Wolszczan, 1994). Deux des trois planètes détectées sont d'une masse proche de celle de la Terre ($4,3 M_{\oplus}$ et $3,9 M_{\oplus}$, voir Konacki & Wolszczan (2003) pour une mesure de la masse réelle).

Chronométrage de pulsations. De même qu'avec les pulsars, de discrètes variations dans l'activité périodique d'étoiles variables permettent la détection de planètes. C'est ainsi que la planète V391 Peg b de $3,2 M_J$ a été détectée à 1,7 UA d'une étoile variable (Silvotti et coll., 2007).

Transit Timing Variations (TTV). Cette méthode consiste à détecter de très légères variations (avances ou retards) de la période d'un transit qui s'expliqueraient par une interaction gravitationnelle à plusieurs corps. Potentiellement, cette méthode pourrait permettre la détection des

planètes de la masse de la Terre, car la précision requise pour atteindre cet objectif porte sur la mesure de durées qu'il est possible de réaliser avec des horloges modernes d'une grande précision. Un exemple d'une telle détection est la planète Kepler-19b de période orbitale 9,3 jours et de masse inférieure à $20,3 M_{\oplus}$ (Ballard et coll., 2011).

À la recherche d'exoplanètes par microlentilles

Sommaire

2.1	Lentilles et microlentilles gravitationnelles	25
2.2	Réseaux d'alerte et suivi des cibles	27
2.3	Section efficace et taux d'événements	29
2.4	Les microlentilles dans la détection de planètes extra-solaires	31

2.1 Lentilles et microlentilles gravitationnelles

L'EFFET DE LENTILLE GRAVITATIONNELLE désigne la capacité que les objets qui peuplent l'Univers ont de modifier la trajectoire de la lumière, rectiligne dans le vide. À la manière de l'eau d'un lac dans lequel on plonge un bout de bois et qui nous apparaît alors cassé, une galaxie, une étoile, une planète ont cette faculté d'attirer et de courber un rayon de lumière qui passe dans son voisinage immédiat. Un tel phénomène se produit lorsque de la matière se trouve entre l'observateur et une source de lumière, par exemple lorsque deux galaxies sont alignées dans la direction d'un observateur sur Terre, ou bien encore lorsque deux étoiles sont quasiment alignées avec l'observateur. Il en résulte l'apparition de mirages de la source de lumière la plus lointaine, et ce quelle que soit la luminosité de l'objet qui fait obstacle à la propagation rectiligne des rayons lumineux entre la source et l'observateur. Ainsi, dans le premier cas l'observateur perçoit la source déformée ou dédoublée et en tout état de cause sous une forme qui peut être très différente de sa forme réelle, dans le deuxième cas il perçoit une variation de la luminosité de la source dans le temps qui peut atteindre plusieurs magnitudes en quelques semaines comme le montre la Fig. 2.1. On parle alors respectivement d'effet de lentille gravitationnelle et de microlentille gravitationnelle. Nous reviendrons en détail dans la partie II sur la description et la modélisation de ces phénomènes étonnants et sur l'émergence progressive des concepts qui leur sont associés. Précisons seulement qu'entre le moment où Einstein établit en 1936 les bases de ce qui deviendra l'effet de microlentille gravitationnelle et le moment où Liebes (1964) ou Refsdal (1964) discutent d'applications possibles il s'est écoulé presque trente années. Il faudra encore attendre vingt ans de développements techniques supplémentaires pour que soit publié un des articles fondateurs des microlentilles qui inspirera durablement le domaine, celui de Paczynski (1986).

À l'origine, il est proposé d'utiliser cette méthode pour rechercher d'éventuels halos de matière noire, composés d'objets compacts appelés les *MAssive Compact Halo Objects* (MACHO,

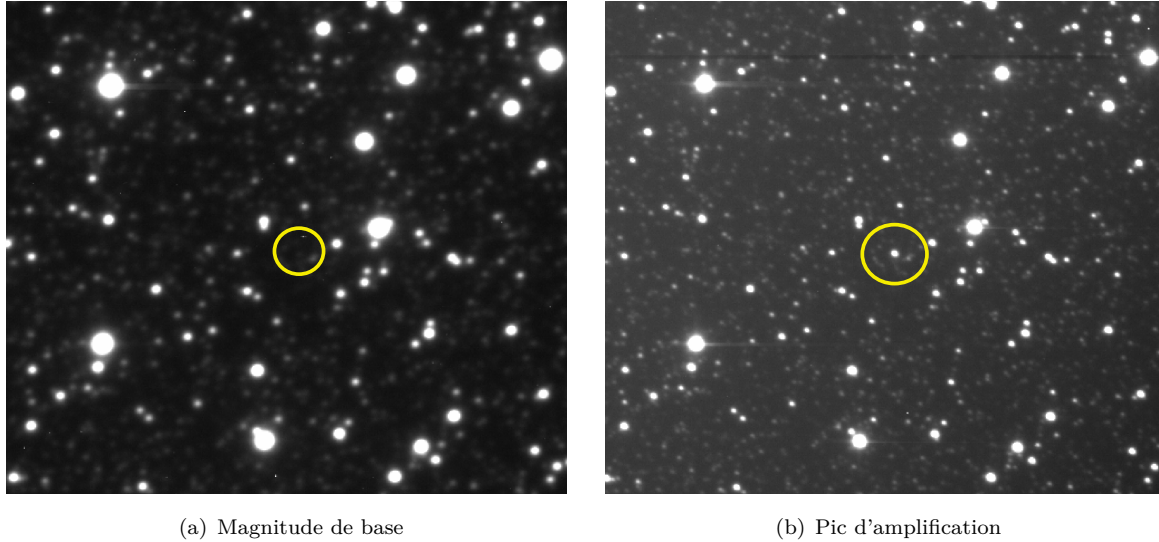


Fig. 2.1 – (a) Dans le cercle jaune se trouve la microlentille OGLE-2014-BLG-1049L, aucune source n’est particulièrement visible, la magnitude est dite de base. (b) Une nouvelle source est maintenant visible dans le cercle jaune, aussi lumineuse que les sources avoisinantes. Il s’agit de l’événement OGLE-2014-BLG-1049. Le flux de la source, invisible sur le cliché (a) est ici amplifié de presque quatre magnitudes en à peine plus de onze jours. Il s’agit d’un événement de microlentille gravitationnelle dont j’ai traité les données et que j’ai analysé au cours de ma thèse (voir § 5.8 et § A.1). Le champ est d’environ $3' \times 3'$. Ces observations ont été réalisées à Sutherland en Afrique du Sud, avec un télescope d’un mètre.

Griest, 1991). Très rapidement, le potentiel de cette méthode pour la détection de systèmes binaires dans le disque de la Galaxie a été pointé du doigt parce qu’un système multiple présente des caractéristiques très différentes d’une étoile isolée lors d’un effet de microlentille (Mao & Paczynski, 1991). Théoriquement, il est donc possible de sonder les caractéristiques des étoiles de notre galaxie. Se faisant, la possibilité de détecter des naines brunes et des planètes a bien été mentionnée. Le tout était d’arriver à détecter ces événements sachant que la probabilité pour qu’un tel effet se produise était évalué à 10^{-6} . En d’autres termes, un alignement propice se produit en moyenne pour un million d’étoiles observées. Le seul moyen d’y parvenir était donc de construire une expérience capable d’observer chaque année plusieurs millions d’étoiles (Paczynski, 1986).

Au début des années 1990, trois expériences sont montées pour mesurer la variation de la luminosité des étoiles des grand et petit nuages de Magellan : *Expérience de Recherche d’Objets Sombres* (EROS), MACHO et *The Optical Gravitational Lensing Experiment* (OGLE). Pour EROS, la première caméra utilisant des capteurs CCD (*Charge-Coupled Device*) en mosaïque fut construite. Pendant longtemps, les caméras utilisées par MACHO, puis EROS étaient les plus grandes au monde, une occasion unique pour la communauté scientifique d’étendre son expérience en matière de caméra à grand champ dont MEGACAM, installée au télescope *Canada-France-Hawaii* (CFH), a bénéficié. En 1993, les premiers effets de microlentilles gravitationnels étaient détectés par les trois expériences (Udalski et coll. (1993) pour les résultats d’OGLE, Alcock et coll. (1993) pour les résultats de MACHO, Aubourg et coll. (1993) pour les résultats d’EROS). Aujourd’hui les expériences se poursuivent dans un paysage radicalement différent. En particulier, la qualité des mesures et l’étendue des zones explorées n’ont pas cessé d’augmenter.

2.2 Réseaux d'alerte et suivi des cibles

Il existe aujourd'hui plusieurs collaborations internationales pour l'observation de microlentilles gravitationnelles. Elles ont toutes la particularité d'observer le bulbe de la Voie lactée, la zone la plus riche en étoiles et de plus grande profondeur optique gravitationnelle (voir § 2.3) pour détecter le maximum d'événements. Ces différentes collaborations se décomposent en deux catégories, celles dont l'objectif est la détection de nouveaux événements (OGLE, MOA), et celles qui effectuent un suivi de certains des événements déjà détectés (μ FUN, PLANET, MiNDSTeP et KMT Net). Chacune de ces collaborations possède des télescopes, principalement dans l'hémisphère Sud, qui permettent un suivi du bulbe galactique généralement de mars à fin novembre.

Du côté des collaborations d'alerte, OGLE utilise le télescope Warsaw de 1,3 m à Las Campanas au Chili et une mosaïque de trente-deux capteurs CCD dont le champ atteint 1,5 degrés carrés (Udalski et coll., 2015b) pour balayer chaque nuit le bulbe galactique. Une caméra grand champ permet d'augmenter la fréquence des mesures et le suivi de chaque cible de microlentille. La majorité des mesures sont réalisées en bande I, certaines en bande V pour permettre la construction d'un diagramme magnitude-couleur, très utile pour déterminer la nature de la source. OGLE est la seule collaboration réalisant systématiquement une photométrie étalonnée et permet, *a posteriori*, de corriger la photométrie obtenue par d'autres télescopes. Les données prises par OGLE sont publiées chaque jour pour que les collaborations de suivi puissent identifier les sources intéressantes et à leur tour les observer. Ce fonctionnement est absolument nécessaire pour une meilleure caractérisation (ou une caractérisation tout court) des événements observés.

La collaboration MOA, quant à elle, utilise le télescope de 1,80 m situé sur le mont John en Nouvelle-Zélande avec un champ de 2,2 degrés carrés (Yanagisawa et coll., 2000). Un second télescope plus petit réalise à proximité le suivi de certains événements choisis parmi les plus intéressants. C'est ce télescope qui a permis la découverte de la première planète extra-solaire MOA-2003-BLG-53Lb par la méthode des microlentilles (Bond et coll., 2004). Les champs observés par MOA sont pour la plupart redondants (mais pas exclusivement) avec les champs d'OGLE et permettent ainsi un meilleur suivi dans les zones les plus denses du bulbe galactique.

Du côté des collaborations qui réalisent le suivi, l'enjeu premier est l'identification des événements intéressants. Par exemple, un événement anormal, c'est-à-dire dont la courbe de lumière est asymétrique, est toujours considéré comme un événement intéressant car il est la preuve de l'existence d'un système binaire. Pour y parvenir, chacune possède ses propres outils de modélisation, ses propres critères de sélection et communique le résultat de ses investigations à l'ensemble de la communauté par l'intermédiaire de listes de diffusion. Ces collaborations sont *Microlensing Follow Up Network* (μ FUN), *Probing Lensing Anomalies Network* (PLANET), *Microlensing Network for the Detection of Small Terrestrial Exoplanets* (MiNDSTeP), *Robotic Network of telescopes* (RoboNet) et le *Korean Microlensing Telescope Network* (KMT Net). La position des principaux télescopes utilisés en 2015 par ces collaborations est indiquée sur la carte de la Fig. 2.2. Ce réseau mondial évolue d'année en année au gré des allocations de temps d'observation et de la construction de nouveaux télescopes dédiés.

La Fig. 2.3 montre l'évolution du nombre d'événements détectés depuis 1998. Environ quinze mille événements ont été suivis depuis presque vingt ans. Par ailleurs, il est particulièrement remarquable que le nombre d'événements détectés chaque année ne cesse d'augmenter. Avec cette augmentation impressionnante, la stratégie des premières saisons qui consistait à suivre le maximum d'événements n'est plus d'actualité. Aujourd'hui, la stratégie dépend des installations dont les collaborations disposent. La plupart des groupes qui font du suivi observe uniquement

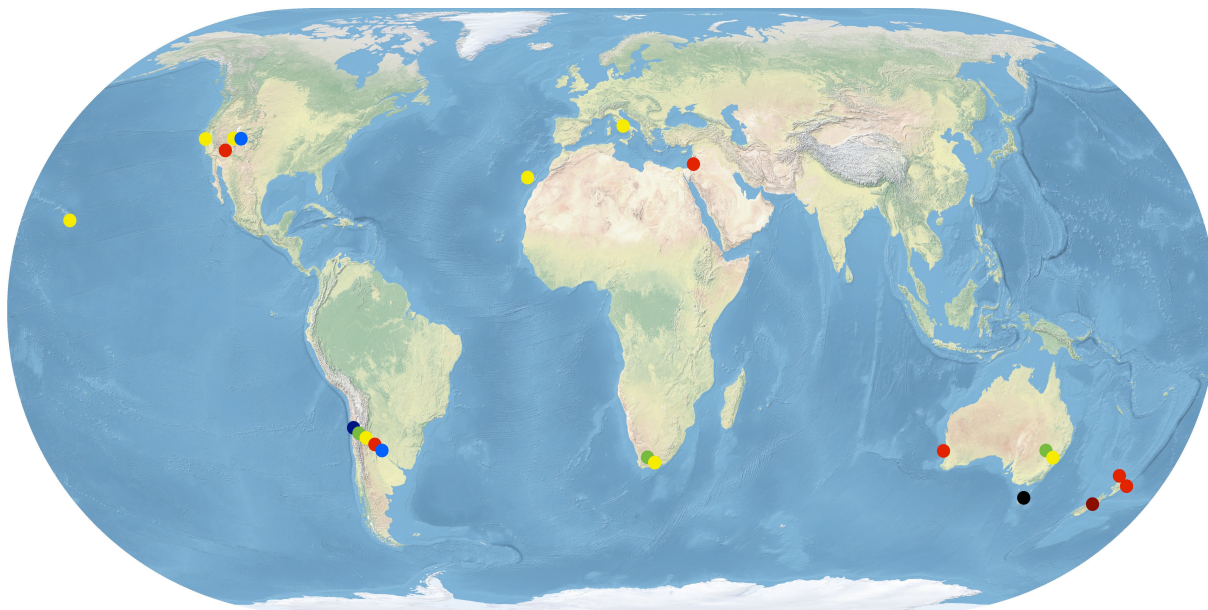


Fig. 2.2 – Cette figure représente l'emplacement des télescopes utilisés par les collaborations de microlentilles. La collaboration OGLE est représentée en bleu foncé, PLANET en noir (autrefois PLANET avait construit un réseau parmi les plus développés avec notamment un télescope à Hobart, Perth, Sutherland et à La Silla), MOA en marron, μ FUN en rouge, MiNDSTeP en bleu clair, RoboNET en jaune, KMT Net en vert. La grande majorité des mesures réalisées au sol en microlentilles provient de l'un de ces observatoires. Il faudrait y ajouter la contribution de télescopes amateurs travaillant avec μ FUN. La couverture est mondiale pour obtenir un suivi en temps réel des événements de microlentille.

les événements dus à des systèmes binaires. Grâce au partage des données, il est possible de réaliser en temps réel des modèles à l'aide d'algorithmes parfois très sophistiqués. Tant que les modèles indiquent que l'événement pourrait être de type planétaire, alors les observations se poursuivent pour affiner autant que possible les prédictions. Sinon (cas d'un système binaire d'étoiles par exemple), l'événement est délaissé au profit d'un autre. Il faut se rendre compte qu'à chaque instant la pression est énorme car les modèles en temps réel sont assez peu efficaces pour prédire l'évolution future d'un événement sur une échelle de plusieurs jours. Il existe donc tous les jours de nombreuses cibles potentiellement intéressantes.

Un type particulier d'événement normal (ne présentant aucune asymétrie) attire également l'attention des observateurs : les événements de très haute amplification. Pendant ces événements, le flux de la source est typiquement amplifié d'un facteur supérieur à la centaine. La probabilité de détection d'une planète dans ces conditions devient alors très grande (Griest & Safizadeh, 1998). De plus, si l'amplification est grande, la signature de la présence d'une planète peut être courte, ce qui exige de réaliser des mesures très rapprochées dans le temps. Dans la pratique, lorsqu'un tel événement est identifié, toutes les collaborations se concentrent dessus.

Le développement récent de réseaux de télescopes robotiques comme celui de LCOGT exploité par RoboNet a bouleversé la manière dont les observations se font. Jusqu'alors, un *homebase* sélectionnait les événements à observer pour chaque site susceptible de réaliser des mesures tous les jours. Lorsque les télescopes sont automatisés, il n'est plus question de réaliser nous-même les observations. Un *Day Operator* est désigné et doit gérer depuis son bureau les observations qui sont réalisées de manière continue par une douzaine de télescopes répartis sur tous les continents (USA, Chili, Afrique du Sud, Australie). J'ai eu la chance de rejoindre à la fin de l'année 2014 la collaboration RoboNet et d'endosser ce rôle durant deux semaines. Après

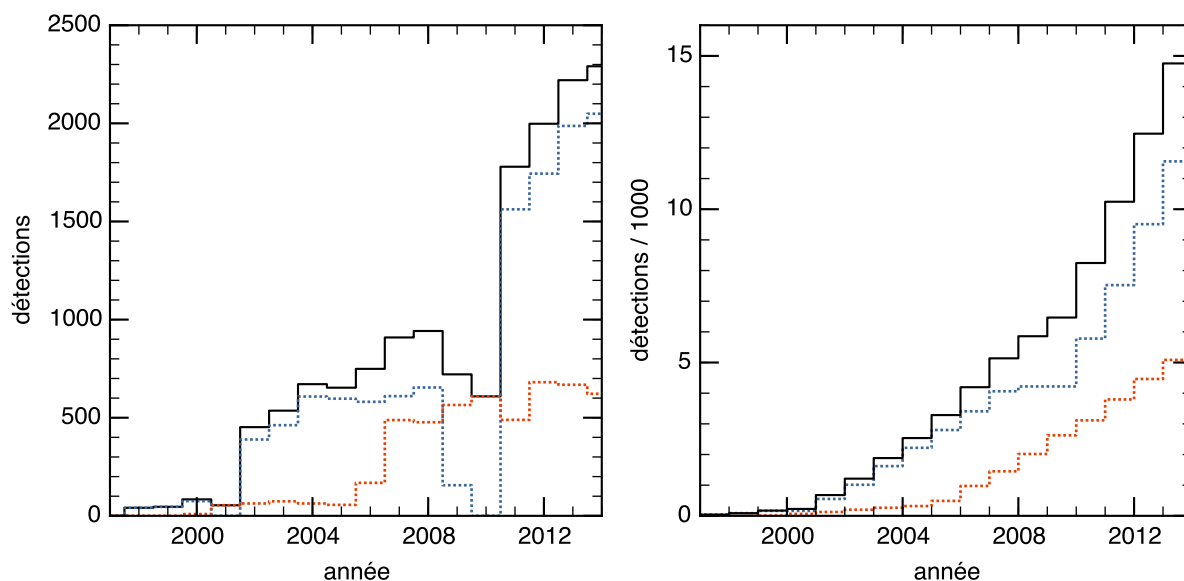


Fig. 2.3 – Nombre d'événements détectés par la collaboration OGLE (bleu) et MOA (rouge). Le nombre total de détectons est en noir (certains événements sont détectés par les deux collaborations). La figure de gauche indique le nombre de détectons en fonction de l'année, la figure de droite correspond à la totalité des détectons cumulées depuis 1998. En 2006, MOA change de caméra, abandonne MOA I pour MOA II. OGLE de son côté a modernisé son installation quatre fois. Une étape est franchie avec OGLE III en 2002, puis OGLE IV en 2010 (plus grand champ).

vérification du bon fonctionnement des télescopes, j'étudiais la justesse des décisions prises par les algorithmes automatiques qui assignent une priorité d'observation unique à chaque événement. Par ailleurs, la stratégie consistait à privilégier l'observation des événements intéressants mais peu observés par les autres collaborations dans le but d'éviter la redondance des mesures, favoriser la complémentarité et permettre le suivi éclairé d'un nombre maximal des cibles.

Depuis 2014, le télescope spatial Spitzer est également utilisé pendant un mois environ durant la saison d'observation pour suivre des cibles de microlentilles identifiées et permettre la mesure d'effets de parallaxe, très précieux pour déterminer la distance des objets observés. Nous reviendrons aux § 4.4.3 et § 5.8 sur cette nouvelle ère qui semble s'ouvrir dans le domaine des microlentilles gravitationnelles.

Enfin, il est particulièrement remarquable que certains astronomes amateurs participent aussi à l'effort grâce à la collaboration μ FUN. Les événements les plus brillants ont une magnitude de l'ordre de 12 et peuvent être observés par des télescopes d'une cinquantaine de centimètres de diamètre.

2.3 Section efficace et taux d'événements

Nous avons mentionné à plusieurs reprises la faible probabilité pour qu'un événement se produise. Le calcul de cette probabilité est d'une importance considérable pour la recherche de microlentilles car elle indique la probabilité de succès de toute expérience visant à détecter des microlentilles. Avant de nous lancer dans la modélisation du phénomène de microlentille gravitationnelle, déterminons ici la probabilité pour qu'une étoile donnée subisse une amplification de son flux incident, grâce à la présence d'une étoile d'avant-plan, suffisamment importante pour être détectée. Ce paragraphe reproduit en grande partie le raisonnement de Paczynski (1986).

La distance angulaire typique sur laquelle une étoile d'arrière-plan subit un effet de lentille s'appelle le rayon angulaire d'Einstein que nous notons θ_E . Cette grandeur sur laquelle nous reviendrons à de nombreuses reprises est caractéristique d'une lentille de masse M , en particulier $\theta_E \propto \sqrt{M}$. Lorsqu'une étoile d'arrière-plan se trouve exactement à une distance angulaire de la lentille égale à θ_E , nous verrons que son flux est amplifié d'un facteur 1,34. Disons donc qu'un événement de microlentille se produit lorsqu'une étoile d'arrière-plan se trouve à une distance angulaire plus petite que le rayon d'Einstein d'une étoile de premier plan. Chaque étoile lentille possède une sorte de section efficace projetée dans le ciel égal à $\pi\theta_E^2 D_1^2$ où D_1 est la distance à la lentille, ce qui correspond à un angle solide $\pi\theta_E^2$. Dans un angle solide autour d'une direction donnée pointée par un télescope, un certain nombre d'étoiles lentilles peuvent se trouver. La portion de cet angle solide dans laquelle une source peut être amplifiée dépend du nombre de lentilles qui s'y trouvent. Comme plusieurs lentilles peuvent aussi se trouver le long de la direction pointée, on parle de profondeur optique gravitationnelle τ .

Dans un volume élémentaire $\Omega D_1^2 dD_1$ correspondant au volume d'une coquille autour de cette direction, le nombre de lentilles est $n(D_1) \Omega D_1^2 dD_1$ avec n la densité de lentilles. En supposant que toutes les étoiles lentilles ont la même masse (donc le même θ_E), la profondeur optique sur la ligne de visée s'écrit

$$\tau = \frac{1}{\Omega} \int_0^{D_s} n(D_1) \Omega D_1^2 \pi \theta_E^2 dD_1 = \int_0^{D_s} n(D_1) D_1^2 \pi \theta_E^2 dD_1 \quad (2.1)$$

où D_s est la distance à la source d'arrière-plan. Comme la densité s'exprime en fonction de la masse volumique ρ en écrivant $n = \rho/M$, et que $\theta_E^2 \propto M$, il apparaît ici que la profondeur optique ne dépend que de la densité volumique de masse à une distance donnée. En développant l'intégrale précédente en y introduisant l'expression de θ_E (voir Éq. (4.2)), la profondeur optique s'écrit

$$\tau = \frac{4\pi G}{c^2} \int_0^{D_s} \rho(D_1) D_1 \frac{D_s - D_1}{D_s} dD_1 \approx \frac{2\pi G \rho_0 D_s^2}{3c^2}. \quad (2.2)$$

Ce raisonnement est très simplifié puisque nous avons supposé que toutes les étoiles sources étaient à la même distance et que la densité volumique de masse était constante sur toute la ligne de visée, ce qui est une approximation grossière. En prenant une valeur typique au voisinage solaire $\rho_0 = 5 \times 10^{-2} \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-3}$ (Chabrier, 2002) et une source dans le bulbe de la galaxie $D_s = 8 \text{ kpc}$, on trouve $\tau \approx 3,2 \times 10^{-7}$. En réalité, l'estimation de la profondeur optique en direction du centre galactique par les observations donne une valeur presque dix fois supérieure (Sumi et coll., 2013). D'autre part, remarquons que l'Éq. (2.2) indique immédiatement la configuration la plus probable pour qu'un événement de microlentille se produise : en écrivant le terme $D_1(D_s - D_1)/D_s = x(1 - x) D_s$ où l'on définit $x = D_1/D_s$ et en remarquant que la fonction $x \mapsto x(1 - x)$ atteint son maximum en $x = 0,5$, il apparaît que pour une densité donnée, la valeur de la profondeur optique est maximale si la lentille se trouve à mi-chemin entre l'observateur et la source.

Considérons maintenant une lentille en mouvement par rapport à une source d'arrière-plan. Le mouvement propre de la lentille par rapport à la source est μ_{rel} . Ainsi, la surface dans laquelle une source peut être amplifiée au cours du mouvement relatif de la lentille par rapport à la source est $2\theta_E \mu_{\text{rel}} \Delta t$ où Δt est l'intervalle de temps sur lequel nous voulons évaluer la probabilité d'un événement. En notant t_E le temps que met la source pour traverser une distance angulaire θ_E , le nombre d'événements observés s'écrit

$$\Gamma \Delta t = \frac{2}{\Omega} \int_0^{D_s} n(D_1) \mu_{\text{rel}} \Delta t \theta_E \Omega D_1^2 dD_1 = \frac{2 \tau \Delta t}{\pi t_E}, \quad (2.3)$$

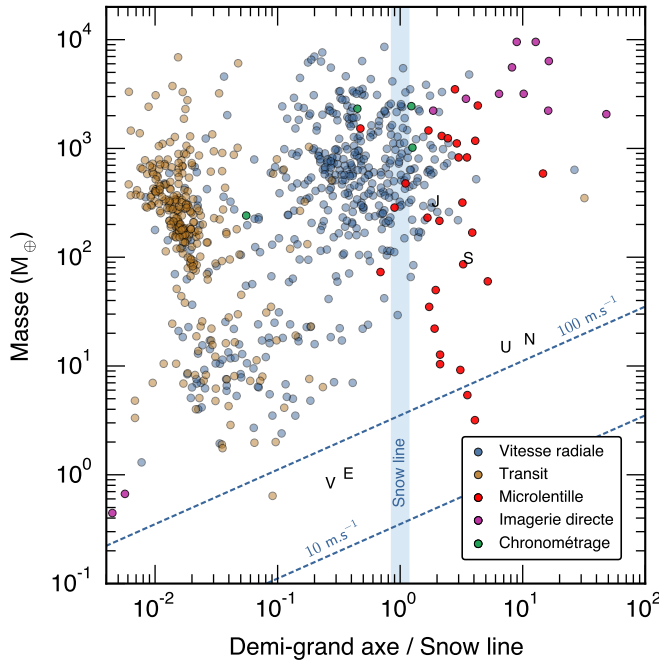


Fig. 2.4 – Ce diagramme représente la masse (en masse terrestre) en fonction de la position des planètes par rapport à ligne des glaces (la limite de condensation des glaces), la *snow line*. Chaque couleur correspond à une méthode de détection particulière. Les données de l'*Open Exoplanet Catalogue* (Rein, 2012) ont été utilisées pour construire ce diagramme. La première lettre des planètes du Système solaire est placée sur la figure. Les lignes pointillées représentent la limite de détection associée à la méthode des vitesses radiales.

en définissant le taux d'événements de microlentille Γ , et après identification. Il vient finalement $\Gamma = 2\tau/(\pi t_E)$. Ce calcul est aussi simplifié mais cette fois-ci en prenant une valeur $\tau = 10^{-6}$ proche des observations, et en estimant la durée d'un événement à un mois (voir § 4.4.1 pour une évaluation de t_E justifiée) le taux d'événements s'écrit

$$\Gamma \approx 9 \cdot 10^{-6} \left(\frac{\tau}{10^{-6}} \right) \left(\frac{t_E}{30 \text{ jours}} \right)^{-1}. \quad (2.4)$$

Ceci signifie qu'une source située à la distance du bulbe galactique subit un effet de microlentille en moyenne une fois tous les trois millions d'années. C'est peu ! Mais si nous observons plusieurs millions d'étoiles par an, alors plusieurs événements doivent être détectés. D'où l'importance de pointer les télescopes vers les zones les plus densément peuplées d'étoiles et de plus grande profondeur optique gravitationnelle dans la Voie lactée, c'est-à-dire le bulbe galactique.

2.4 Les microlentilles dans le paysage des méthodes de détection de planètes extra-solaires

La méthode des microlentilles gravitationnelles présente certains avantages uniques par rapport aux autres techniques employées pour détecter des planètes. Pour cette raison, elle est devenue au fil des années et de ses succès une méthode complémentaire dans l'exceptionnel paysage des moyens de détecter la présence de planètes autour d'étoiles (voir par exemple la *Gallery of Planet Hunters* de Bhattacharjee & Clery (2013)). La singularité de cette méthode est le fait qu'elle s'applique à détecter une planète par l'effet gravitationnel d'une planète sur la propagation de la lumière d'une source indépendante du système planétaire en lui-même. Nullement besoin de recevoir de photons de la planète ou de l'étoile. La méthode des microlentilles a une sensibilité accrue aux planètes de faible masse situées au-delà de la ligne des glaces et sur des grandes orbites. Il s'agit de son domaine de sensibilité « nominal ». Elle permet aussi la détection d'astres errants et présente une sensibilité très grande vis-à-vis des propriétés de l'étoile-hôte. Les planètes sont détectées à des distances galactiques et peuvent être impliquées dans des systèmes multiples.

La présence d'une planète est détectée dans une courbe de microlentille lorsque les images que l'étoile-hôte seule forme de la source subissent l'effet gravitationnel de la planète. Ces images se forment toujours à une distance angulaire de l'étoile correspondant à une distance projetée de 0,5–10 UA, donc typiquement dans la région correspondant à l'orbite de Jupiter dans notre Système solaire. De manière générale, la zone de sensibilité maximale aux planètes par microlentille se situe au voisinage extérieur de cette zone du disque proto-planétaire où la température est inférieure à la température de sublimation de l'eau, la ligne des glaces (Gould & Loeb, 1992). Dans cette zone, les théories de formation planétaire prévoient une densité de noyaux denses particulièrement élevée. Par conséquent, il pourrait s'agir d'une région dans laquelle les scénarios d'accrétion sont les plus favorables, certains suggérant même que les planètes géantes gazeuses s'y formeraient (Lissauer, 1987). En adoptant la relation $2,7 \text{ UA } (M/M_\odot)$ pour la distance à laquelle se trouve cette limite (Kennedy & Kenyon, 2008), nous trouvons que les microlentilles sondent typiquement les planètes se situant à deux ou trois fois la position de cette limite, ce qui en fait une technique intéressante pour explorer de nouvelles zones de l'espace des paramètres. La Fig. 2.4 indique la position des détections par microlentille en rouge par rapport à la ligne des glaces.

Les pics planétaires dans les courbes de lumière peuvent être arbitrairement grands et ne dépendent pas de la masse de la planète. Leur amplitude dépend de la trajectoire apparente de la source vis-à-vis des caustiques¹ que la présence de la planète crée. Ces zones de très forte amplification du flux de la source ont une taille qui dépend de la masse de la planète, M_p ; la probabilité de détection d'une planète a tendance à diminuer lorsque la masse de la planète diminue $\propto \sqrt{M_p}$. La durée de la perturbation planétaire dans la courbe de lumière de l'événement devient aussi plus courte, donc plus difficilement détectable. De plus si le rayon de l'étoile source est trop grand, les effets caractéristiques de la présence de la planète sont en quelque sorte dilués par la source. En particulier, les sources du *Red Giants clump*² (RGC) ont tendance à diminuer de manière importante les signaux planétaires de planètes dont la masse est typiquement inférieure à cinq masses terrestres (Bennett & Rhie, 1996). Pour des sources de la séquence principale dans le bulbe galactique, ces effets sont moins gênants pour des planètes dont la masse est similaire à celle de la Terre et autorisent la détection d'objets dont la masse peut atteindre celle de Mars ou même à peine quelques masses lunaires à condition que la source soit suffisamment petite et la configuration géométrique favorable (Bennett & Rhie, 1996 ; Han et coll., 2005).

Du point de vue de la distance orbitale, le maximum de sensibilité des microlentilles est obtenu lorsque la séparation projetée entre l'étoile et son compagnon est de l'ordre du rayon d'Einstein r_E , longueur caractéristique d'un événement de microlentille. La séparation angulaire correspondant à r_E pour un observateur sur Terre est le rayon angulaire d'Einstein θ_E . Les planètes à une distance beaucoup plus petite que r_E sont difficilement détectables, car les mirages de la source qui se trouvent à l'intérieur³ du rayon d'Einstein ont tendance à disparaître dès que le rayon de l'étoile-source est trop grand. À l'inverse, les planètes qui se trouvent à une séparation plus grande que r_E sont plus facilement détectables. La probabilité de détection d'une

1. Zones dans lesquelles le flux de la source est le plus amplifié. Une définition plus rigoureuse est donnée dans la partie traitant de la modélisation théorique des microlentilles.

2. Le RGC est une zone du diagramme de Hertzsprung-Russell dans laquelle se trouvent des étoiles géantes rouges dont la principale source d'énergie est la fusion nucléaire de l'hélium en carbone au centre et la fusion de l'hydrogène en couche autour du cœur. Ces étoiles sont plus lumineuses que les étoiles de même température appartenant à la séquence principale.

3. Il s'agit des images mineures dont nous discutons dans la partie traitant de la modélisation des microlentilles. En particulier, l'amplification de l'image mineure tend vers zéro lorsque l'effet de microlentille disparaît alors que l'image majeure qui se trouve à l'extérieur du rayon d'Einstein ne disparaît jamais.

planète à grande séparation décroît avec la distance, mais reste non nulle. Par exemple, pour des événements dont l'étoile est aussi détectée (c'est-à-dire qu'une courbe de lumière créée par l'étoile est effectivement observée), la probabilité de détection à grande séparation est proportionnelle à $q^{1/2}/s$, où q est le rapport de masse entre la planète et l'étoile et s est la séparation projetée (Di Stefano & Scalzo, 1999).

Les objets autour desquels les microlentilles permettent de détecter des planètes ont des caractéristiques très variées allant des planètes liées, ou non, jusqu'aux trous noirs en passant par les étoiles (voir par exemple Sumi et coll. (2011)).

Une caractéristique intéressante du phénomène de microlentille émerge également de la distribution de probabilité des distances auxquelles se trouvent les étoiles-lentilles. Pour une source donnée, bien qu'elle diminue aux très petites et très grandes distances, cette probabilité reste tout de même très grande. Les lentilles sont dans la pratique trouvées dans l'intervalle 1–8 kpc. La méthode des microlentilles offre donc une opportunité unique de déterminer la distribution de planètes autour d'étoiles d'une grande variété et partout dans la Galaxie, entre le Système solaire et le bulbe galactique. Un inconvénient toutefois est la quantité très limitée d'informations qu'il est possible de connaître sur la planète découverte : dans le meilleur des cas, la masse, le rapport de masse entre la planète et son étoile, la distance projetée et la vitesse de rotation de la planète projetée dans le plan du ciel sont mesurées. Souvent les lentilles sont trop peu lumineuses (car trop éloignées) pour être observées une fois séparées de la source, plusieurs années après l'événement, afin par exemple de réaliser des mesures spectroscopiques.

Enfin, les microlentilles permettent de découvrir des systèmes multiples comme le système OGLE-2006-BLG-109Lb. Dans ce système, l'étoile est une étoile M située à une distance de 1,51 kpc. Deux planètes ont été détectées de masse $0,73 M_J$ et $0,27 M_J$ respectivement à 2,3 UA et 4,5 UA (Gaudi et coll., 2008 ; Bennett et coll., 2010). Ramené à la position de la ligne des glaces, ce système est très analogue en terme de masse et distance aux planètes Jupiter et Saturne de notre Système solaire. Un autre système multiple très récemment découvert démontre le potentiel de cette technique. La lentille est composée d'une planète d'environ $0,7 M_{\oplus}$ en orbite (à la distance projetée de 0,34 UA) autour d'une naine brune, cette dernière étant très probablement en orbite (à la distance projetée de 1,7 UA) autour d'une étoile de faible masse (Udalski et coll., 2015a). Ce système se trouve à 490 pc de la Terre en direction du bulbe galactique. Par extension, cette découverte ne peut que nous évoquer l'architecture d'un système composé d'une étoile, d'une planète et d'une lune. En théorie, un tel système pourrait être détecté par microlentille et le sera très probablement un jour.

À présent, partons à la chasse aux planètes et aux naines brunes !

Deuxième partie

Modélisation du phénomène de microlentille gravitationnelle

Propagation de la lumière dans l'Univers

Sommaire

3.1	Introduction	37
3.2	Équation des géodésiques	38
3.3	Choix d'une métrique d'espace-temps	39
3.4	Trajectoire des photons au voisinage d'une étoile	42
3.5	Notion d'optique gravitationnelle	44

3.1 Introduction

LA LONGUE ÉLABORATION des théories relatives à la nature de la lumière représente un fil conducteur qui permet de comprendre comment s'est construite la physique moderne. C'est en effet le long de ce fil que se trouvent les conceptions ondulatoire et corpusculaire du rayonnement, la formulation de l'électromagnétisme et bien sûr les théories de la Relativité Restreinte et Générale, sans oublier la naissance de la Mécanique Quantique. L'étude de la lumière avait quelque chose d'agaçant en ce sens que sa description physique ne s'accommodait pleinement d'aucune théorie. Sans doute est-ce la raison pour laquelle elle a conduit aux plus grandes avancées conceptuelles.

En astrophysique, la lumière revêt un rôle particulier. Tout à la fois indicateur de température, de composition, de forme, de position, de vitesse, etc. elle constitue presque le seul vecteur d'information qui nous parvient des objets qui peuplent l'Univers. Une bonne compréhension de l'interaction du rayonnement avec tout type de milieux est donc indispensable, et constitue un préalable à toute interprétation. Dans ce travail de thèse, il n'est pas question d'exploiter une interaction directe « par contact » entre lumière et matière, ce que décrit admirablement la Mécanique Quantique, mais plutôt de s'intéresser au comportement de la lumière lorsqu'elle traverse le champ de gravité d'un astre, comme celui dont une étoile est à l'origine.

S'appuyant sur la théorie corpusculaire de la lumière, et sur la loi universelle de l'attraction gravitationnelle découverte par Newton au XVII^e siècle, les astucieux travaux menés par Soldner en 1801 (Soldner, 1804) le conduisent à conclure qu'un rayon lumineux frôlant la surface du Soleil serait dévié d'un angle de $0,84''$. La déviation prévue est tellement faible que Soldner conclut que l'effet est totalement négligeable et en effet, pour l'époque, l'effet était très difficile à observer. L'étude la plus aboutie sur le sujet est sans conteste celle proposée par Einstein et la théorie de la Relativité générale en 1916, dans laquelle la lumière occupe une place centrale et

permet d'interpréter l'existence de mirages gravitationnels en introduisant la notion de lentille gravitationnelle par analogie à un montage optique dont la fonction est de modifier la trajectoire de la lumière. Dans cette section, nous retrouvons le raisonnement qui conduit à l'équation qui régit la trajectoire d'un photon et l'expression de la déviation d'un rayon lumineux par une étoile dont découle l'équation des lentilles sur laquelle repose le travail présenté dans cette thèse. Ce chapitre s'inspire de nombreuses lectures dont en particulier Hartle (2003), Schneider (1999) et Carroll (2003).

3.2 Équation des géodésiques

Modéliser la propagation de la lumière dans l'Univers est un problème compliqué. Le Modèle Standard en propose une description grâce à la théorie de la Relativité générale d'Einstein. En formulant un certain nombre d'hypothèses, il est possible de décrire la géométrie de l'Univers en introduisant une métrique de l'espace-temps, solution de l'équation d'Einstein. Si l'Univers est considéré comme parfaitement homogène et isotrope, pour des raisons de symétrie, la lumière se propage en ligne droite. S'il existe des hétérogénéités locales, il n'y a alors aucune raison pour que la trajectoire de la lumière soit rectiligne. Par exemple, la présence d'une galaxie, ou bien d'une étoile sur le trajet d'un photon se traduit par une modification de sa trajectoire dans l'espace-temps. Comme en mécanique classique, la trajectoire d'un photon dans un milieu hétérogène se déduit d'un principe de moindre action tel que le principe de Fermat. La trajectoire ainsi identifiée est appelée une géodésique.

En Relativité générale, le principe d'équivalence traduit le champ de gravitation par une courbure associée à la métrique de l'espace-temps. Toute particule test ne subissant que l'interaction gravitationnelle se déplace sur des lignes d'univers qui correspondent à des géodésiques de l'espace-temps vis-à-vis de la métrique. L'interaction entre particules matérielles révèle l'existence d'un lien causal entre elles. Par conséquent, les lignes d'univers des particules matérielles sont des courbes de genre temps et suivent donc une géodésique de genre temps qui autorise ce lien causal. Dans le cas d'une métrique de signature $(-, +, +, +)$ (nous adoptons cette convention dans la suite), une géodésique de genre temps est une ligne d'univers \mathcal{L} qui rend maximale la distance entre deux points. Le carré de l'intervalle spatio-temporel ds^2 le long d'une ligne d'univers de genre temps est par définition strictement négatif. Le temps propre le long de la ligne d'univers considérée \mathcal{L} entre deux événements A et B de l'espace-temps est alors défini par

$$\tau(A, B) \stackrel{\text{déf.}}{=} \int_{\tau_A}^{\tau_B} d\tau = \frac{1}{c} \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} [-g(\mathbf{v}(\lambda), \mathbf{v}(\lambda))]^{1/2} d\lambda, \quad (3.1)$$

avec \mathbf{v} le vecteur tangent à \mathcal{L} associé au paramétrage $\mathcal{P}(\lambda)$. Ainsi, rendre maximale la distance entre deux points est équivalent à rendre maximal le temps propre entre ces deux points de l'espace-temps. Ce raisonnement est exactement celui qui est énoncé par le Principe de Fermat, cette fois-ci avec un intervalle spatio-temporel négatif (ce qui explique pourquoi c'est le temps propre maximal qui est recherché ici). Appelons (x^α) un système de coordonnées au voisinage de \mathcal{L} paramétrée par λ . Dans ce système de coordonnées, le temps propre s'écrit

$$\tau = \frac{1}{c} \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} [-g_{\alpha\beta} \dot{x}^\alpha \dot{x}^\beta]^{1/2} d\lambda, \quad (3.2)$$

où la notation point correspond à la dérivation par rapport au paramètre λ . En mécanique newtonienne, l'extremum de l'action est déterminé en résolvant les équations d'Euler-Lagrange, qui toutes donneraient dans le cas d'une particule libre le principe fondamental de la dynamique

$$\frac{du^\alpha}{d\tau} = 0, \quad (3.3)$$

où (u^α) sont les coordonnées de la vitesse de la particule. De la même manière, en Relativité générale les géodésiques sont déterminées en résolvant les équations d'Euler-Lagrange avec pour lagrangien $L(x^\alpha, \dot{x}^\alpha) = [-g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu]^{1/2}$ des coordonnées généralisées $(x^\alpha, \dot{x}^\alpha)$. Ainsi, l'intégrale (3.2) est extrémale si et seulement si les coordonnées généralisées vérifient les équations d'Euler-Lagrange,

$$\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\alpha} \right) - \frac{\partial L}{\partial x^\alpha} = 0. \quad (3.4)$$

Après quelques calculs d'algèbre linéaire, ce système d'équations s'écrit

$$\ddot{x}^\alpha + \Gamma^\alpha_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = \frac{1}{L} \frac{dL}{d\lambda} \dot{x}^\alpha \quad \text{avec} \quad \Gamma^\alpha_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\alpha\sigma} \left(\frac{\partial g_{\sigma\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} \right), \quad (3.5)$$

les symboles de Christoffel de la métrique \mathbf{g} correspondant au système de coordonnées choisies (x^α) . L'équation (3.5) est la forme la plus générale de l'équation des géodésiques de genre temps. En particulier, elle ne dépend pas du système de coordonnées choisi. De plus, les composantes de la 4-vitesse \mathbf{u} sont $u^\alpha \stackrel{\text{déf.}}{=} \dot{x}^\alpha / c$ par définition, ce qui donne par construction $\langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle = g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu = -1$. Par conséquent, si le temps propre est choisi comme paramètre, le lagrangien se simplifie et s'écrit $L = c$. L'équation des géodésiques paramétrée par le temps propre s'écrit donc tout simplement

$$\ddot{x}^\alpha + \Gamma^\alpha_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 0. \quad (3.6)$$

En réalité, il est toujours possible de trouver une paramétrisation affine pour laquelle les équations (3.5) s'écrivent (3.6), sans perdre en généralité. Une démonstration de cette propriété est faite par exemple par Hartle (2003).

Contrairement aux particules matérielles qui se déplacent le long de géodésiques de genre temps, les photons se déplacent le long de géodésiques de genre lumière, c'est-à-dire tel que $ds^2 = 0$. Il n'est donc plus possible d'utiliser comme paramètre le temps propre puisque l'écart de temps propre entre deux événements quelconques est nul. En vertu du principe d'équivalence, il s'agit de trouver une généralisation des équations (3.5) qui se réduit à l'équation $du^\alpha/d\lambda = 0$ (par analogie avec le système d'équations (3.3)) dans un référentiel local inertiel et qui soit indépendante du système de coordonnées choisi. Les équations (3.5) vérifient tous ces critères et seront utilisées pour définir les géodésiques de genre lumière. De plus, en choisissant une paramétrisation affine, les équations des géodésiques (3.5) se simplifient en (3.6).

L'équation des géodésiques (3.6) se déduit donc d'un principe de moindre action. Le choix de la métrique \mathbf{g} détermine entièrement la géométrie de l'espace-temps et, en vertu de l'équation (3.6), la trajectoire suivie par un photon.

3.3 Choix d'une métrique d'espace-temps

La métrique de l'espace-temps contient toute l'information sur l'astre à l'origine de la déviation d'un photon, si bien que la métrique à adopter dépend de la physique de la lentille que nous souhaitons modéliser. Comme nous le verrons plus loin, le phénomène de microlentille gravitationnelle étudié dans cette thèse résulte de l'alignement de deux étoiles de la Voie lactée. Le choix de la métrique est donc guidé par la volonté de modéliser la géométrie de l'espace-temps au voisinage d'une étoile, caractérisée par une masse, un rayon, et une forme globalement sphérique (les étoiles en rotation rapide sont aplaties aux pôles, mais nous ne tiendrons pas compte de cet effet qui ne dépasse qu'exceptionnellement la limite de Roche fixant le rapport entre les rayons équatorial et polaire à 3/2).

Si l'Univers est considéré comme homogène et isotrope, sa géométrie est donnée par la métrique de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker, et les effets de lentille gravitationnelle s'interprètent alors comme résultant d'une répartition non homogène de la masse à l'échelle locale. Une première approche consiste à laisser de côté le problème de l'expansion de l'Univers, donc l'aspect dynamique de cette métrique qui devient alors la métrique de Schwarzschild, solution statique dans le vide de l'équation d'Einstein pour un corps isolé à symétrie sphérique qui représente ici la lentille. Cette hypothèse est toute naturelle puisque les étoiles de notre galaxie sont liées par l'interaction gravitationnelle (une autre manière de justifier cela est de calculer la vitesse de récession v_e de l'autre bout de la Voie lactée à environ $d = 16$ kpc due à l'expansion de l'Univers, $v_e = H_0 d \approx 4.10^{-3} \text{ km s}^{-1}$, valeur négligeable par rapport aux vitesses relatives des objets dans la Voie lactée). Cette solution de l'équation d'Einstein peut se définir par l'existence d'un système de coordonnées (ct, r, θ, φ) , dans lequel les composantes $g_{\alpha\beta}$ du tenseur métrique s'écrivent

$$g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (3.7)$$

où G désigne la constante gravitationnelle, M la masse du corps considéré et c la célérité de la lumière dans le vide. Dans les conventions adoptées ici la signature de la métrique est $(-, +, +, +)$. Dans cette partie, la lentille est supposée simple, c'est-à-dire composée d'un seul astre à symétrie sphérique. Un intérêt majeur de la métrique de Schwarzschild est donné par le théorème de Birkhoff qui stipule qu'elle constitue l'unique solution de l'équation d'Einstein à l'extérieur de tous les corps à symétrie sphérique, même si le corps central n'est pas statique.

Il convient de préciser, comme le rappelle Hartle (2003), que la coordonnée de Schwarzschild r ne saurait s'identifier à la distance au centre de l'objet à l'origine de la courbure de l'espace-temps. Et pour cause, les coordonnées (ct, r, θ, φ) ne sont pas les seules dans lesquelles il est possible d'écrire la métrique de Schwarzschild. En faisant le changement de variable radiale $r \mapsto \tilde{r}$ défini par

$$\forall \tilde{r} > \frac{GM}{2c^2}, \quad r = \tilde{r} \left(1 + \frac{GM}{2c^2 \tilde{r}}\right)^2 \quad (3.8)$$

et en se souvenant que la loi de transformation des composantes du tenseur métrique associée à un changement de coordonnées $(x^\alpha) \mapsto (x^{\alpha'})$ est

$$g_{\alpha'\beta'} = g_{\alpha\beta} \frac{\partial x^\alpha}{\partial x^{\alpha'}} \frac{\partial x^\beta}{\partial x^{\beta'}}, \quad (3.9)$$

les composantes du tenseur métrique s'écrivent dans le système de coordonnées dit isotrope $(ct, \tilde{r}, \theta, \varphi)$,

$$g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = - \left(\frac{1 - \frac{GM}{2c^2 \tilde{r}}}{1 + \frac{GM}{2c^2 \tilde{r}}} \right)^2 c^2 dt^2 + \left(1 + \frac{GM}{2c^2 \tilde{r}}\right)^4 \left[d\tilde{r}^2 + \tilde{r}^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]. \quad (3.10)$$

Quelle est l'importance relative des différents termes qui interviennent dans la métrique?

Dans l'étude des microlentilles gravitationnelles, il est souvent justifié de réaliser plusieurs simplifications. L'effet étudié étant celui d'une étoile, le champ gravitationnel newtonien ψ est faible en valeur absolue devant c^2 . Ce champ s'identifie pour les grandes valeurs de la coordonnée radiale à $\psi(r) = -\frac{GM}{r}$ et permet d'interpréter le M qui intervient dans la métrique de Schwarzschild comme la masse de l'astre à l'origine du phénomène. En écrivant à nouveau

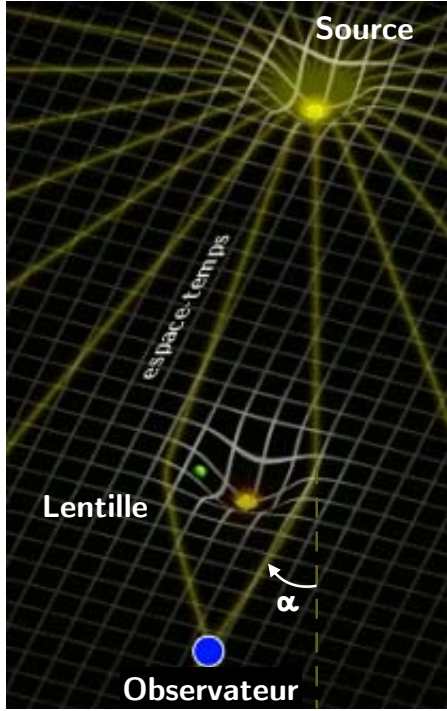


Fig. 3.1 – La lumière d’une étoile source est déviée par la lentille, potentiellement formée d’un système planétaire. Les rayons lumineux déviés d’un angle α sont rabattus vers l’observateur qui perçoit une augmentation de la luminosité de l’étoile lointaine. Loin d’une étoile, l’espace-temps plat est décrit par la métrique de Minkowski. Au voisinage d’une étoile ou d’une planète, la métrique de Schwarzschild décrit la courbure de l’espace-temps. *Adaptation d’un extrait d’une vidéo réalisée par le JPL/Caltech (2015).*

l’équation (3.10),

$$g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = - \left(\frac{1 + \frac{\psi(\tilde{r})}{2c^2}}{1 - \frac{\psi(\tilde{r})}{2c^2}} \right)^2 c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{\psi(\tilde{r})}{2c^2} \right)^4 \left[d\tilde{r}^2 + \tilde{r}^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right], \quad (3.11)$$

il apparaît que dans le cadre de cette approximation, le terme à l’origine de la courbure de l’espace-temps est un terme perturbatif. Montrons que pour les étoiles qui peuplent notre galaxie, l’équation (3.10) peut être linéarisée. Pour cela, introduisons le paramètre de compacité Ξ (sans dimension), bien adapté pour évaluer l’importance du champ gravitationnel à la surface d’une étoile de rayon R . Il se définit par le rapport

$$\Xi \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{GM}{c^2 R} \approx 2,1 \cdot 10^{-6} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{-1}. \quad (3.12)$$

L’abondance des étoiles dans la Voie lactée en fonction de leur type a été étudiée à de nombreuses reprises et l’idée selon laquelle les étoiles naines rouges sont les objets les plus abondants dans notre galaxie (Kroupa, 2001) et de manière générale dans les galaxies spirales (van Dokkum & Conroy, 2010) semble largement acceptée. Ledrew (2001) a trouvé en particulier que 74% des étoiles de notre galaxie appartiennent à la séquence principale, et les naines blanches constitueraient quant à elle 26% de l’échantillon. Cette proportion peut tout à fait être différente dans une autre galaxie que la Voie lactée. En ordre de grandeur, pour une microlentille qui serait une naine blanche de masse typique $0,6 M_\odot$ et de rayon typique $10^{-2} R_\odot$ (voir par exemple l’étude des données SDSS par Kepler et coll. (2007)), le paramètre de compacité vaut $\Xi \approx 10^{-4}$. Un calcul similaire montre que la compacité d’étoiles de la séquence principale est encore plus petite de deux ordres de grandeur. Par ailleurs, les mouvements relatifs des astres dans la Galaxie n’excèdent pas, en ordre de grandeur, quelques 10^3 km.s^{-1} . Par exemple, la vitesse de rotation des étoiles des bras spiraux autour du centre galactique est typiquement $210 - 240 \text{ km.s}^{-1}$. Tout semble donc

indiquer que l'équation (3.10) peut être linéarisée :

$$g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \simeq - \left(1 + \frac{2\psi(\tilde{r})}{c^2}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2\psi(\tilde{r})}{c^2}\right) \left[d\tilde{r}^2 + \tilde{r}^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]. \quad (3.13)$$

Bien qu'il ne soit pas évident de donner un sens physique aux coordonnées qui interviennent dans la métrique de Schwarzschild, remarquons que pour de grandes valeurs de \tilde{r} les composantes du tenseur métrique se réduisent aux composantes de la métrique de Minkowski exprimée en coordonnées sphériques. De plus, si r et \tilde{r} sont bien distincts, il apparaît que $r \underset{+\infty}{\sim} \tilde{r}$. Aux grandes valeurs de la coordonnée radiale est donc associé un espace-temps plat, c'est-à-dire un espace-temps tel qu'il serait en l'absence du corps à l'origine de sa courbure. En d'autres termes, l'espace-temps devient plat loin de la lentille, et la propagation de la lumière rectiligne. Intuitivement, il est à présent possible de comprendre que la lumière de la source est d'autant plus déviée que ses rayons lumineux passent proche de la lentille. C'est la raison pour laquelle une analogie est souvent développée avec le domaine de l'optique, donnant le nom d'optique gravitationnelle au domaine de la physique traitant de la propagation de la lumière dans l'Univers. Mais ceci constitue aussi une grande différence avec l'optique académique traditionnelle utilisant des lentilles en verre convergentes ou divergentes qui, au contraire, ont la propriété de dévier d'autant plus les rayons lumineux que leur incidence est éloignée du centre optique. Il convient à présent de déterminer l'angle de déviation d'un rayon lumineux.

3.4 Trajectoire des photons au voisinage d'une étoile

La métrique de Schwarzschild est une solution statique à symétrie sphérique des équations d'Einstein. Son expression Éq. (3.7) dans le système de coordonnées (ct, r, θ, φ) ne dépend ni de la variable temporelle ni de la coordonnée φ . Ainsi, les transformations $ct \mapsto ct + C_1$ et $\varphi \mapsto \varphi + C_2$, avec C_1 et C_2 des constantes laissent inchangée la métrique. Deux vecteurs correspondant à ces translations sont $\xi_{(0)} = {}^t[1, 0, 0, 0]$ et $\xi_{(\varphi)} = {}^t[0, 0, 0, 1]$; ils correspondent aux deux vecteurs de Killing associés aux symétries de la métrique de Schwarzschild. La métrique ne dépendant ni de t , ni de φ , le lagrangien n'en dépend pas non plus et l'équation d'Euler-Lagrange associée à l'une ou l'autre de ces coordonnées x^γ qui n'intervient pas explicitement dans le lagrangien s'écrit

$$\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\gamma} \right) = 0. \quad (3.14)$$

Il apparaît donc que la quantité $\partial L / \partial \dot{x}^\gamma$ est conservée le long d'une géodésique, mais aussi

$$-\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\gamma} = \frac{1}{L} g_{\gamma\nu} \frac{dx^\nu}{d\lambda} = g_{\gamma\nu} \frac{dx^\nu}{d\tau} = g_{\gamma\nu} u^\nu, \quad (3.15)$$

en utilisant la définition du temps propre Éq. (3.2). D'autre part, $\langle \xi_{(0)}, \mathbf{u} \rangle = g_{\alpha\beta} \xi_{(0)}^\alpha u^\beta = g_{0\beta} u^\beta$ et $\langle \xi_{(\varphi)}, \mathbf{u} \rangle = g_{\alpha\beta} \xi_{(\varphi)}^\alpha u^\beta = g_{3\beta} u^\beta$. Par conséquent, $\langle \xi_{(0)}, \mathbf{u} \rangle$ et $\langle \xi_{(\varphi)}, \mathbf{u} \rangle$ sont des quantités conservées. Or la 4-impulsion est un vecteur tangent à la ligne d'univers de la particule, donc colinéaire à la 4-vitesse. Ainsi, les quantités $\langle \xi_{(0)}, \mathbf{p} \rangle$ et $\langle \xi_{(\varphi)}, \mathbf{p} \rangle$ sont aussi conservées le long de la ligne d'univers \mathcal{L} , comme le sont aussi les quantités définies par

$$e \stackrel{\text{déf.}}{=} -c \langle \xi_{(0)}, \mathbf{p} \rangle = -c g_{00} p^0 = c \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) p^0 \quad (3.16)$$

$$\ell \stackrel{\text{déf.}}{=} \langle \xi_{(\varphi)}, \mathbf{p} \rangle = g_{\varphi\varphi} p^\varphi = r^2 \sin^2 \theta p^\varphi \quad (3.17)$$

De plus, compte tenu de la symétrie sphérique supposée de la lentille et de la métrique de Schwarzschild, la trajectoire des rayons lumineux est contenue dans un plan qu'il est possible de choisir sans perdre en généralité, par exemple tel que $\theta = \pi/2$. Le système (3.17) permet d'écrire les composantes p^0 et p^φ en fonction de e et ℓ . La quatrième composante de l'impulsion se déduit de la condition de normalisation $\langle \mathbf{p}, \mathbf{p} \rangle = g_{00}(p^0)^2 + g_{rr}(p^r)^2 + g_{\theta\theta}(p^\theta)^2 + g_{\varphi\varphi}(p^\varphi)^2 = 0$ (le 4-vecteur impulsion du photon est du genre lumière), avec \mathbf{g} diagonale :

$$(p^r)^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \frac{\ell^2}{r^2} = \frac{e^2}{c^2}. \quad (3.18)$$

Comme ℓ est une constante le long d'une géodésique, il est toujours possible de choisir un paramètre λ tel que $\mathbf{p} = \ell \mathbf{u}(\lambda)$, de sorte que l'équation précédente se mette sous la forme

$$\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 + U_{\text{eff}}(r) = \frac{1}{b^2}, \quad \text{avec} \quad U_{\text{eff}}(r) = \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \quad \text{et} \quad b^2 = \frac{\ell^2 c^2}{e^2}. \quad (3.19)$$

La partie radiale de la trajectoire du photon obéit à une équation du mouvement unidimensionnelle dans un potentiel effectif U_{eff} . La distance minimale r_b d'approche se déduit de (3.19) en imposant $\dot{r} = 0$, et vérifie la relation

$$\frac{1}{r_b^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r_b}\right) = \frac{1}{b^2}. \quad (3.20)$$

En écrivant $d\phi/dr = \dot{\phi}/\dot{r}$ on obtient finalement

$$\frac{d\phi}{dr} = \pm \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{b^2} - \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \right]^{-1/2}. \quad (3.21)$$

La variation totale de l'angle φ lors du trajet du photon est obtenue en intégrant l'équation précédente :

$$\Delta\varphi = - \int_{+\infty}^{r_0} \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{b^2} - \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \right]^{-1/2} + \int_{r_0}^{+\infty} \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{b^2} - \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \right]^{-1/2} \quad (3.22)$$

$$= 2 \int_{r_0}^{+\infty} \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{b^2} - \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \right]^{-1/2} \quad (3.23)$$

Pour résoudre cette intégrale, nous remplaçons $1/b^2$ par l'expression du paramètre r au point de plus grande approche donné par l'équation (3.19) et nous réalisons le changement de variable $x = r_b/r$. Ainsi,

$$\Delta\varphi = 2 \int_0^1 \frac{1}{r_b^2} \left[1 - x^2 - \frac{2GM}{c^2 r_b} (1 - x^3) \right]^{-1/2} dx \quad (3.24)$$

Enfin, comme $0 < x \leq 1$, il existe un réel α tel que $0 < \alpha \leq \pi/2$ et $x = \cos \alpha$. Après quelques calculs de trigonométrie,

$$\Delta\varphi = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{r_b^2} \left[1 - \frac{2GM}{c^2 r_b} \left(\cos \alpha + \frac{1}{1 + \cos \alpha} \right) \right]^{-1/2} d\alpha \quad (3.25)$$

Cette intégrale est issue d'un calcul exact. L'argument utilisé pour linéariser la métrique de Schwarzschild est ici de faire un développement limité de l'intégrand à l'ordre un en R_S/r_b et d'écrire l'intégrale précédente sous la forme

$$\Delta\varphi \simeq 2 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{r_b^2} \left[1 + \frac{GM}{c^2 r_b} \left(\cos \alpha + \frac{1}{1 + \cos \alpha} \right) \right] d\alpha \simeq \pi + \frac{4GM}{c^2 r_b}. \quad (3.26)$$

La trajectoire est donc déviée d'un angle

$$\alpha \simeq \frac{4GM}{c^2 r_b} = \frac{2R_S}{r_b}, \quad (3.27)$$

en introduisant $R_S \stackrel{\text{déf.}}{=} 2GM/c^2$ le rayon de Schwarzschild de l'étoile jouant le rôle de lentille. La trajectoire suivie par la lumière est donc déviée par une étoile. La déviation est proportionnelle à la masse de la lentille et inversement proportionnelle à la distance minimale d'approche du photon. Par ailleurs, elle est toujours très faible. En effet,

$$\alpha \approx 8,144 \text{ mas} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \left(\frac{r_b}{1 \text{ UA}} \right)^{-1}, \quad (3.28)$$

ce qui donne un angle d'environ $1,8''$ pour un rayon qui froterait la surface du Soleil. Signalons ici l'omniprésence en microlentille du facteur numérique qui intervient dans l'équation précédente, appelé κ , défini par

$$\kappa \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{4GM_\odot}{c^2 \text{ UA}} \approx 8,144 \text{ mas}, \quad (3.29)$$

et souvent noté $\kappa \approx 8,144 \text{ mas.M}_\odot^{-1}$. Cette grandeur correspond à la valeur de l'angle de déviation d'un rayon lumineux qui arrive au niveau de la lentille à une distance d'une unité astronomique. Compte-tenu de l'utilisation permanente de cette constante dans la suite, il est opportun d'étudier l'incertitude qui lui est associée. La constante GM_\odot est aujourd'hui mesurée avec une incertitude inférieure à $10^{-8}\%$ (Folkner et coll., 2009). De même, bien que la définition de l'unité astronomique soit encore en discussion à l'*International Astronomical Union*, cette distance est connue aujourd'hui avec une incertitude de $2.10^{-9}\%$ (à trois mètres près). De manière surprenante, l'incertitude dominante est donc celle associée au facteur 4, déduit de la théorie de la Relativité générale et dont l'incertitude n'excède pas $0,3\%$ (Froeschle et coll., 1997) à l'issue de l'exploitation des données récoltées par le satellite Hipparcos. Ainsi, si la théorie de la Relativité générale n'est pas présumée exacte, $\kappa \approx 8,144 \pm 0,024 \text{ mas.M}_\odot^{-1}$. L'expression de l'angle Éq. (3.27) est la pierre fondatrice de la théorie des microlentilles gravitationnelles.

3.5 Notion d'optique gravitationnelle

L'angle de déviation Éq. (3.27) se déduit aussi d'un raisonnement plus classique équivalent à la démonstration de la section § 3.4, mais qui justifie très clairement le vocabulaire associé au phénomène de microlentille gravitationnelle. Nous proposons ci-dessous une autre manière de trouver l'angle de déviation Éq. (3.27) pour discuter la notion d'optique gravitationnelle.

Repartons de la propriété d'une géodésique de genre lumière suivante $ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = 0$ et rappelons que la symétrie sphérique de l'étoile permet de choisir $\theta = \pi/2$ sans perdre en généralité. Alors, l'Éq. (3.10) peut s'écrire

$$\left(1 + \frac{2\psi(\tilde{r})}{c^2} \right) c^2 dt^2 \simeq \left(1 - \frac{2\psi(\tilde{r})}{c^2} \right) dl^2 \quad \text{avec} \quad dl^2 = d\tilde{r}^2 + \tilde{r}^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (3.30)$$

soit encore

$$dt \simeq \frac{1}{c} \left(1 - \frac{2\psi(\tilde{r})}{c^2} \right) dl. \quad (3.31)$$

L'analogie forte entre les microlentilles et l'optique traditionnelle apparaît à travers cette équation puisque son intégration le long d'un rayon lumineux s'écrit

$$ct \simeq \int n(\tilde{r}) dl \quad \text{où l'on a posé} \quad n(\tilde{r}) = \left(1 - \frac{2\psi(\tilde{r})}{c^2} \right). \quad (3.32)$$

Cette équation est identique à celle permettant de calculer la valeur du chemin optique dans un milieu d'indice optique n variable puisque dl correspond à la distance élémentaire parcourue le long de la trajectoire d'un photon pendant dt . Tout se passe donc comme lorsqu'un morceau de sucre est placé au fond d'une cuve remplie d'eau : la concentration de sucre et la densité de l'eau décroissent du fond à la surface, ce qui a pour conséquence de courber un faisceau laser dans le même sens que le gradient d'indice (vers le fond).

Partant de la définition du chemin optique \mathcal{L} ,

$$\mathcal{L} \stackrel{\text{déf.}}{=} \int n(r) dr, \quad \text{il est possible d'écrire} \quad \nabla \mathcal{L} = n \mathbf{u} \quad (\text{équation eikonale}), \quad (3.33)$$

avec \mathbf{u} un vecteur unitaire définissant la direction de propagation de l'onde lumineuse, il est possible de montrer la relation fondamentale de l'optique géométrique grâce au principe de Fermat :

$$\frac{d}{dl} (n \mathbf{u}) = \nabla n = -\frac{2}{c^2} \nabla \psi, \quad (3.34)$$

où l désigne l'abscisse curviligne le long de la trajectoire du photon. En formulant l'hypothèse que le faisceau lumineux est très faiblement dévié, car le paramètre de compacité de la microlentille est inférieur au dixième de pour cent, il semble raisonnable de penser que la déflexion a lieu uniquement au voisinage immédiat de la microlentille. Ainsi le gradient perçu par les photons à l'approche de la microlentille s'écrit

$$\nabla \psi = -\frac{GM}{\tilde{r}^2} \mathbf{u}_r \simeq -\frac{GM}{\tilde{r}^3} \mathbf{b}, \quad (3.35)$$

où \mathbf{b} est un vecteur dont la norme correspond au paramètre d'impact de la trajectoire des photons, la direction et le sens coïncident avec ceux du vecteur \mathbf{u}_r au périhélie de la trajectoire pour de faibles déviations. Il est possible d'intégrer de l'Éq. (3.34) le long d'un rayon non dévié puisque pour de faibles angles de déviation, l'abscisse curviligne le long du rayon réel ne diffère que peu de l'abscisse curviligne le long d'un rayon rectiligne : c'est l'approximation de Born. En écrivant $\tilde{r} = \sqrt{b^2 + x^2}$, il vient par intégration de l'équation (3.34) le long d'un rayon non dévié :

$$\int_{\text{rayon incident}}^{\text{rayon dévié}} d(n \mathbf{u}) = \mathbf{u}_{\text{dévié}} - \mathbf{u}_{\text{incident}} \simeq -\frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \nabla \psi dx \simeq \frac{2}{c^2} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{GM}{(b^2 + x^2)^{3/2}} dx \right] \mathbf{b}, \quad (3.36)$$

ce qui donne après projection sur le vecteur \mathbf{b} et simplification par b :

$$\sin(\alpha) \simeq \alpha \simeq \frac{2}{c^2} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{GM}{(b^2 + x^2)^{3/2}} dx \right] \simeq \frac{4}{c^2} \left[\int_0^{+\infty} \frac{GM}{(b^2 + x^2)^{3/2}} dx \right] \simeq \frac{4GM}{c^2 b}. \quad (3.37)$$

Nous retrouvons donc l'expression de l'angle de déviation Éq. (3.27). Insistons sur le fait que cette façon de procéder n'exige aucune hypothèse supplémentaire¹ par rapport à la démonstration faite au § 3.4 ; l'hypothèse clé prend simplement deux apparences différentes selon le point de vue adopté : nous avons simplifié les calculs en intégrant le long d'un rayon non dévié, ce qui est d'autant plus vrai que la déviation est faible, c'est-à-dire que la compacité est faible ; la démonstration faite au § 3.4 réalise un développement limité à l'ordre un en R_S/b justifié, là aussi, par le fait que la microlentille est un objet de faible compacité. Ainsi, l'hypothèse d'une déviation faible est directement reliée à celle des champs faibles.

Nous venons d'introduire les concepts qui sont à la base de la modélisation des microlentilles gravitationnelles simples pour proposer une démonstration de l'expression de l'angle de déviation

1. En particulier, l'équation eikonale peut être déduite des équations de Maxwell dans un milieu linéaire et isotrope, ce qui correspond à nos hypothèses de départ compte tenu du fait que la propagation a lieu dans le vide.

d'un rayon lumineux dans le cas le plus commun d'une microlentille de faible compacité. Deux propriétés importantes sont utilisées dans la suite : la trajectoire d'un photon déviée par une étoile est contenue dans un plan passant par la lentille ; l'angle de déviation est très faible.

Modélisation physique des microlentilles gravitationnelles

Sommaire

4.1	Modélisation des microlentilles simples	47
4.1.1	Équation des lentilles simples	47
4.1.2	Position des images	50
4.1.3	Phénomène d'amplification	52
4.1.4	Notion de courbe critique et de caustique	56
4.2	Modélisation des microlentilles binaires	56
4.2.1	Équation des lentilles doubles	56
4.2.2	Position des images	58
4.2.3	Amplification	59
4.2.4	Courbes critiques, caustiques et images de la source	59
4.3	Microlentilles à N corps	64
4.4	Modélisation de la source	65
4.4.1	Mouvement apparent de la source et temps caractéristique	65
4.4.2	Taille de la source	68
4.4.3	Effets de parallaxe	69
4.4.4	Cas d'une source binaire	76
4.5	Déclinaison de courbes d'amplification	77

4.1 Modélisation des microlentilles simples

DANS cette partie, nous démontrons l'équation des lentilles simples ponctuelles et ses conséquences directes. Comme nous l'avons mentionné précédemment, d'après le théorème de Birkhoff, la seule solution de l'équation d'Einstein à l'extérieur de tous les corps à symétrie sphérique (même non statiques) est la métrique de Schwarzschild. Ainsi, dès lors que nous modélisons la lentille par un corps sphérique, il est justifié de la considérer comme ponctuelle.

4.1.1 Équation des lentilles simples

L'équation des lentilles se déduit d'une analyse géométrique de la configuration qui existe entre la source, la lentille et l'observateur lorsqu'un événement de microlentille se produit. Nous définissons la ligne de visée par la droite reliant l'observateur O à la microlentille. Qu'elle soit composée d'une

étoile isolée ou d'un système extra-solaire multiple, la zone, dans laquelle le champ gravitationnel de la lentille est important, est négligeable devant la distance de l'observateur à la lentille D_l , et de l'observateur à la source D_s (le champ gravitationnel décroît comme l'inverse de la distance au centre de l'objet, ce qui donne une zone d'influence typiquement de quelques dizaines d'unités astronomiques alors que $D_l \sim 4 \text{ kpc}$ et $D_s \sim 8 \text{ kpc}$). Ainsi, il est justifié d'introduire un « plan lentille » perpendiculaire à la ligne de visée et contenant la lentille L . De même, le plan perpendiculaire à la ligne de visée contenant la source S est appelé le plan source. La géométrie du phénomène est schématisée Fig. 4.1.

Comme représenté sur la figure Fig. 4.1, lors d'un phénomène de lentille gravitationnelle, l'observateur croit percevoir une source en S' alors que la vraie source se situe en S . L'image S' est un mirage. En pratique, il existe une multitude de rayons lumineux qui partent de la source, qui sont déviés par la lentille et qui finalement rencontrent l'observateur. Une conséquence importante de ce phénomène est l'apparition de plusieurs mirages de la source pour l'observateur. Si la lentille est composée d'une étoile isolée, alors l'observateur pourrait en théorie percevoir deux images de la source. Dans le cas d'une lentille composée de plusieurs corps, bien plus de mirages peuvent se former (dans la pratique, il s'en forme trois ou cinq exactement, voir § 4.2.4). D'une façon générale, la multiplicité des images dépend de la géométrie de la répartition de masse de la microlentille, et de la position relative de la source par rapport à la lentille. Commençons par étudier le cas d'une lentille simple, c'est-à-dire composée d'une étoile isolée.

Dans l'approximation des faibles déviations, l'analyse de la Fig. 4.1 permet d'écrire $\theta D_s - \beta D_s \simeq \alpha(D_s - D_l)$. En remarquant que $r_b \simeq \theta D_l$ et en utilisant l'expression de α issue de l'Éq. (3.27), l'équation des lentilles se met sous la forme

$$\beta \simeq \theta - \left(1 - \frac{D_l}{D_s}\right) \alpha \simeq \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta}, \quad (4.1)$$

avec

$$\theta_E \stackrel{\text{déf.}}{=} \sqrt{\frac{4GM}{c^2 D_s} \left(\frac{D_s}{D_l} - 1\right)} = \sqrt{\frac{2R_s}{D_s} \left(\frac{D_s}{D_l} - 1\right)}, \quad (4.2)$$

le rayon angulaire d'Einstein. Il apparaît immédiatement que lorsque le rapport θ/θ_E est grand, la position du mirage se confond avec la position de la source : le mirage disparaît. L'angle θ_E et la longueur correspondante $r_E = \theta_E D_l$ appelée le rayon d'Einstein sont des grandeurs clés dans la compréhension de l'effet de lentille gravitationnelle. Les photons arrivant au niveau de la lentille avec un paramètre d'impact très grand devant r_E ne seront que très faiblement déviés (le mirage et la source sont confondus), alors que si le paramètre d'impact est plus petit ou de l'ordre de r_E la déviation devient importante et les mirages ne sont plus confondus avec la source. Il est par ailleurs remarquable que cette grandeur ne dépende que de la masse de la lentille (de son rayon de Schwarzschild), de sa distance à l'observateur, et de la distance de l'observateur à la source. Nous retrouvons à travers la proportionnalité du rayon d'Einstein à la racine carrée de la masse de la lentille, l'idée que plus la lentille est massive, plus la portée du champ gravitationnel de la lentille est étendue, et plus les rayons lumineux sont déviés loin de la lentille. En faisant intervenir la constante κ introduite Éq. (3.29), le rayon angulaire d'Einstein s'écrit

$$\frac{\theta_E}{1 \text{ mas}} = \sqrt{\kappa \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{1 \text{ kpc}}{D_l} - \frac{1 \text{ kpc}}{D_s}\right)}. \quad (4.3)$$

Cette expression est présentée sous différentes formes dans les articles, parfois trompeuses lorsque les unités sont implicites. Le résultat numérique obtenu avec $\kappa = 8,144 \text{ mas}$ donne bien un angle θ_E en milliseconde d'angle. Dans la situation typique où la source est dans le bulbe de la Voie

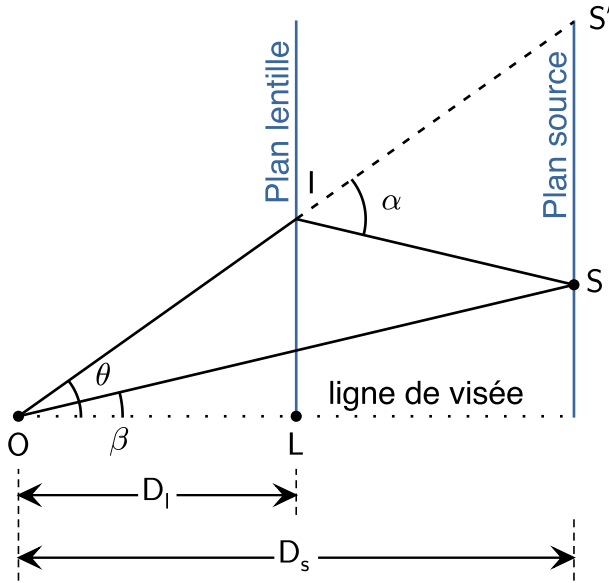


Fig. 4.1 – Position de la source S , de la lentille L et de l'observateur O lors d'un événement de microlentille. Un rayon lumineux partant de la source est dévié au voisinage immédiat de la lentille et peut ainsi être éventuellement dévié vers l'observateur.

lactée et la lentille est une naine rouge à mi-chemin entre la Terre et la source, $\theta_E \approx 0,7$ mas. Il est tout à fait remarquable que compte tenu de la répartition des étoiles dans la Galaxie, de la position de la Terre à environ 8 kpc de son cœur et de la faible probabilité pour qu'un alignement d'étoiles rende observable un phénomène de microlentille sur Terre, le facteur faisant intervenir les distances dans l'Éq. (4.3) ne varie typiquement que de 0,1 à 0,9. Ainsi, lors d'un phénomène de microlentille, le rayon angulaire d'Einstein n'excède pas quelques fractions de milliseconde d'angle.

L'équation des lentilles Éq. (4.1) n'est pas définie pour $\theta = 0$. Cette configuration très particulière correspond au cas où un rayon lumineux arrive sur la lentille avec un paramètre d'impact exactement nul. L'angle de déviation Éq. (3.27) n'est pas défini non plus et ce modèle n'est plus correct. En réalité, un tel rayon est absorbé par la lentille et n'atteint jamais l'observateur. Par ailleurs les images, mirages de la source, changent de position au gré du mouvement relatif de la source par rapport à la lentille en vertu de l'Éq. (4.1). La variation de l'angle β , décrite entièrement par sa dérivée

$$\frac{d\beta}{d\theta} = 1 + \left(\frac{\theta}{\theta_E} \right)^{-2}, \quad (4.4)$$

ne dépend que du rapport θ/θ_E qui joue un rôle fondamental dans l'équation des lentilles. Ceci apparaît de manière évidente en introduisant les grandeurs adimensionnées $\zeta = \beta/\theta_E$ et $z = \theta/\theta_E$, grâce auxquelles l'Éq. (4.1) prend la forme adimensionnelle remarquablement simple suivante :

$$\zeta = z - \frac{1}{z}. \quad (4.5)$$

Les grandeurs ζ et z correspondent à des coordonnées en unité du rayon angulaire d'Einstein (en « unité d'Einstein » dans la suite) le long d'un axe respectivement dans le plan lentille ou source, et dirigé de l'origine définie par la ligne de visée vers l'image ou la source. Étant donné que la déviation des rayons se produit dans un plan contenant la source, la lentille et la trajectoire des photons, les éventuels mirages sont observés de part et d'autre de la lentille et selon la direction définie par les positions de la lentille et de la source projetées dans le plan du ciel. La relation Éq. (4.5) est vraie, quelle que soit la position de la source dans le plan source. Partant de ce constat, Witt (1990) propose de formuler l'équation des lentilles Éq. (4.5) dans le corps des

complexes, une manière astucieuse de manipuler des objets équivalents aux grandeurs vectorielles dans des équations polynomiales et des transformations géométriques avec grande simplicité. Bien que cette formulation ne soit pas systématiquement utilisée aujourd'hui, nous n'utiliserons que celle-ci dans la suite. Considérons z et ζ respectivement les affixes dans les plans complexes de la lentille et de la source. En introduisant le conjugué \bar{z} de z tel que $|z|^2 = z\bar{z}$, l'équation des lentilles simples Éq. (4.5) devient

$$\forall (\zeta, z) \in (\mathbb{C}, \mathbb{C}^*), \quad \zeta = z - \frac{1}{\bar{z}}, \quad (4.6)$$

où \mathbb{C} désigne le corps des complexes, ζ correspond à l'affixe de la projection orthogonale de la source dans le plan lentille (ou l'affixe de la source dans le plan source), et z l'affixe des images dans le plan lentille. Comme l'Éq. (4.6) s'écrit également

$$\zeta = z \left(1 - \frac{1}{|z|^2} \right), \quad (4.7)$$

il s'ensuit que

$$|\zeta| = |z| \left(1 - \frac{1}{|z|^2} \right) = |z| - \frac{1}{|z|} \quad \text{et} \quad \text{Arg}(\zeta) = \begin{cases} \text{Arg}(z) & \text{si } |z| > 1 \\ \text{Arg}(z) + \pi & \text{si } |z| < 1, \end{cases} \quad (4.8)$$

et $\zeta = 0$ si $z = 1$ (cas particulier discuté plus loin). Dans cette notation, nous retrouvons le fait que la source et les images sont alignées. De plus, les modules des nombres complexes ζ et z vérifient l'équation réelle Éq. (4.5), ce qui implique que les images déduites de l'Éq. (4.6) sont les mêmes que celles déduites de Éq. (4.5). Par conséquent, les Éq. (4.5) et Éq. (4.6) sont équivalentes¹. La version complexe est plus générale car elle ne nécessite pas la détermination explicite de la direction lentille-source pour construire les images. Toutes les grandeurs ainsi construites s'expriment en unité du rayon angulaire d'Einstein. Le retour aux grandeurs physiques est toujours possible par multiplication des grandeurs angulaires par θ_E et des longueurs par r_E à condition de connaître θ_E . Le cas particulier $z = 0$ est discuté plus haut dans cette partie, et ne représente pas un rayon que l'observateur est susceptible d'observer.

4.1.2 Position des images

La position des images, ces mirages de la source, est déterminée par résolution de l'équation des lentilles Éq. (4.6) qui est immédiate dans le cas d'une lentille simple. Nous présentons sa résolution dans le formalisme de Witt (1990). Dans l'équation des lentilles, la seule inconnue est l'affixe des images z . En appliquant la conjugaison de l'Éq. (4.6),

$$\forall (\zeta, z) \in (\mathbb{C}, \mathbb{C}^*), \quad \bar{\zeta} = \bar{z} - \frac{1}{z}, \quad (4.9)$$

il est possible d'éliminer \bar{z} dans l'Éq. (4.6), équivalente à l'équation polynomiale du deuxième ordre en z ,

$$\bar{\zeta} z^2 - |\zeta|^2 z - \zeta = 0, \quad (4.10)$$

1. Dans sa version la plus générale, la démonstration de l'équation des lentilles dans le corps des complexes fait intervenir les deux variables naturelles z et \bar{z} . L'angle de déviation α est une fonction de ces deux quantités. Toutefois, dans le vide, cet angle ne dépend que de la variable \bar{z} (Bourassa & Kantowski, 1975; Witt, 1990), ce qui explique la dépendance en \bar{z} de l'équation des lentilles. Pour se convaincre que l'équation complexe $\zeta = z - 1/\bar{z}$ contredit la coplanarité du rayon incident et du rayon dévié, trouvons un contre-exemple. Comme l'argument de ζ est $\text{Arg}(z - 1/\bar{z}) = \text{Arg}(z) + \text{Arg}(1 - 1/z^2)$, si $z = e^{i\pi/4}$, alors $\text{Arg}(1 - 1/z^2) = \pi/4$ et $\text{Arg}(z - 1/\bar{z}) = \pi/4 + \pi/4 = \pi/2 \neq \pi/4$; donc $\text{Arg}(\zeta) \neq \text{Arg}(z)$. Dans ce cas, l'image en z n'est pas alignée avec la source et l'origine. Ainsi, l'équation complexe $\zeta = z - 1/\bar{z}$ ne décrit pas une situation physiquement acceptable.

dont le déterminant $\Delta = |\zeta|^2 (4 + |\zeta|^2)$ est réel et strictement positif. Les solutions sont :

$$\begin{cases} z_{\pm} = \left(\frac{1}{2} \pm \frac{1}{|\zeta|} \sqrt{1 + \frac{|\zeta|^2}{4}} \right) \zeta & \text{si } \zeta \in \mathbb{C}^* \\ |\zeta| = 1 & \text{si } \zeta = 0. \end{cases} \quad (4.11)$$

Une lentille simple crée donc deux images de la source dont les affixes sont données par z_{\pm} . Il apparaît de plus que les deux images, la source, et la lentille (placée à l'origine) sont alignées sur une droite vue depuis le point d'observation puisque l'argument de z_{\pm} est le même que l'argument de ζ . Ces deux images sont séparées de $|\Delta z| = |z_+ - z_-| = \sqrt{4 + |\zeta|^2}$. Or la discussion qualitative menée § 4.1.1 autour de l'équation des lentilles a permis d'établir que le phénomène de microlentille était important pour des photons arrivant au niveau de la lentille à distance inférieure à son rayon d'Einstein. Le flux des photons concernés est d'autant plus important que le centre de la source est proche de la ligne de visée² et le phénomène observable à condition que le projeté orthogonal du centre de la source dans le plan lentille est à une distance inférieure au rayon d'Einstein. Ainsi, des mirages sont théoriquement observables lorsque $|\zeta| \leq 1$, ce qui implique $|\Delta z| \approx 2$ et $|\Delta z| = 2 + \mathcal{O}(|\zeta|^2)$. Par conséquent, la séparation angulaire entre les images multiples créées lors de ce phénomène est d'environ deux fois le rayon angulaire d'Einstein. Pour une étoile naine rouge qui endosse le rôle de lentille à mi-chemin entre la Terre et le bulbe galactique, ces images sont séparées d'environ 1,4 mas. Pour des étoiles moins massives, la séparation des images est une fraction de milliseconde d'angle. Les instruments comme NaCo au VLT qui réalisent des images à haute résolution angulaire ne permettent pas de séparer des sources en deçà de typiquement quelques dizaines de millisecondes d'angle en infrarouge. Inutile donc de chercher à résoudre ces images à l'aide d'un télescope unique. En revanche, une technique plus élaborée comme l'interférométrie a aujourd'hui la capacité de résoudre ces images multiples, ouvrant de nouvelles perspectives historiques dans le domaine des microlentilles gravitationnelles. Ceci fera l'objet de la dernière partie de cette thèse. Enfin, l'ensemble solution dans le cas où la source, la lentille et l'observateur sont parfaitement alignés est un cercle de centre la lentille, et de rayon unité (r_E en longueur physique) : il s'agit de l'anneau d'Einstein. La géométrie des images est représentée Fig. 4.2. Pour l'observateur, l'image en z_+ est toujours du côté de la source par rapport à la lentille. Comme $|z_+| > 1$, cette image est toujours à l'extérieur de l'anneau d'Einstein. Cette image + est appelée l'image majeure. À l'inverse, comme

$$\forall \zeta \in \mathbb{C}^*, \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{|\zeta|} \sqrt{1 + \frac{|\zeta|^2}{4}} = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{|\zeta|^2} + \frac{1}{4}} < 0, \quad (4.12)$$

l'image en z_- est toujours du côté opposé à la source par rapport à la lentille. De plus, la fonction $|z_-|$ est une fonction strictement croissante de $|\zeta|$ dont le développement limité à l'ordre quatre en l'infini s'écrit en utilisant la formule de Taylor-Young,

$$|z_-| \underset{+\infty}{=} -\frac{1}{|\zeta|} + \frac{1}{|\zeta|^3} + o\left(\frac{1}{|\zeta|^4}\right). \quad (4.13)$$

De même, son développement limité à l'ordre trois en zéro s'écrit

$$|z_-| \underset{0}{=} -1 + \frac{|\zeta|}{2} - \frac{|\zeta|^2}{8} + o(|\zeta|^3). \quad (4.14)$$

La position relative de l'image $-$ et de la lentille est donc bornée, et toujours située à l'intérieur de l'anneau d'Einstein. Elle est appelée l'image mineure.

2. Nous définissons ici la ligne de visée comme la direction liant l'observateur à la lentille.

4.1.3 Phénomène d'amplification

Les images multiples créées au cours d'un événement de microlentille ne sont pas assez séparées pour permettre à un télescope unique de les distinguer. Toutefois, ces images existent et se mélangent à cause de la turbulence atmosphérique et/ou de la diffraction au sein de l'instrument, et se retrouvent sous la forme d'une seule et même tache au niveau des capteurs CCD des télescopes. Il en résulte une variation du flux provenant de la source au gré du mouvement relatif de la source par rapport à la lentille. Notons que dans cette partie, sauf mention contraire, la lentille est supposée suffisamment peu lumineuse pour pouvoir négliger le flux de photons provenant d'elle³.

Cas d'une source réelle

Lorsque la source ne subit aucun effet de lentille gravitationnelle, elle est vue par l'observateur sous l'angle solide Ω_s . En revanche, lorsqu'elle subit de tels effets gravitationnels elle donne naissance à plusieurs images plus ou moins déformées. Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que des images ponctuelles. La forme des images obtenues avec une source réelle est aisément construite de proche en proche en calculant les deux images ponctuelles correspondant à chacun des points du contour de la source. Une conséquence importante de l'équation du transfert radiatif dans le vide est la conservation de l'intensité spécifique dans le vide. Il en résulte qu'aucune zone des images de la source n'est plus lumineuse que la source⁴. En revanche, l'angle solide Ω_{\pm} sous lequel la source est perçue par l'observateur au niveau de chaque image est différent. Ainsi, le flux lumineux reçu en sera modifié.

La prédiction de l'amplification μ du flux de photons provenant de la source s'exprime en fonction des angles solides,

$$\mu = \frac{\Omega_+ + \Omega_-}{\Omega_s} = \mu_+ + \mu_- \quad (4.15)$$

en notant μ_{\pm} l'amplification associée à l'image \pm . La notation $+$ (respectivement $-$) correspond ici à l'ensemble des images z_+ (respectivement z_-) des points de la source, donc à l'une (ou l'autre) des deux images déformées de la source. À présent, notons $z = x + iy$ l'affixe d'un point du plan lentille et $\zeta = \xi + i\eta$ l'affixe du point qui lui correspond dans le plan source par une transformation le long d'une géodésique de genre lumière. Dans le plan source, l'amplification est donnée par le rapport de l'aire des images sur l'aire de la source en l'absence de lentille, c'est-à-dire

$$\mu_{\pm} = \frac{\iint_{\pm} dx dy}{\iint_{\text{source}} d\xi d\eta}. \quad (4.16)$$

Jusqu'à présent, aucune hypothèse sur la source n'a été formulée. Si nous modélisons la photosphère de la source par un disque de rayon $\rho = R_*/r_E$ en unité du rayon d'Einstein dont l'intensité est uniforme, l'amplification des images s'écrit

$$\mu_{\pm} = \frac{1}{\pi\rho^2} \iint_{\pm} dx dy. \quad (4.17)$$

3. Cette hypothèse est formulée pour plus de clarté. En réalité elle n'est pas du tout restrictive puisque tout ce qui suit reste vrai. Le flux provenant de la lentille est simplement un flux de contamination qui se traite comme décrit au § 5.4. Ce flux peut même être exploité si l'événement est observé en optique adaptative pour donner une relation entre la masse de la lentille et sa distance à l'observateur. Une telle étude est menée au § 7.7.

4. L'existence d'un profil d'intensité au niveau de la surface de l'étoile source est ici mis de côté. La prise en compte de l'effet d'assombrissement centre-bord dans un modèle de lentille simple est traité de manière approfondie au § 5.5.3.

À ce jour, aucune expression analytique de la forme des images n'est connue. Cette intégrale est donc résolue numériquement, de différentes manières en fonction des modèles de source considérés. Une méthode très efficace consiste en particulier à utiliser le théorème de Green-Riemann dont l'énoncé est rappelé dans l'annexe E.3.1. En choisissant $P = -\frac{1}{2}y$ et $Q = \frac{1}{2}x$ (Dominik, 1998) dans l'Éq. (E.1), l'amplification Éq. (4.17) s'écrit

$$\mu_{\pm} = \frac{1}{2\pi\rho^2} \iint_{\partial\pm} x dy - y dx, \quad (4.18)$$

où $\partial\pm$ correspondent aux contours de l'image z_{\pm} . Par ailleurs, la forme des images est donnée par l'image d'un certain nombre de points discrets formant le contour de la source. En notant N_p le nombre de points (x_i, y_i) pour $i \in [1; N_p]$ utilisés pour tracer le contour de la source, et donc d'une image en particulier, une approximation de l'amplification associée à chaque image est donnée par

$$\mu_{\pm} = \frac{1}{2\pi\rho^2} \sum_{i=1}^{N_p} [x_i (y_{i+1} - y_i) - y_i (x_{i+1} - x_i)], \quad (4.19)$$

où les couples (x_i, y_i) pour $i \in [1; N_p]$ sont les coordonnées des points formant le contour d'une des deux images. Cette formule pourrait tout aussi bien s'écrire

$$\mu_{\pm} = \frac{1}{2\pi\rho^2} \sum_{i=1}^{N_p} [x_{i+1} (y_{i+1} - y_i) - y_{i+1} (x_{i+1} - x_i)]. \quad (4.20)$$

La moyenne des deux expressions précédentes permet de retrouver la formule proposée par Dominik (1998)

$$\mu_{\pm} = \frac{1}{4\pi\rho^2} \sum_{i=1}^{N_p} [(x_i + x_{i+1}) (y_{i+1} - y_i) - (y_i + y_{i+1}) (x_{i+1} - x_i)]. \quad (4.21)$$

L'amplification totale est toujours $\mu = \mu_+ + \mu_-$ où μ_+ et μ_- sont évaluées séparément pour les deux images. Pour que le calcul de l'aire des images soit correct, il faut d'une part que le contour soit fermé, c'est-à-dire que $(x_{N_p+1}, y_{N_p+1}) = (x_1, y_1)$, d'autre part que le nombre de points N_p constituant le contour soit suffisamment grand (ceci dépend de la configuration, et de la taille des images). De plus, le contour doit être parcouru dans le même sens pour toutes les images (ou bien il suffit de multiplier le résultat obtenu pour chaque image par sa parité avant de les sommer). Plus la source est proche de la ligne de visée, plus les images de la source sont grandes et déformées, plus le nombre de points qui échantillonnent le contour de la source doit être important. Dans les simulations qui ont été réalisées au cours de cette thèse, ce nombre est ajusté en fonction de la position de la source.

Cas d'une source ponctuelle

Comme nous le verrons plus loin, le calcul de l'amplification d'une source étendue est souvent très exigeant en terme de calcul numérique. Même si les étoiles du bulbe impliquées dans les effets de microlentilles sont souvent des étoiles du RGC dont le rayon typique est de l'ordre de la dizaine de rayons solaires. Le diamètre angulaire de telles étoiles géantes à 8 kpc est au mieux de l'ordre de 0,1 mas, largement inaccessible au pouvoir de résolution des meilleurs télescopes actuels. Il est donc justifié de considérer la source comme un point-source dans une grande majorité des cas. De plus, l'amplification d'une source réelle étendue peut toujours s'écrire en une décomposition de l'amplification ponctuelle de certains points de la source astucieusement choisis. Par conséquent,

les modèles impliquant des sources ponctuelles ont de larges applications pratiques. D'autre part, l'écart sur l'amplification entre la prédiction d'un modèle de source étendue et un modèle de source ponctuelle est toujours négligeable dans de larges zones du plan source (voir § 5.5 et § 5.6). Bien que l'amplification associée à une source ponctuelle est une notion assurément moins intuitive que pour une source étendue, son étude est donc très importante et peut être vue comme un cas limite du modèle précédent lorsque le rayon de la source tend vers zéro. Comme précédemment, $z = x + iy$ est l'affixe d'un point dans le plan lentille et $\zeta = \xi + i\eta$ l'affixe du point qui lui correspond dans le plan source. La matrice jacobienne de la transformation de \mathbb{C}^* dans \mathbb{C} , $z(x, y) \mapsto \zeta(\xi, \eta)$ définie par l'équation des lentilles simples Éq. (4.6) est notée J . L'image d'une surface élémentaire $d\xi d\eta$ du plan source (partie bornée de \mathbb{R}^2) dans le plan lentille $dx dy$ (l'image sera aussi une partie bornée de \mathbb{R}^2) s'exprime ainsi :

$$d\xi d\eta = |\text{Det } J| dx dy. \quad (4.22)$$

Le jacobien se comporte comme un facteur de conversion entre une aire élémentaire du plan source et l'aire correspondante dans le plan lentille, déformée par la microlentille. Par conséquent, partout où la matrice jacobienne est inversible, l'amplification associée à une image ponctuelle est donc formellement le jacobien de la transformation inverse :

$$\mu_{\pm} = \frac{1}{|\text{Det } J_{\pm}|}. \quad (4.23)$$

Jusqu'à la fin du paragraphe, nous omettons l'indice \pm pour alléger les notations. Le jacobien d'une image est

$$|\text{Det } J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{vmatrix} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial x}. \quad (4.24)$$

Le calcul montre que $\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial x}$ et

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = 1 - \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2x^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = 1 - \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2y^2}{(x^2 + y^2)^2}, \quad (4.27)$$

ce qui permet de calculer le jacobien de la transformation,

$$|\text{Det } J_{\pm}| = \left| 1 - \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} \right|_{\pm} = \left| 1 - \frac{1}{|z_{\pm}|^4} \right|. \quad (4.28)$$

L'amplification μ_{\pm} de chaque image ponctuelle s'exprime enfin en fonction de la position de la source,

$$\mu_{\pm} = \frac{1}{|\text{Det } J_{\pm}|} = \pm \frac{1}{2} + \frac{|\zeta|^2 + 2}{2|\zeta| \sqrt{4 + |\zeta|^2}} \quad (4.29)$$

et l'amplification totale est la somme des amplifications individuelles,

$$\mu = \mu_+ + \mu_- = \frac{|\zeta|^2 + 2}{|\zeta| \sqrt{4 + |\zeta|^2}}. \quad (4.30)$$

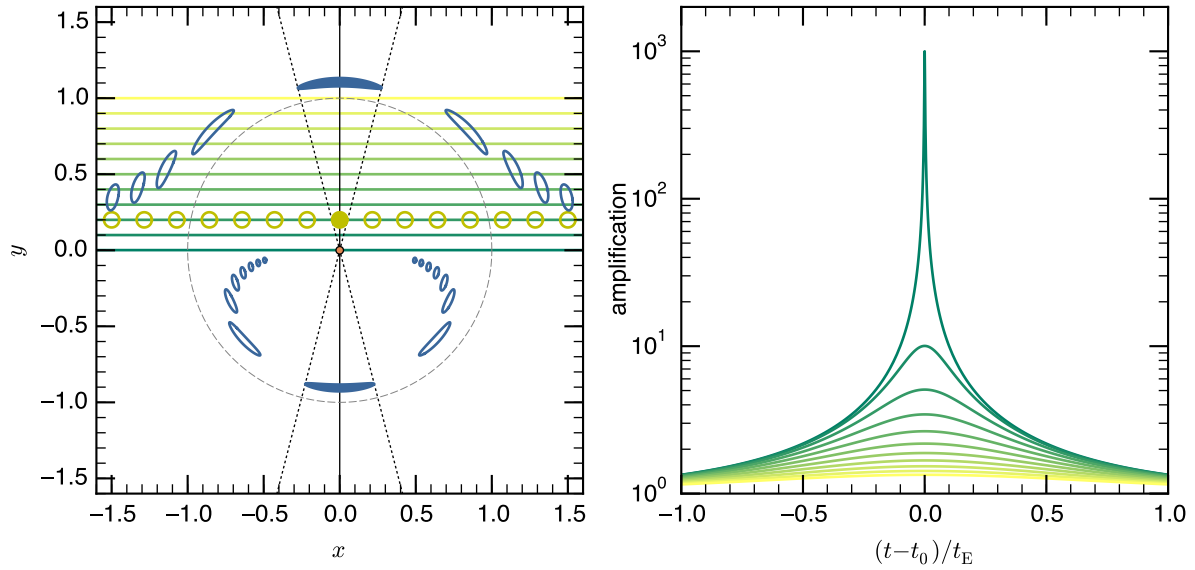


Fig. 4.2 – Sur la figure de gauche, la source est représentée par un cercle jaune, les images par un contour bleu et la lentille par un point orange à l’origine. Le disque jaune et les contours pleins bleus représentent la source et les images lorsque la source est au plus près de la lentille le long de sa trajectoire. La source et les images sont alignées dans la direction lentille-source dans le plan lentille. Toutes les longueurs sont représentées en unité du rayon d’Einstein, représenté par le cercle gris. Au gré du mouvement relatif de la source par rapport à la lentille, l’amplification de la source dépend du temps. Sur la figure de droite, l’amplification de la source est représentée comme une fonction du temps pour des paramètres d’impact de 0,001 et de 0,1 à 1 par pas de 0,1. Les trajectoires correspondantes de la source sont représentées sur la figure de gauche. L’amplification est représentée relativement à l’instant t_0 de plus grande approche en unité du temps d’Einstein.

L’amplification μ est une notion centrale dans la compréhension du phénomène de microlentille gravitationnelle. Comme les images ne sont pas observées individuellement, c’est l’amplification du flux de la source qui est la grandeur contrainte par les observations. Compte-tenu de l’importance de cette fonction, étudions quelques-unes de ses caractéristiques. D’abord, l’amplification est une fonction paire de la position de la source ζ , en accord avec la symétrie du problème. L’évolution de la luminosité de la source au cours du phénomène est donc intrinsèquement symétrique. Ceci a des conséquences importantes sur la difficulté de contraindre certains effets, comme celui de parallaxe qui sera détaillé plus loin. D’autre part, l’amplification au niveau du rayon d’Einstein est $\mu(1) \approx 1,34$. Il s’agit de la valeur à partir de laquelle nous pouvons considérer qu’un événement de microlentille se produit. Ensuite, l’amplification diverge lorsque la source se trouve sur la ligne de visée. L’origine est en fait une caustique pour les lentilles simples. Bien qu’un alignement parfait reste très improbable dans la pratique, des événements de microlentille présentant de très grandes amplifications sont observés chaque année. Dans ce cas, la formule de Taylor-Young donne un développement de l’amplification utile pour modéliser les mesures,

$$\mu \underset{0}{=} \frac{1}{|\zeta|} + \frac{3}{8} |\zeta| - \frac{5}{128} |\zeta|^3 + o(|\zeta|^4). \quad (4.31)$$

L’amplification diverge donc comme $1/|\zeta|$ lorsque la source approche l’alignement parfait. À l’inverse,

$$\mu \underset{+\infty}{=} 1 + \frac{2}{|\zeta|^4} + o\left(\frac{1}{|\zeta|^5}\right), \quad (4.32)$$

ce qui indique que l'amplification tend vers l'unité dans une situation habituelle sans alignement. Par ailleurs, lorsque la source est éloignée de la ligne de visée, l'amplification de l'image majeure tend vers l'unité et celle de l'image mineure vers zéro. Au cours d'un effet de microlentille, l'image majeure commence par être exactement confondue avec la source lorsque cette dernière se trouve loin (voir Éq. (4.11)) de croiser la ligne de visée. L'image mineure quant à elle est tellement petite qu'elle ne joue aucun rôle dans cette situation, son amplification est nulle et elle se trouve collée à la position de la lentille. Au fur et à mesure que la source se rapproche de la ligne de visée, l'image majeure s'écarte de la source, se déforme, tout comme l'image mineure qui prend subitement de l'importance. Enfin, il est remarquable que l'amplification ne dépende pas de la longueur d'onde : le phénomène de microlentille gravitationnelle est achromatique.

4.1.4 Notion de courbe critique et de caustique

Le phénomène de microlentille est intrinsèquement non linéaire par suite de la non linéarité de l'équation des lentilles simples Éq. (4.5). En particulier, l'amplification d'une source ponctuelle qui se situe sur la ligne de visée diverge dans ce modèle. En pratique, l'amplification reste finie et un modèle réel de source étendue est nécessaire pour prédire l'amplification dans cette configuration très particulière. Toutefois, nous verrons dans le cas d'une lentille binaire que l'étude de l'ensemble des points du plan source où l'amplification d'une source ponctuelle diverge joue un rôle fondamental dans l'étude, l'analyse et l'interprétation d'une courbe de lumière. À ce stade, signalons que dans le cadre d'un modèle de lentille simple et de source ponctuelle, l'amplification ne diverge qu'en un point du plan source défini comme l'intersection de ce plan avec la ligne de visée Terre-lentille. L'ensemble image de ce point dans le plan lentille par la transformation Éq. (4.5) est l'ensemble des courbes critiques. Dans le cas d'une lentille simple, cet ensemble est un cercle de centre la lentille et de rayon le rayon d'Einstein. En d'autres termes, l'image de l'origine du plan source est l'anneau d'Einstein. Il s'agit bien sûr d'un cas limite.

4.2 Modélisation des microlentilles binaires

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que le cas d'une microlentille simple, constituée d'une étoile. Que se passe-t-il si cette étoile possède une planète? Tous les raisonnements précédents s'applique à la planète, que nous considérerons sphérique. Nous démontrons dans cette section l'équation des lentilles binaires, nous discutons de la position des images et nous introduisons la notion de caustique.

4.2.1 Équation des lentilles doubles

Comme une étoile, une planète courbe légèrement l'espace-temps autour d'elle et possède ainsi la capacité de dévier des photons dans son voisinage immédiat (le rayon d'Einstein d'une planète semblable à Jupiter située à 4 kpc est de l'ordre de 0,1 mas). Au niveau de la lentille, la lumière est principalement déviée par l'étoile-hôte dont le rayon de Schwarzschild est bien plus grand. Cependant, si les mirages de la source se forment proche de la planète, ils sont susceptibles d'être perturbés par la présence de la planète qui à son tour, peut former de nouveaux mirages. Cette situation est illustrée par les Fig. 4.14 et Fig. 4.15 du § 4.5. Tout l'enjeu de la détection d'une planète en microlentille est de détecter dans la courbe d'amplification cette signature très particulière provenant d'une sorte d'astigmatisme de la lentille qui génère des caustiques. Il en découle deux caractéristiques importantes pour la détection de planètes par effet de microlentille gravitationnelle. D'abord, la signature d'une planète a une chance d'être détectée à condition

que la planète se trouve, au moins à un instant donné, au voisinage des mirages multiples de la source créés par l'étoile. Les deux images créées par la lentille sont situées de part et d'autre du rayon d'Einstein lorsque l'alignement de la source et de la lentille est suffisamment bon. Une naine rouge à 4 kpc a un rayon d'Einstein typiquement entre 0,1 UA et 1,6 UA. Ce raisonnement très qualitatif permet de comprendre que la méthode des microlentilles est sensible aux planètes situées autour de la limite de fonte des glaces (à environ une unité astronomique pour une étoile naine rouge), à des distances galactiques, donc dans une zone de l'espace des paramètres marginalement explorée par les autres méthodes de détection. D'autre part, ce raisonnement laisse présager l'existence de plus de deux images de la source dans le cas d'une lentille double. Avant de chercher à déterminer la position et la forme des images, établissons l'équation des lentilles binaires.

Pour cela, considérons un système binaire composé d'une étoile de masse M_1 située au point L_1 dans le plan lentille, et d'un second corps (planète ou étoile) de masse inférieure noté M_2 et situé au point L_2 dans le plan lentille. Chacun des deux corps modifie la géométrie de l'espace-temps, d'autant plus que sa masse est importante. Dans le cas d'un système extra-solaire, cette déformation est suffisamment faible pour que l'hypothèse des petites déviations reste valable. Le système multiple ne possède plus la symétrie sphérique et la trajectoire des photons n'est plus contenue dans un plan unique. Pour l'observateur, ceci se traduit par le fait que les images de la source, la source et la lentille ne sont plus alignées selon une même direction dans le plan lentille. Chaque masse M_1 et M_2 dévie les rayons lumineux coupant le plan lentille au point I comme illustré par la Fig. 4.1, respectivement d'un angle α_1 et α_2 dans la direction des vecteurs \mathbf{IL}_1 et \mathbf{IL}_2 contenus dans le plan lentille. La déviation totale résultant de la présence de l'étoile et de son compagnon est obtenue par un principe de superposition linéaire. La déviation totale d'un rayon lumineux n'est pas simplement la somme des déviations élémentaires dues à chacun des deux objets qui constituent la lentille parce que chaque déviation élémentaire se produit dans le plan contenant le rayon incident et l'objet à l'origine de la déviation. Considérons les angles de déviation α_1 et α_2 comme des grandeurs complexes dont le module correspond à l'intensité de la déviation donnée par l'Éq. (3.27). L'argument de ces quantités donne l'orientation dans l'espace de la déviation, définie par l'argument des vecteurs $\mathbf{L}_1\mathbf{I}$ et $\mathbf{L}_2\mathbf{I}$. Ainsi, la déviation d'un photon qui arrive au niveau de la lentille se décompose en deux termes,

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{4GM}{c^2} \left(\frac{M_1}{M} \frac{1}{\|\mathbf{L}_1\mathbf{I}\|} \text{Arg}(\mathbf{L}_1\mathbf{I}) + \frac{M_2}{M} \frac{1}{\|\mathbf{L}_2\mathbf{I}\|} \text{Arg}(\mathbf{L}_2\mathbf{I}) \right), \quad (4.33)$$

avec M la masse totale du système. Le second terme de l'équation des lentilles Éq. (4.1) s'arrange pour faire apparaître l'expression du rayon angulaire d'Einstein,

$$\left[1 - \frac{D_1}{D_s} \right] \alpha = \frac{4GM}{c^2 D_s} \left(\frac{D_s}{D_1} - 1 \right) D_1 \left(\frac{M_1}{M} \frac{1}{\|\mathbf{L}_1\mathbf{I}\|} \text{Arg}(\mathbf{L}_1\mathbf{I}) + \frac{M_2}{M} \frac{1}{\|\mathbf{L}_2\mathbf{I}\|} \text{Arg}(\mathbf{L}_2\mathbf{I}) \right). \quad (4.34)$$

Dans le cas d'une lentille double, le rayon angulaire d'Einstein est défini par

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2 D_s} \left(\frac{D_s}{D_1} - 1 \right)}. \quad (4.35)$$

Cette grandeur est caractéristique du système binaire. Il se distingue de son homologue du modèle des lentilles simples par la masse totale du système qui, cette fois-ci, intervient. En suivant le raisonnement mené dans le cas d'une lentille simple, nous appelons z l'abscisse du vecteur sans dimension \mathbf{OI}/r_E , l_1 l'abscisse du vecteur sans dimension \mathbf{OL}_1/r_E et l_2 l'abscisse du vecteur sans dimension \mathbf{OL}_2/r_E , avec $r_E = \theta_E D_1$ le rayon d'Einstein de la lentille. L'Éq. (4.34) s'écrit alors

$$\left[1 - \frac{D_1}{D_s} \right] \alpha = \theta_E \left(\frac{M_1}{M} \frac{1}{|z - l_1|} \frac{z - l_1}{|z - l_1|} + \frac{1}{|z - l_2|} \frac{M_2}{M} \frac{z - l_2}{|z - l_2|} \right). \quad (4.36)$$

Les grandeurs z , l_1 et l_2 sont respectivement les affixes dans le plan lentille des images, de la lentille primaire et de la lentille secondaire, en unité du rayon d'Einstein. En rappelant que $\zeta = \beta/\theta_E$ est l'affixe de la source dans le plan source en unité du rayon d'Einstein et en définissant les fractions massiques $\epsilon_1 = M_1/M$ et $\epsilon_2 = M_2/M$, l'Éq. (4.1) avec $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ correspond à l'équation des lentilles doubles et s'écrit finalement très simplement en faisant intervenir la conjugaison complexe,

$$\zeta = z - \left(\frac{\epsilon_1}{z - l_1} + \frac{\epsilon_2}{z - l_2} \right). \quad (4.37)$$

Les simulations réalisées dans cette thèse utilisent la convention suivante : la lentille primaire (objet le plus massif) définit l'origine du plan lentille, le repère dans le plan lentille est ensuite construit en plaçant la lentille secondaire à l'affixe $-s$, avec s réel (l'axe de symétrie de la lentille est donc l'axe réel dans cette convention). Dans ces conditions, l'équation des lentilles binaires s'écrit

$$\zeta = z - \frac{1}{1+q} \left(\frac{1}{\bar{z}} + \frac{q}{\bar{z} + s} \right). \quad (4.38)$$

où $q = \epsilon_2/\epsilon_1 = M_2/M_1 < 1$ est le rapport de masse entre la lentille secondaire et primaire. La masse qui intervient dans le rayon d'Einstein est maintenant la masse totale du système. La valeur du rayon d'Einstein d'un système étoile planète est du même ordre de grandeur que celui de l'étoile seule. Il apparaît à travers cette équation que l'argument de ζ est *a priori* différent de celui de z . Les images ne se trouvent donc plus dans la direction lentille source pour un observateur qui regarde en direction du plan lentille.

4.2.2 Position des images

Pour trouver la position des images dans le cas des lentilles binaires il faut inverser l'équation des lentilles. De la même façon que pour les lentilles simple, le conjugué de l'équation des lentilles doubles Éq. (4.38) permet d'éliminer l'inconnue \bar{z} de l'Éq. (4.38). Il est possible de montrer que l'équation des lentilles implique l'équation polynomiale d'ordre cinq en z ,

$$a_5 z^5 + a_4 z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0 = 0, \quad (4.39)$$

avec (au terme de longs calculs),

$$a_5 = (1+q)^2 (s + \bar{\zeta}) \bar{\zeta} \quad (4.40)$$

$$a_4 = (1+q) (s (q - |\zeta|^2 (1+q)) + (1+q) ((1+2s^2) - |\zeta|^2 + 2s\bar{\zeta}) \bar{\zeta}) \quad (4.41)$$

$$a_3 = (1+q) (s^2 q - s (1+q) \zeta + (2s + s^3 (1+q) + s^2 (1+q) \bar{\zeta}) \bar{\zeta} - 2 |\zeta|^2 (1+q) (1 + s^2 + s \bar{\zeta})) \quad (4.42)$$

$$a_2 = -(1+q) (s q + s^2 (q-1) \bar{\zeta} + (1+q + s^2 (2+q)) \zeta + |\zeta|^2 (2s (2+q) + s^2 (1+q) (s + \bar{\zeta}))) \quad (4.43)$$

$$a_1 = -s (1+q) ((2+s^2) \zeta + 2s |\zeta|^2) - s^2 q \quad (4.44)$$

$$a_0 = -s^2 \zeta. \quad (4.45)$$

Ce calcul n'a jamais été fait dans la configuration géométrique où la lentille primaire est placée au centre du repère. Les expressions obtenues sont légèrement plus simple que dans le référentiel du centre de masse.

Les équations polynomiales d'ordre supérieur à quatre ne peuvent pas être résolues de manière analytique et exigent une résolution numérique. Il est important de remarquer qu'il n'existe qu'une relation d'implication entre l'Éq. (4.38) et l'Éq. (4.39), et non une relation d'équivalence.

En particulier, cela signifie que les cinq solutions de l'équation polynomiale Éq. (4.39) ne sont pas nécessairement solutions de l'équation des lentilles binaires Éq. (4.38). Pour tester si une solution mathématique correspond à une image physique, il suffit de vérifier qu'elle est solution de l'équation des lentilles Éq. (4.38). En pratique, il existe exactement trois ou cinq images de la source. Le nombre d'images dépend de la position de la source relativement aux caustiques. Nous revenons sur ce point dans la partie § 4.2.4, après le calcul de l'amplification.

4.2.3 Amplification

Cas d'une source étendue

Dans le cas d'une source étendue, le calcul de l'amplification est identique à celui présenté au § 4.1.3 : il s'agit de faire le rapport de l'aire des images sur l'aire de la source. Nous discuterons des méthodes utilisées pour déterminer le nombre d'images et leur aire dans la partie traitant des modèles numériques.

Cas d'une source ponctuelle

Le calcul de l'amplification dans le cas d'une source ponctuelle s'interprète comme dans le cas des lentilles simples. L'amplification μ_k associée à chaque image z_k est donnée par :

$$\mu_k = \frac{1}{|\text{Det } J_k|}, \quad (4.46)$$

où J_k désigne la matrice jacobienne associée à la transformation $z_k(x_k, y_k) \mapsto \zeta(\xi, \eta)$,

$$|\text{Det } J_k| = \begin{vmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x_k} & \frac{\partial \xi}{\partial y_k} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x_k} & \frac{\partial \eta}{\partial y_k} \end{vmatrix} = \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \frac{\partial \eta}{\partial y_k} - \frac{\partial \xi}{\partial y_k} \frac{\partial \eta}{\partial x_k}. \quad (4.47)$$

Après le calcul des dérivées, nous trouvons

$$\frac{\partial \xi}{\partial x_k} = 1 + \frac{1}{1+q} \left(\frac{2x_k^2}{(x_k^2 + y_k^2)^2} - \frac{1}{(x_k^2 + y_k^2)} + \frac{2q(x_k + s)^2}{((x_k + s)^2 + y_k^2)^2} - \frac{q}{(x_k + s)^2 + y_k^2} \right) \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x_k} = \frac{\partial \xi}{\partial y_k} = \frac{2y_k}{1+q} \left(\frac{x_k}{(x_k^2 + y_k^2)^2} + \frac{q(s + x_k)}{((s + x_k)^2 + y_k^2)^2} \right) \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial y_k} = 1 + \frac{1}{1+q} \left(\frac{2y_k^2}{(x_k^2 + y_k^2)^2} - \frac{1}{x_k^2 + y_k^2} + \frac{2q y_k^2}{((s + x_k)^2 + y_k^2)^2} - \frac{q}{((s + x_k)^2 + y_k^2)} \right). \quad (4.50)$$

L'amplification totale est la somme des amplifications individuelles : $\mu = \sum_k \mu_k$.

4.2.4 Courbes critiques, caustiques et images de la source

Paramétrisation des courbes critiques

L'amplification d'une source ponctuelle diverge lorsque le jacobien s'annule. L'ensemble des points pour lesquels le jacobien s'annule définit les caustiques dans le plan de la source et les courbes critiques dans le plan de la lentille. Le jacobien Éq. (4.47) se réécrit

$$|\text{Det } J_k| = \frac{\partial \xi}{\partial x_k} \frac{\partial \eta}{\partial y_k} - \left(\frac{\partial \xi}{\partial y_k} \right)^2. \quad (4.51)$$

Ce jacobien est caractéristique de la déformation de l'espace-temps induit par la présence de la lentille. En ce sens, son expression dépend directement de la géométrie de la lentille. Ainsi, la détermination précise de la forme des courbes critiques (ou des caustiques) permet de déterminer en retour la géométrie de la lentille. L'enjeu des observations en microlentille revient toujours, d'une manière ou d'une autre, à poser des contraintes précises sur la géométrie de la caustique, à partir desquelles les paramètres de la lentille sont induits. La détermination de la forme des courbes critiques est basée sur l'approche proposée par Witt (1990), le premier à proposer de formuler le problème des microlentilles dans le corps des complexes. Partant du constat que l'affixe de la source est une fonction des variables complexes z et \bar{z} , l'auteur montre par différentiation de ζ que le jacobien s'écrit

$$|\text{Det } J_k| = \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial \zeta}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \bar{z}}, \quad (4.52)$$

et s'exprime donc en fonction de l'affixe de la source. Cassan (2008) en déduit ensuite l'équation paramétrique des caustiques dans la convention introduite précédemment, où la lentille primaire définit l'origine du plan lentille et la lentille secondaire est arbitrairement placée à l'affixe $-s$: à un point source d'affixe ζ situé exactement sur une caustique dans le plan source, correspond un point dans le plan lentille d'affixe z situé sur la courbe critique tel que

$$\forall \phi \in [0; 2\pi], \quad \frac{1}{1+q} \left(\frac{1}{|z|^2} + \frac{q}{|z+s|^2} \right) = e^{-i\phi}, \quad (4.53)$$

où ϕ est un paramètre. L'intégralité de la caustique est balayée lorsque $\phi \in [0; 2\pi]$. Cette équation est équivalente à l'équation polynomiale de degrés quatre (Witt & Mao, 1995; Cassan, 2008),

$$z^4 + 2sz^3 + (s^2 - e^{i\phi})z^2 - \frac{2se^{i\phi}}{1+q}z - \frac{s^2e^{i\phi}}{1+q} = 0. \quad (4.54)$$

Une résolution numérique de cette équation polynomiale pour toutes les valeurs de ϕ dans l'intervalle $[0; 2\pi]$ permet de tracer point par point les courbes critiques.

Topologie des caustiques

Une fois les courbes critiques paramétrées, il convient d'utiliser l'équation des lentilles binaires Éq. (4.38) pour construire point par point les caustiques correspondantes. De nombreuses études théoriques (parmi lesquelles Schneider & Weiss, 1986; Erdl & Schneider, 1993; Dominik, 1999) ont été menées pour étudier les propriétés des caustiques, études clés pour la caractérisation des lentilles.

Les caustiques sont des courbes qui se coupent au niveaux de points de rebroussement (appelés *cusps* en anglais). Dans le cas des lentilles binaires, les caustiques délimitent toujours des zones fermées du plan source dont la forme dépend des paramètres de la lentille, plus précisément de la séparation s et du rapport de masse q . Dans le domaine des séparations de l'ordre d'un rayon d'Einstein, il existe trois types de caustique différents. Les courbes paramétriques délimitant ces trois domaines de l'espace des paramètres (s, q) sont données par Erdl & Schneider (1993) : le domaine qui concerne les systèmes à grande séparation est limité par s_w (« w » pour *wide*), tandis que celui qui concerne les systèmes à petite séparation est limité par s_c (« c » pour *close*).

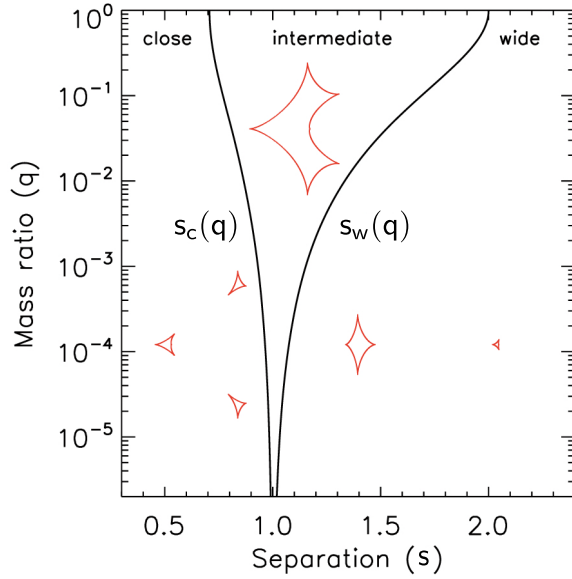


Fig. 4.3 – Forme des caustiques en fonction de la séparation s et du rapport de masse q . À faible séparation la caustique est dite *close*, à grande séparation elle dite *wide* et intermédiaire ou résonante (*intermediate*) entre les deux. *Figure adaptée de Cassan (2005).*

Les expressions de s_w et s_c sont (Erdl & Schneider, 1993)

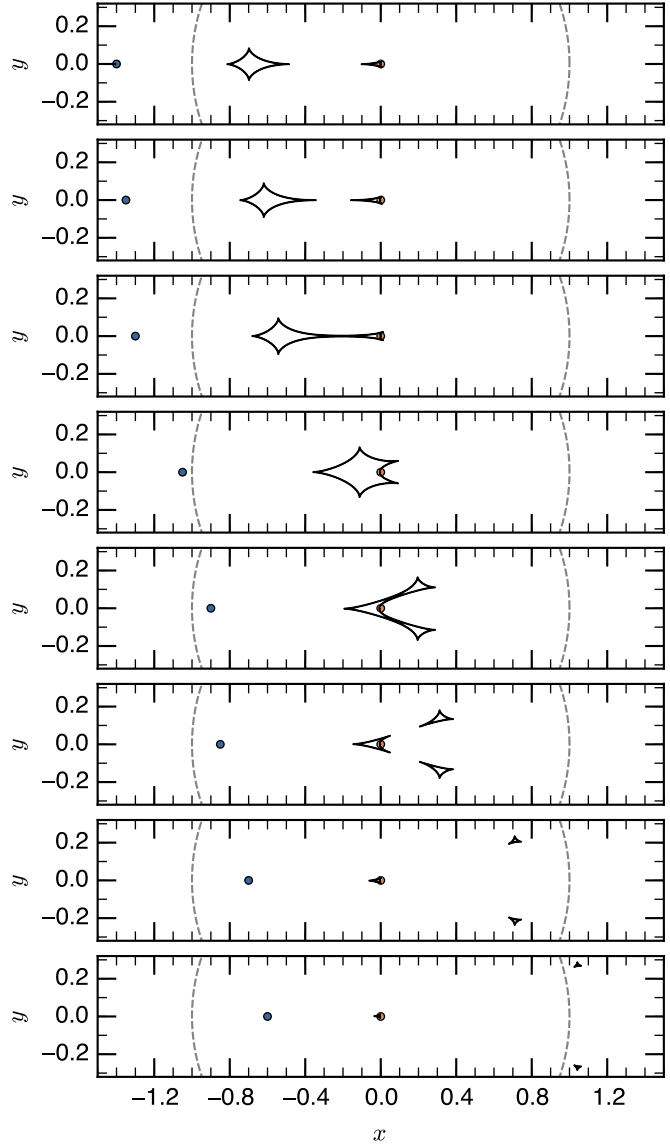
$$s_c^8 = \frac{(1+q)^2}{27q} (1-s_c^4)^3 \quad (4.55)$$

$$s_w = \left(\frac{(1+q^{1/3})^3}{1+q} \right)^{1/2}. \quad (4.56)$$

L'Éq. (4.55) se réécrit comme une équation polynomiale d'ordre deux en s_c^2 admettant deux solutions complexes conjuguées et une solution réelle, qui est celle recherchée (Cassan, 2005). Les trois régions sont tracées sur la Fig. 4.3. Il est intéressant de constater que les caustiques intermédiaires (ou résonantes) sont très peu probables dans le domaine des très faibles rapports de masse.

La structure des caustiques joue un rôle important dans la modélisation d'un phénomène de microlentille car la forme des caustiques et leur position relativement à la trajectoire de la source dans le plan source explique l'exceptionnelle variété des courbes d'amplification de microlentille. En effet, comme les caustiques décrivent les positions où le jacobien s'annule, elles indiquent les zones où l'amplification de la source est la plus grande. Dans le cas des faibles rapports de masses, comme dans le cas d'une lentille constituée d'un système exoplanétaire, la forme de l'amplification est principalement due à l'étoile. La présence de la planète produit des perturbations de cette amplification dans de petites régions localisées proches ou à l'intérieur d'une caustique. Inutile de chercher à détecter une planète si la source ne traverse pas ces zones sensibles au gré de son mouvement relatif par rapport à la lentille. Ainsi, la forme, la taille, la position des caustiques déterminent complètement la forme de la courbe d'amplification du flux provenant de la source. Les différentes topologies des caustiques planétaires créées par un système étoile solaire-naine brune ou étoile naine rouge-planète de type super-jupiter sont représentées sur la Fig. 4.4. Les caustiques indiquent les zones de plus forte amplification de la source. Dans le cas des caustiques à grande ou petite séparation, il existe globalement deux régions du plan source (deux pour les caustiques à grande séparation, trois pour les caustiques à petite séparation) qui, traversées par la source, fourniront une courbe d'amplification particulièrement sensible à l'asymétrie de la lentille, ou plutôt devrions-nous dire à l'astigmatisme de la lentille qui génère des caustiques. La première correspond à la position et au voisinage de la caustique centrale, très proche de

Fig. 4.4 – Caustiques planétaires correspondant à un rapport de masse $q = 0,01$. Il s’agit typiquement des caustiques créées par un système binaire impliquant une naine brune en orbite autour d’une étoile de type solaire, ou d’une planète de $10M_J$ en orbite autour d’une naine rouge. Les caustiques obtenues dans le cas d’une planète terrestre ont des formes très similaires mais sont plus petites. La lentille primaire (l’étoile) est placée à l’origine et la planète/naine brune est par convention placée au point d’affixe $-s$, où s est la distance orbitale projetée dans le plan lentille. De bas en haut, la distance projetée vaut $s = (0,6; 0,7; 0,85; 0,9; 1,01; 1,3; 1,35; 1,4)$. Les deux panneaux du haut représentent des caustiques à grande séparation, les trois suivants représentent des caustiques intermédiaires et les trois derniers des caustiques à faible séparation. Toutes les distances sont en unité du rayon d’Einstein.



l’étoile, souvent très petite. Lors d’événements de forte amplification, la trajectoire apparente de la source possède un faible paramètre d’impact et traverse souvent cette caustique. La seconde correspond aux caustiques périphériques, proche de la position de la planète si la séparation est grande, ou dans la direction opposée si la séparation est très faible. Dans le cas d’une caustique intermédiaire, une seule zone très étendue présente une forte sensibilité à la présence de la planète. Ces caustiques sont très favorables à la détection de planètes du fait de leur position et de leur étendue, mais sont quasi-inexistantes pour des rapports de masse inférieurs au millième comme l’indique la Fig. 4.3.

Lors de la modélisation d’un événement de microlentille, la résolution numérique de l’Éq. (4.54) associée à la détermination de la structure de la caustique d’une part, de l’équation polynomiale Éq. (4.39) qui permet de trouver la position des images, et enfin (c’est l’étape la plus longue) le calcul de l’amplification exigent des ressources de calcul considérables, ou des temps de modélisation importants. Nous reviendrons sur les techniques pratiques mises en œuvre pour le calcul de l’amplification dans la partie traitant de la modélisation numérique.

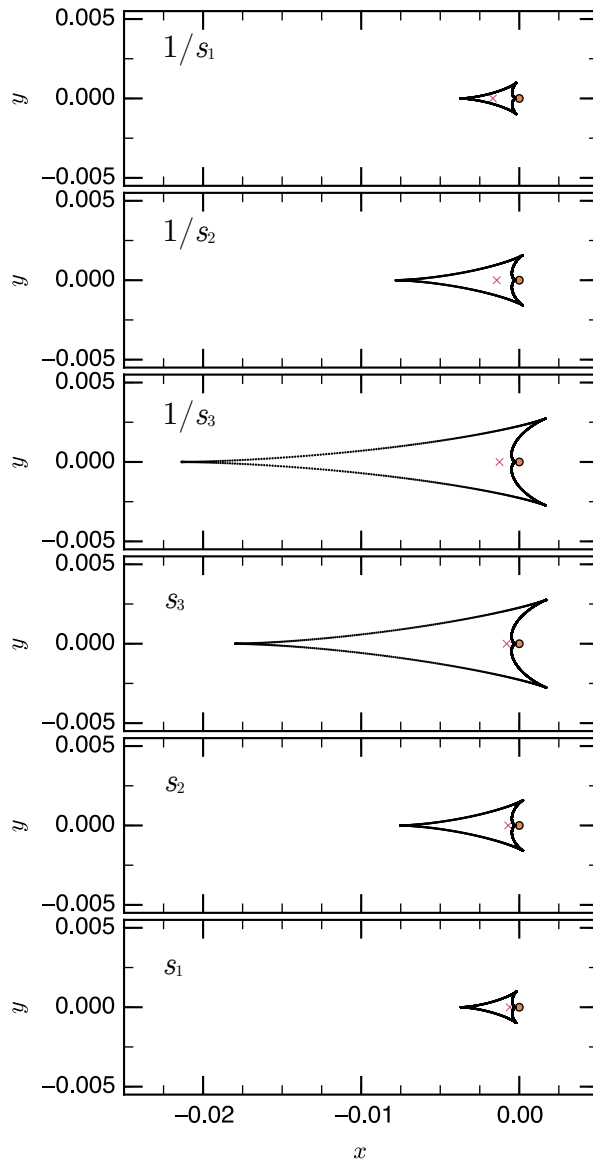


Fig. 4.5 – Cette figure illustre la dégénérescence $s \leftrightarrow 1/s$ en représentant la partie centrale des caustiques planétaires formées pour un rapport de masse très faible $q = 10^{-3}$ constant mais pour trois séparations différentes : $s_1 = 0,6$; $s_2 = 0,7$; $s_3 = 0,8$. Si le rapport de masse est très faible, la forme de la caustique centrale à petite séparation s est très similaire à la forme de la caustique centrale à grande séparation $s' = 1/s$, ceci étant d'autant plus vrai que $s \ll 1$. Les distances sont en unité du rayon d'Einstein. La croix rouge indique la position du centre de masse du système.

Dégénérescence $s \leftrightarrow 1/s$ à très faible rapport de masse

Il est tout à fait remarquable que dans la limite des faibles rapports de masse, la forme de la caustique centrale produite pour une petite séparation s est en tout point similaire à la forme de la caustique centrale obtenue pour une grande séparation $1/s$. Cette dégénérescence mathématique mise en évidence par Dominik (1999) est illustrée par la Fig. 4.5. Elle est d'autant mieux vérifiée que la séparation s est faible.

Cette dégénérescence est d'une importance cruciale en microlentille car elle signifie qu'il est en pratique extrêmement difficile de différencier un modèle planétaire à grande et petite séparation. Des effets supplémentaires sont parfois pris en compte comme la parallaxe et aident à identifier le bon modèle.

Nombre d'images de la source

Lors d'un phénomène de microlentille, des images multiples apparaissent. Par conservation de l'intensité spécifique, l'amplification du flux provenant de la source est égal au rapport de l'aire des images sur l'aire de la projection de la source dans le plan lentille. Lorsque la source est

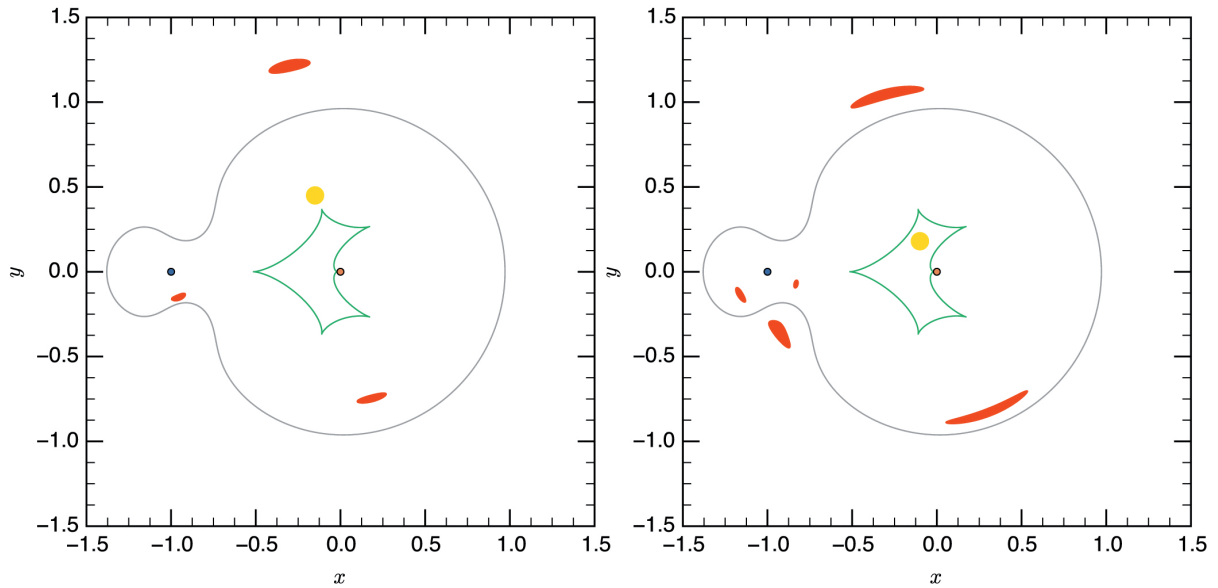


Fig. 4.6 – Images créées lors d'un phénomène de microlentille gravitationnelle. La source est en jaune, la lentille primaire est en orange, la lentille secondaire est en bleu au point d'affixe $-s = -1,0$, la caustique est intermédiaire ($q = 0,08$), les images sont représentées en rouge. Les distances sont en unités du rayon d'Einstein. Lorsque la source est à l'extérieur de la caustique, trois images se substituent à la source, alors qu'il en existe cinq lorsque la source se trouve à l'intérieur. Dans ce dernier cas, comme deux images supplémentaires sont créées, l'amplification du flux de la source est important et vaut, au minimum trois (Witt & Mao, 1995).

très éloignée de la ligne de visée l'image majeure est confondue avec la source : l'amplification vaut un. Au fur et à mesure que la source se rapproche de la ligne de visée, de nouvelles images apparaissent (une dans le cas d'une lentille simple, deux ou quatre dans le cas d'une lentille binaire). Ces images supplémentaires résultent du fait que davantage de rayons lumineux sont rabattus vers l'observateur depuis la lentille : le flux de la source est donc amplifié. Witt (1990) montre que trois images de la source sont créées lorsque la source se trouve à l'extérieur des caustiques, alors que deux images supplémentaires apparaissent lorsqu'elle se situe à l'intérieur. Cette propriété est illustrée par la Fig. 4.6. Partant de ce constat, Witt & Mao (1995) ont en particulier montré que l'amplification d'une source qui se trouve à l'intérieur d'une caustique ne peut être inférieure à trois et que cette valeur de l'amplification est atteinte pour une lentille binaire composée de deux corps de même masse ($q = 1$), séparés de deux rayons d'Einstein ($s = 2$) pour une source située exactement entre les deux corps.

4.3 Microlentilles à N corps

Nous avons détaillé la modélisation des microlentilles simple et binaire. En généralisant la démarche suivie au § 4.2, l'équation des lentilles à N corps s'écrit comme une superposition linéaire des déviations induites par chaque microlentille individuelle. L'équation des lentilles Éq. (4.37) devient alors

$$\zeta = z - \sum_{k=1}^N \epsilon_k \frac{z - l_k}{|z - l_k|^2} = z - \sum_{k=1}^N \frac{\epsilon_k}{z - l_k}, \quad (4.57)$$

avec $\epsilon_k = M_k/M$, M la masse totale de la lentille, M_k la masse de la microlentille k située à l'abscisse l_k . Dans ce modèle, toutes les microlentilles sont supposées à la même distance de l'observateur. Ce modèle décrit en particulier le cas de systèmes planétaires multiples.

Dans le cas d'une lentille à N composantes comme dans le cas d'une lentille binaire, l'équation des lentilles implique l'existence d'une équation polynomiale pour la variable z dont la résolution numérique fournit $N^2 + 1$ solutions complexes (Witt, 1990). Parmi ces solutions, certaines vérifient l'équation des lentilles, d'autres non et ne correspondent pas à des images physiques de la source. Le nombre minimal d'images de la source est $N + 1$ (Han, 2005). Par ailleurs, dans le cas où les $N^2 + 1$ racines de l'équation polynomiale sont solutions de l'équation des lentilles, l'amplification minimale du flux de la source est 7 pour une microlentille à trois corps et $N^2 + 1 - N$ si la microlentille est composée de plus de trois entités (Rhie, 1997). Ces critères sont importants pour éventuellement repérer une courbe de lumière mal expliquée par un modèle de microlentille binaire, et qui pourrait être due à la présence de plus d'une planète.

Des systèmes triples comme OGLE-2006-BLG-109Lb ont déjà été modélisés. Dans ce système, l'étoile est une étoile M située à une distance de 1,51 kpc. Deux planètes ont été détectées de masse $0,73 M_J$ et $0,27 M_J$ respectivement à 2,3 UA et 4,5 UA (Gaudi et coll., 2008 ; Bennett et coll., 2010). Un autre système multiple original composé d'une planète de type Vénus en orbite autour d'une naine brune a très récemment été découvert (Udalski et coll., 2015a).

4.4 Modélisation de la source

Jusqu'à présent, nous avons très peu évoqué les caractéristiques de la source. Pourtant, lors d'un phénomène de microlentille, le flux provenant de la source est amplifié, révélant ainsi de précieuses informations sur le profil d'intensité à sa surface, sur sa taille, toutes ces caractéristiques faisant partie du processus de modélisation d'un événement de microlentille. La méthode des microlentilles est très souvent présentée comme un moyen de découvrir des planètes, mais plus rarement comme un moyen de sonder l'atmosphère des étoiles du bulbe galactique. Pourtant, le flux de la source étant amplifié, des caractéristiques très précises de la source émergent au cours d'un effet de microlentille. Dans cette section, nous décrivons comment les caractéristiques de la sources sont modélisées, et comment elles sont prises en compte dans les modèles de microlentille.

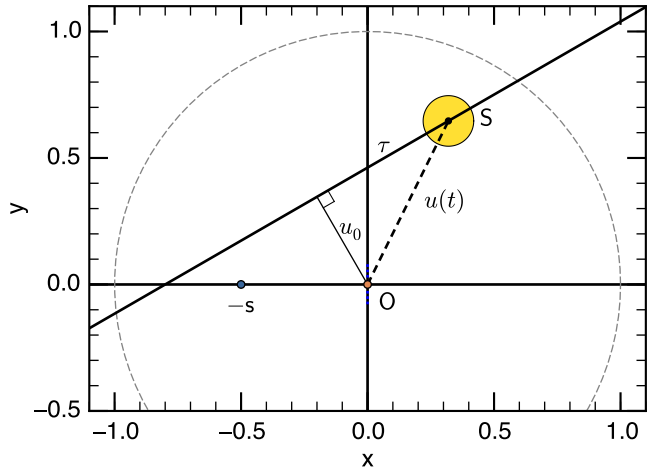
4.4.1 Mouvement apparent de la source et temps caractéristique

L'effet de microlentille gravitationnelle se produit lorsque l'alignement de deux étoiles avec l'observateur se produit. Insistons sur le fait que seule la distance relative de la source par rapport à la lentille est importante. Cet alignement est le fruit du hasard et se produit au gré des mouvements propres à chacun des objets. Ainsi, comme la position relative des trois objets dépend du temps, l'amplification du flux de la source est une fonction du temps.

Choix d'un repère

Pour décrire un événement de microlentille, il est pratique de définir la ligne de visée par la droite passant à la fois par l'observateur et la lentille. Cette ligne de visée est en mouvement permanent à cause du mouvement propre de l'observateur et de la lentille. Nous noterons $\hat{\mathbf{m}}$ le vecteur unitaire de direction la ligne de visée et dont le sens est arbitrairement choisi vers l'observateur. Le plan du ciel est le plan orthogonal à la ligne de visée et ne dépend donc pas de la rotation terrestre journalière. La Fig. 4.7 précise les notations. Un repère est défini dans le plan de la lentille avec pour origine la lentille. Dans le cas d'une lentille binaire, l'axe reliant l'étoile à la

Fig. 4.7 – Modélisation du mouvement apparent de la source. L'origine O du repère dans lequel le mouvement de la source est décrit est confondue avec la lentille (point orange qui correspond à la position de la lentille dans le cas d'une lentille simple, à la position du corps le plus lourd dans le cas d'une lentille double). La source, notée S , a un mouvement apparent supposé linéaire dans ce repère. Le paramètre d'impact est noté u_0 et la distance OS est notée $u(t)$. La lentille secondaire (corps de plus faible masse) permet de définir l'axe de symétrie de la lentille, noté x , est placée au point d'abscisse $-s$.



planète est un axe de symétrie de la lentille et sera utilisé pour définir un axe x de référence. Ensuite, par convention, l'objet le plus lourd de la lentille binaire est arbitrairement placé à l'origine du repère de sorte que l'abscisse de la planète soit $-s$. Cette convention est utilisée dans la suite de cette thèse. Notons cependant qu'on lui préfère souvent un repère avec pour origine le centre de masse du système {étoile, planète}, ou bien encore le centre de la caustique centrale qui correspond au « photocentre de l'amplification » et qui a le mérite de maintenir la caustique relativement fixe lorsqu'un léger mouvement orbital de la lentille est pris en compte. Pour une discussion approfondie sur la position du photocentre, le lecteur intéressé pourra consulter les articles de Han et coll. (2005), Han (2009) et Skowron et coll. (2011). L'intérêt des conventions que nous avons choisies réside dans l'uniformisation de la définition du paramètre d'impact u_0 . Dans le cas d'une lentille simple, il s'agit de la distance minimale entre la source et la lentille, atteinte à l'instant t_0 . Dans le cas d'une lentille binaire, la convention adoptée prend comme référence l'objet le plus lourd, celui dont dépend la structure à grande échelle de l'amplification.

Mouvements propres

Chaque étoile dans la Galaxie se déplace avec un vecteur vitesse \mathbf{V} qui dépend de sa position \mathbf{r} . La vitesse différentielle par rapport à un observateur placé dans la Voie lactée à une distance de \mathbf{r}_0 du centre du centre galactique est $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{V}(\mathbf{r}) - \mathbf{V}(\mathbf{r}_0)$. La vitesse du mouvement apparent de l'objet en \mathbf{r} se décompose alors en une vitesse $v_r(\mathbf{r})$ selon la ligne de visée et une vitesse $\mathbf{v}_t(\mathbf{r})$ tangentielle. Si la distance entre l'observateur et l'objet est $D = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\|$, alors son mouvement propre pour l'observateur est $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{v}_t/D$, avec

$$\mu_{\text{rel}} \approx 0,211 \text{ mas.an}^{-1} \left(\frac{v}{1 \text{ km.s}^{-1}} \right) \left(\frac{D}{1 \text{ kpc}} \right)^{-1}. \quad (4.58)$$

Le Système solaire se trouve dans le disque fin de la Voie lactée à environ $r_\odot \approx 8 \text{ kpc}$ du centre du bulbe galactique (Kerr & Lynden-Bell, 1986) et se déplace dans le référentiel au repos local (*LSR*) à une vitesse de $10,00 \pm 0,36 \text{ km.s}^{-1}$ dans la direction radiale vers le bulbe, $5,23 \pm 0,62 \text{ km.s}^{-1}$ dans la direction de la rotation galactique, et $7,17 \pm 0,38 \text{ km.s}^{-1}$ dans la direction du Nord galactique. De plus, la vitesse de rotation du *LSR* autour du centre galactique est d'environ 220 km.s^{-1} (Kerr & Lynden-Bell, 1986). Ainsi le mouvement propre apparent d'une étoile qui serait fixe dans le bulbe galactique serait d'environ $6,0 \text{ mas.ans}^{-1}$. En réalité, une étoile du bulbe ne peut être fixe. L'étude de la largeur de la raie d'émission HI à 21 cm de l'hydrogène

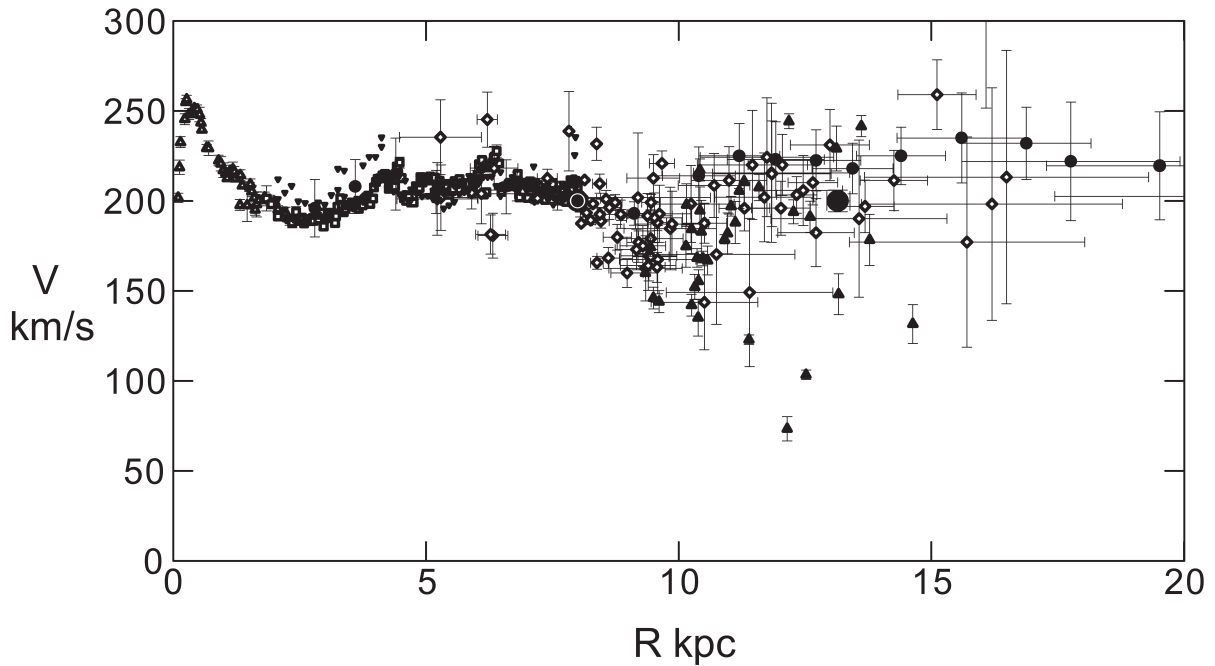


Fig. 4.8 – Vitesse de rotation des étoiles dans la Voie lactée déduite de différentes techniques dont l'étude de la largeur de raie HI d'hydrogène neutre. Le Soleil est indiqué par le symbole \odot . *Figure extraite de Sofue et coll. (2009).*

neutre par les nuages de gaz dans notre galaxie a non seulement permis de mettre en évidence la structure spirale de la Voie lactée, mais aussi de mesurer la vitesse de rotation d'ensemble des objets en fonction de leur distance au bulbe. La Fig. 4.8 représente cette vitesse en fonction de la distance au centre galactique. La vitesse de rotation d'ensemble est du même ordre de grandeur dans le disque. Le mouvement relatif de la source par rapport à la lentille est donc essentiellement de nature aléatoire et caractérisé par une dispersion. La dispersion en vitesse du mouvement propre des étoiles dans le bulbe est de l'ordre de 4 mas.ans^{-1} (Clarkson et coll., 2008). Pour une lentille située dans le disque, la dispersion de vitesse est de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres par seconde, ce qui représente un mouvement propre de quelques milli-secondes d'angle par an. Par sommation quadratique, il apparaît que le mouvement relatif d'une source dans le bulbe par rapport à une lentille dans le disque est donc de l'ordre de 6 mas.ans^{-1} . Si la lentille se trouvait dans le bulbe, proche de la source, le mouvement propre relatif serait alors de l'ordre de 5 mas.ans^{-1} , c'est-à-dire sensiblement le même. À titre de remarque, lorsque la lentille est proche ou très lumineuse, cinq années environ suffisent pour l'observer séparée de la source en réalisant des observations à haute résolution angulaire. De telles mesures sont parfois effectuées et permettent une mesure de μ_{rel} , précieuse car elle fournit une relation supplémentaire qui permet de connaître la distance à la lentille.

Temps caractéristique d'Einstein

Une des caractéristiques importantes de l'effet de microlentille que nous avons mentionné précédemment est le fait qu'il est susceptible d'être détecté à condition que la source traverse le rayon d'Einstein de la lentille au cours de son mouvement projeté dans le plan de la lentille. Une lentille composée d'une étoile naine rouge à 4 kpc de la Terre a un rayon angulaire d'Einstein θ_E de l'ordre de 1 mas. Ainsi, le temps caractéristique du phénomène est $\theta_E/\mu_{\text{rel}}$ avec μ_{rel} la

vitesse angulaire relative de la lentille par rapport à la source projetée dans le plan de la lentille, typiquement de l'ordre de plusieurs jours à quelques mois. On définit le temps caractéristique d'Einstein t_E par

$$t_E \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{r_E}{v_\perp} = \frac{D_l \theta_E}{v_\perp}, \quad (4.59)$$

avec v_\perp la vitesse tangentielle de la lentille par rapport à la source. Cette quantité caractéristique correspond au temps nécessaire pour que la source traverse un rayon d'Einstein. En reprenant la définition de θ_E , ce temps caractéristique s'écrit

$$t_E \approx 24,706 \text{ jours} \left(\frac{D_l}{1 \text{ kpc}} \right) \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{1 \text{ kpc}}{D_l} - \frac{1 \text{ kpc}}{D_s} \right)^{1/2} \left(\frac{v_\perp}{200 \text{ km.s}^{-1}} \right)^{-1}. \quad (4.60)$$

Le temps d'Einstein calculé pour une lentille de $0,5 M_\odot$ à 4 kpc et une source située à 8,0 kpc est de 24 jours en supposant que $v_\perp = 200 \text{ km.s}^{-1}$. C'est en effet la durée typique observée d'un événement et la distribution des temps d'Einstein est cohérente avec le fait que notre galaxie est principalement peuplée d'étoiles de faible masse. Les événements d'une durée de quelques heures ou de plusieurs années sont extrêmement rares.

Sur une échelle de temps aussi courte, une première approche est de considérer le mouvement apparent de la source dans le plan de la lentille comme rectiligne et uniforme. Les paramètres utilisés découlent naturellement du temps d'Einstein et de la valeur du paramètre d'impact u_0 de la trajectoire de la source dans le plan de la lentille. En notant t_0 l'instant de passage de la source au plus près de la lentille, la distance u entre la lentille et la source s'écrit à chaque instant t dans le plan de la lentille,

$$u(t) = \sqrt{u_0^2 + \left(\frac{t - t_0}{t_E} \right)^2}. \quad (4.61)$$

Dans le cas d'une lentille simple, aucun paramètre supplémentaire n'est nécessaire pour décrire la géométrie de l'événement car la lentille est à symétrie sphérique avec $|\zeta(t)| = u(t)$. En revanche, si la lentille est double, il est nécessaire de préciser la position de la lentille secondaire. Habituellement, l'axe de symétrie de la lentille (axes joignant la lentille primaire à la lentille secondaire) est choisi par convention comme un axe de référence du plan lentille, noté (Ox) et de vecteur unitaire \hat{x} . Ensuite, l'axe (Oy) de vecteur unitaire \hat{y} est construit à partir de (Ox) tel que (Oy) soit perpendiculaire à (Ox) et tel que $\hat{x} \times \hat{y}$ soit un vecteur le long de la ligne de visée qui pointe vers l'observateur. L'angle α est alors l'angle que fait la trajectoire de la source par rapport à l'axe (Ox) . La Fig. 4.7 représente la géométrie du problème.

Une autre manière de paramétrer le mouvement de la source, plus proche des observables, est de construire un repère direct $(\hat{\tau}, \hat{\beta})$ dans le plan du ciel tel que $\hat{\tau}$ soit un vecteur unitaire indiquant la direction de la trajectoire de la source. Les composantes respectives du vecteur $\mathbf{u}(t)$ dans ce repère sont $\tau(t)$ et $\beta(t)$ de sorte que le vecteur position de la source s'écrive $\mathbf{u}(t) = \tau(t) \hat{\tau} + \beta(t) \hat{\beta}$. La composante τ contient toute la dépendance temporelle du mouvement rectiligne de la source. En explicitant chaque terme, $\tau(t) = (t - t_0)/t_E$ et $\beta = u_0$ sont représentés sur la Fig. 4.7.

4.4.2 Taille de la source

Lors du calcul de l'amplification du flux de source par une lentille simple ou double, nous avons commencé par considérer une source réelle de rayon R_* . Bien que dans les zones les moins amplifiées du plan source, un modèle point-source suffise à modéliser un événement ($\theta_s \lesssim 0.1 \text{ mas}$, c'est-à-dire moins de 10% du rayon angulaire d'Einstein), lorsque la source traverse ou s'approche d'une

caustique (singularité), ce modèle n'est plus satisfaisant. En particulier, lorsque l'amplification ne peut plus être considérée comme constante sur l'ensemble de la photosphère de la source, le gradient d'amplification est très important et la source ne peut plus être modélisée par un point. Or nous avons vu que l'amplification dans le cas d'une microlentille simple divergeait au niveau de la lentille si la source était considérée comme ponctuelle. De même, dans le cas des microlentilles binaires, les caustiques sont les courbes du plan source où l'amplification d'une source ponctuelle diverge. Dans les deux cas, des effets de source étendue sont à prévoir si l'événement est de très grande amplification ($\mu > 100$). Une telle situation se présente si le paramètre d'impact u_0 est faible ($u_0 \lesssim 0.01$) si la lentille est simple, ou si la trajectoire de la source traverse ou s'approche d'une caustique dans le cas d'une lentille binaire.

Les sources impliquées dans les événements de microlentille sont en général des étoiles géantes du bulbe galactique pouvant atteindre une trentaine de rayons solaires. À la distance de 8 kpc, ces sources possèdent un rayon angulaire de l'ordre de la dizaine de microsecondes d'angle. Par conséquent, en l'absence d'effet de lentille, ces sources sont loin d'être résolues par les télescopes actuels. Lorsque la taille des images multiples créées au cours de l'effet de microlentille est suffisamment grande, par rapport à θ_E , des effets observables de l'extension spatiale de la source se retrouvent dans la courbe de lumière. Souvent ces effets sont détectés dans des intervalles de temps très courts devant t_E mais suffisamment long pour permettre, parfois, la caractérisation du profil d'intensité de la surface de l'étoile source. La modélisation de ce phénomène est présenté aux § 5.5.3 et § 5.6.

La prise en compte de cet effet lors de la modélisation d'une courbe de lumière permet, lorsque la source passe suffisamment près de la lentille ou d'une caustique lorsque la lentille est binaire, de mesurer la taille de la source en unité du rayon d'Einstein : $\rho = \theta_s/\theta_E$. Cette mesure, lorsqu'elle est possible est très précieuse car elle fournit une contrainte directement sur la valeur de θ_E . En analysant la magnitude en bande I et la couleur ($V - I$) de la source, il est possible de déterminer θ_s (en utilisant une relation de brillance de surface, Kervella & Fouqué (2008)) et ainsi mesurer θ_E . Comme l'expression de θ_E fait intervenir non seulement la masse de la lentille mais aussi sa distance et la distance à la source, la détermination de ρ ne suffit pas à déterminer la masse et la distance à la lentille. Une relation supplémentaire est nécessaire pour résoudre le problème.

4.4.3 Effets de parallaxe

Les effets de parallaxe sont parmi les effets les plus utiles à la caractérisation d'une microlentille. De tels effets se produisent lorsque le mouvement de l'observateur n'est plus inertiel. Si un événement de microlentille permet de contraindre la parallaxe, alors la projection du rayon d'Einstein \widetilde{r}_E dans le plan de l'observateur peut être déterminée. Cette mesure est possible lorsque l'observateur se trouve dans un référentiel accéléré, ou bien lorsqu'un événement est observé de deux endroits très éloignés. Dans le premier cas, on parle de parallaxe orbitale (par exemple, Alcock et coll., 1995 ; Mao, 1999 ; Smith et coll., 2002), dans le second de parallaxe terrestre (Gould, 1997) ou de parallaxe Terre-Espace (Refsdal, 1966 ; Udalski et coll., 2015c) si l'événement est simultanément observé depuis la Terre et un télescope spatial. La parallaxe terrestre n'est mesurable que dans le cas d'événements de très grande amplification pour lesquels une très faible variation de u suffit à faire varier de manière détectable la valeur de l'amplification. Comme nous venons de le voir, il est clair que pour des événements dont le temps d'Einstein est faible, la vitesse relative de la lentille par rapport à la source est rectiligne et uniforme avec une excellente approximation. Un écart à l'uniformité provient dans la majorité des cas du

mouvement de la Terre autour du Soleil. Ceci est particulièrement flagrant lorsqu'il est observé sur des échelles de temps de l'ordre de $1 \text{ an}/(2\pi) \approx 2 \text{ mois}$. Le cas contraire serait un concours de circonstances tout à fait exceptionnel qui ferait que le mouvement relatif lentille-source serait similaire à celui de la Terre autour du Soleil, dans le rapport des distances adéquat.

Parallaxe orbitale

En microlentille, la parallaxe permet de mesurer l'amplitude (en unité du rayon d'Einstein) du mouvement relatif de la lentille par rapport à la source dû au mouvement de l'observateur. Dans le référentiel géocentrique, les mouvements de la source \mathbf{r}_s et de la lentille \mathbf{r}_l projetés dans le plan du ciel se décomposent à tout instant $t_{0,\text{par}}$ (« par » signifie ici « particulier ») en une composante rectiligne et uniforme décrivant leur mouvement dans le référentiel héliocentrique (notée $\mathbf{r}_{s,\text{H}}$ et $\mathbf{r}_{l,\text{H}}$), et une composante parallactique due à la rotation de la Terre autour du Soleil,

$$\frac{\mathbf{r}_s(t)}{D_s} = \frac{\mathbf{r}_{s,\text{H}}}{D_s}(t_{0,\text{par}}) + (t - t_{0,\text{par}}) \frac{1}{D_s} \left. \frac{d\mathbf{r}_{s,\text{H}}}{dt} \right|_{t_{0,\text{par}}} + \frac{1 \text{ UA}}{D_s} \frac{\boldsymbol{\varsigma}_\perp(t)}{1 \text{ UA}} \quad (4.62)$$

$$\frac{\mathbf{r}_l(t)}{D_l} = \frac{\mathbf{r}_{l,\text{H}}}{D_l}(t_{0,\text{par}}) + (t - t_{0,\text{par}}) \frac{1}{D_l} \left. \frac{d\mathbf{r}_{l,\text{H}}}{dt} \right|_{t_{0,\text{par}}} + \frac{1 \text{ UA}}{D_l} \frac{\boldsymbol{\varsigma}_\perp(t)}{1 \text{ UA}}, \quad (4.63)$$

avec $\boldsymbol{\varsigma}_\perp$ le vecteur reliant à chaque instant le centre de la Terre au centre du Soleil (ce vecteur décrit le mouvement apparent du Soleil dans le référentiel géocentrique), ce qui donne en écrivant les grandeurs angulaires correspondantes,

$$\boldsymbol{\theta}_s(t) = \boldsymbol{\theta}_{s,\text{H}}(t_{0,\text{par}}) + (t - t_{0,\text{par}}) \boldsymbol{\mu}_{s,\text{H}}(t_{0,\text{par}}) + \frac{\pi_s}{1 \text{ mas}} \frac{\boldsymbol{\varsigma}_\perp(t)}{1 \text{ UA}} \quad (4.64)$$

$$\boldsymbol{\theta}_l(t) = \boldsymbol{\theta}_{l,\text{H}}(t_{0,\text{par}}) + (t - t_{0,\text{par}}) \boldsymbol{\mu}_{l,\text{H}}(t_{0,\text{par}}) + \frac{\pi_l}{1 \text{ mas}} \frac{\boldsymbol{\varsigma}_\perp(t)}{1 \text{ UA}} \quad (4.65)$$

si les distances sont exprimées en kiloparsecs ($1 \text{ UA}/1 \text{ kpc} = 1 \text{ mas}$). $\mu_{s,\text{H}}$ et $\mu_{l,\text{H}}$ sont les mouvements propres de la source et de la lentille perçus dans le référentiel héliocentrique.

Décrivons maintenant le mouvement de la source par rapport à la lentille. Introduisons donc le vecteur joignant la lentille à la source $\mathbf{u}(t)$ à l'instant t exprimé en unité du rayon angulaire d'Einstein.

$$\begin{aligned} \theta_E \mathbf{u}(t) &= \boldsymbol{\theta}_s(t) - \boldsymbol{\theta}_l(t) = \boldsymbol{\theta}_{s,\text{H}}(t) - \boldsymbol{\theta}_{l,\text{H}}(t) + (t - t_{0,\text{par}}) (\boldsymbol{\mu}_{s,\text{H}}(t_{0,\text{par}}) - \boldsymbol{\mu}_{l,\text{H}}(t_{0,\text{par}})) \\ &\quad + \frac{\pi_l - \pi_s}{1 \text{ mas}} \frac{\boldsymbol{\varsigma}_\perp(t)}{1 \text{ UA}}. \end{aligned} \quad (4.66)$$

Définissons la quantité positive $\pi_E \stackrel{\text{déf.}}{=} (\pi_l - \pi_s)/\theta_E$ et le mouvement propre de la lentille par rapport à la source dans le référentiel héliocentrique (on retire les indices H pour alléger les notations) à l'instant $t_{0,\text{par}}$ tel que $\boldsymbol{\mu}_E(t_{0,\text{par}}) \stackrel{\text{déf.}}{=} \boldsymbol{\mu}_{\text{rel}}(t_{0,\text{par}})/\theta_E = (\boldsymbol{\mu}_{l,\text{H}}(t_{0,\text{par}}) - \boldsymbol{\mu}_{s,\text{H}}(t_{0,\text{par}}))/\theta_E$ (par définition, $|\boldsymbol{\mu}_E| = 1/\theta_E$). Ces grandeurs sont constantes en norme, en direction, en sens et ne dépendent que du choix de l'instant $t_{0,\text{par}}$. En utilisant le fait que $\mathbf{u}(t_{0,\text{par}}) = (\boldsymbol{\theta}_{s,\text{H}}(t_{0,\text{par}}) - \boldsymbol{\theta}_{l,\text{H}}(t_{0,\text{par}}))/\theta_E - \pi_E \boldsymbol{\varsigma}_\perp(t_{0,\text{par}})/1 \text{ UA}$ et que $\dot{\mathbf{u}}(t_{0,\text{par}}) = -\boldsymbol{\mu}_E - \pi_E \dot{\boldsymbol{\varsigma}}_\perp(t_{0,\text{par}})/1 \text{ UA}$, on trouve

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t_{0,\text{par}}) + (t - t_{0,\text{par}}) \dot{\mathbf{u}}(t_{0,\text{par}}) - \frac{\pi_E}{1 \text{ UA}} \left(\boldsymbol{\varsigma}_\perp(t) - \boldsymbol{\varsigma}_\perp(t_{0,\text{par}}) - (t - t_{0,\text{par}}) \left. \frac{d\boldsymbol{\varsigma}_\perp}{dt} \right|_{t_{0,\text{par}}} \right). \quad (4.67)$$

À l'instant $t_{0,\text{par}}$, la position réelle du soleil est $\boldsymbol{\varsigma}(t_{0,\text{par}})$. Son mouvement est également très proche d'un mouvement rectiligne et uniforme dans le plan du ciel qui s'écrit $\boldsymbol{\varsigma}(t_{0,\text{par}}) +$

$(t - t_{0,\text{par}}) \left. \frac{d\boldsymbol{\varsigma}}{dt} \right|_{t_{0,\text{par}}}$. Ainsi, le terme entre parenthèses dans l'expression précédente correspond exactement à l'écart du mouvement apparent du Soleil à un mouvement rectiligne et uniforme, projeté dans le plan du ciel. Nous noterons cet écart $\Delta\boldsymbol{\varsigma}$ dans l'espace à trois dimensions et $\Delta\boldsymbol{\varsigma}_\perp$ sa projection dans le plan du ciel. Il est important d'insister sur le fait que $\Delta\boldsymbol{\varsigma}$ dépend du choix de $t_{0,\text{par}}$. Ce vecteur se calcule à partir d'éphémérides (disponibles sur le site de l'IMCCE ou du JPL/Caltech) ou de formules approchées (voir § D). Au cours de la modélisation d'événements j'ai utilisé les deux méthodes. Ainsi,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(t_{0,\text{par}}) + (t - t_{0,\text{par}}) \dot{\mathbf{u}}(t_{0,\text{par}}) - \pi_E \frac{\Delta\boldsymbol{\varsigma}_\perp(t)}{1 \text{ UA}}. \quad (4.68)$$

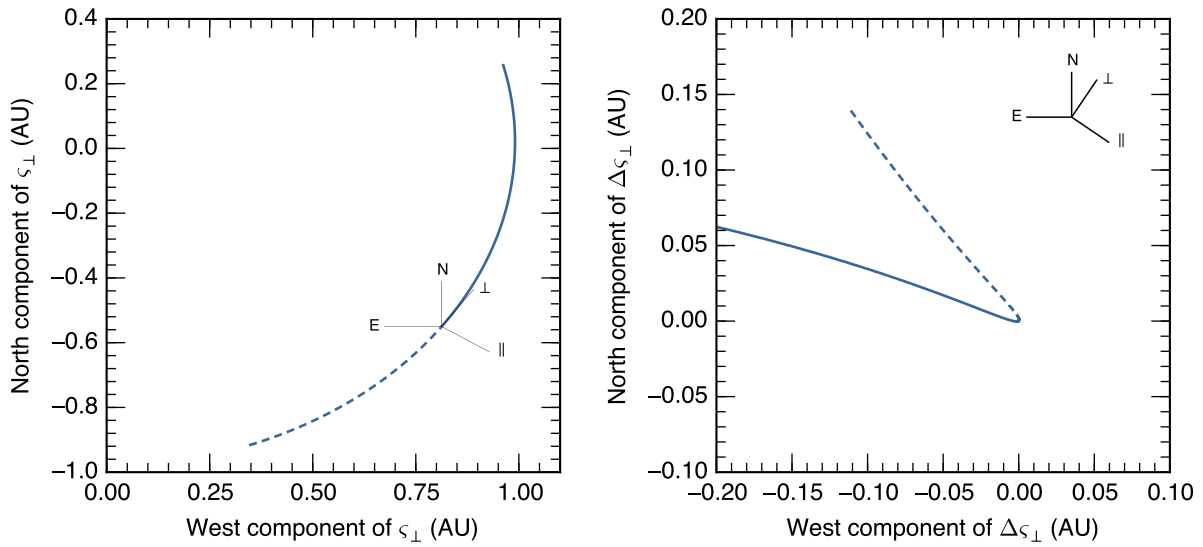


Fig. 4.9 – La figure de gauche représente la projection du mouvement apparent du Soleil dans le repère géocentrique, projeté dans le plan de la lentille. La lentille choisie pour cette illustration correspond aux coordonnées de MACHO-LMC-5, pour comparaison avec Gould (2004). La figure de droite représente l'écart du mouvement apparent du Soleil à un mouvement rectiligne et uniforme dans le référentiel géocentrique. C'est la correction à apporter à la trajectoire apparente de la source dans le repère de la lentille. Sont indiqués sur les deux figures, le repère orienté par le Nord (N) et l'Est (E) du plan du ciel, ou par la composante perpendiculaire \perp à l'accélération de la Terre à l'instant $t_{0,\text{par}}$ et orientée dans le sens du mouvement apparent du Soleil, et parallèle à l'accélération de la Terre à l'instant $t_{0,\text{par}}$ (orientée vers le Soleil) notée \parallel . Les pointillés correspondent à la trajectoire parcourue avant $t_{0,\text{par}}$, la ligne pleine après $t_{0,\text{par}}$.

Nous avons maintenant la liberté de choisir la base du plan du ciel pour décomposer les vecteurs. Cet aspect technique peut paraître inintéressant en première analyse. Pourtant, cette décomposition joue un rôle clé dans la compréhension que nous avons des effets de parallaxe détectables et ceux qui ne le sont pas. De cette analyse résulte une réflexion profonde sur la contrainte que la parallaxe est en mesure de donner sur la masse de la lentille.

Introduisons le pôle Nord du repère équatorial repéré par le vecteur unitaire $\hat{\mathbf{n}}$, dont le centre coïncide avec la Terre, se projette dans le plan du ciel en un vecteur $\hat{\mathbf{n}}_\perp$ et définit le Nord. Le deuxième axe du plan du ciel est choisi orthogonal à $\hat{\mathbf{m}}$ et $\hat{\mathbf{n}}_\perp$. Ce vecteur est dirigé vers l'Est ou l'Ouest. En microlentille, il est souvent choisi de travailler avec l'Est de vecteur unitaire $\hat{\mathbf{e}}$ dirigé vers la gauche et tel que le repère $(\hat{\mathbf{n}}_\perp, \hat{\mathbf{e}})$ soit direct. Dans la suite, nous préférons travailler avec des vecteurs à trois dimensions dont la première correspond à la composante sur $\hat{\mathbf{n}}_\perp$, la seconde,

la composante sur $\hat{\mathbf{e}}$ et la troisième la composante sur $\hat{\mathbf{m}}$. Ainsi, il est immédiat de constater que $\hat{\mathbf{n}}_{\perp} \times \hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{m}}$.

La Fig. 4.9 représente $\boldsymbol{\varsigma}_{\perp}$ (à gauche) et $\Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp}$ (à droite) calculés pour un événement particulier MACHO-LMC-5. Cette figure a pour but d'illustrer le mouvement apparent du Soleil, les corrections à apporter mais aussi les différents repères de bases qui sont utilisés en microlentille. Le principe est ensuite toujours le même quel que soit l'événement. Une nouvelle base du plan du ciel est parfois adoptée pour décrire le mouvement apparent de la source. Un premier vecteur unitaire \parallel est construit grâce à la direction de l'accélération apparente du Soleil dans le référentiel géocentrique. Son sens est arbitrairement choisi vers la position apparente du Soleil. Le deuxième vecteur de base du plan du ciel est $\perp = \hat{\mathbf{m}} \times \parallel$. Ainsi, la base (\parallel, \perp) du plan du ciel est orthonormale directe (voir Fig. 4.9).

Jusqu'à présent, nous avons considéré comme seul instant de référence $t_{0,\text{par}}$. Le choix de ce paramètre est libre et $\mathbf{u}(t_{0,\text{par}})$ ne correspond pas nécessairement à l'instant où la source passe au plus près de la lentille (dans le cas des lentilles binaires). Cet instant est souvent choisi au pic d'amplification. L'instant de plus grande approche t_0 que nous avons déjà introduit (et qui est un paramètre d'ajustement lors de l'analyse d'événements) et $t_{0,\text{par}}$ sont éventuellement différents mais $t_{0,\text{par}}$ est très souvent choisi très proche de t_0 . Ceci revient à généraliser la démonstration précédente, ce qui est possible car le terme $\mathbf{u}(t_{0,\text{par}}) + (t - t_{0,\text{par}}) \dot{\mathbf{u}}(t_{0,\text{par}})$ est l'équation paramétrée d'une droite décrivant le mouvement de la source (la même droite que $\mathbf{u}(t_0) + (t - t_0) \dot{\mathbf{u}}(t_0)$) et $\Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp}$ est un vecteur qui peut être calculé à l'avance complètement indépendamment de la position de la source par rapport à la lentille. Choisir une valeur de $t_{0,\text{par}}$ correspond à choisir l'instant auquel la vitesse et l'accélération de la Terre autour du Soleil sont évaluées. Comme u_0 , t_E et π_E sont des quantités mesurées dans le repère géocentrique et comme la vitesse de la Terre change à chaque instant, toutes ces quantités dépendent du choix de $t_{0,\text{par}}$. Par exemple, t_E est le temps nécessaire pour que la source traverse une distance angulaire égale au rayon d'Einstein si le mouvement de la source par rapport à la lentille était à chaque instant le même que celui observé depuis la Terre à l'instant $t_{0,\text{par}}$. Ces quantités en dépendent toutefois faiblement et cela ne présente généralement pas de problème.

Pour finir, la position de la source \mathbf{u} s'écrit toujours $\mathbf{u}(t) = \tau(t) \hat{\boldsymbol{\tau}} + \beta(t) \hat{\boldsymbol{\beta}}$ avec

$$\tau(t) = u_0 + \delta\tau(t) = u_0 + \pi_E \langle \Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp}, -\hat{\boldsymbol{\tau}} \rangle = u_0 + \langle \boldsymbol{\pi}_E, \Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp} \rangle \quad (4.69)$$

$$\beta(t) = \frac{t - t_0}{t_E} + \delta\beta(t) = \frac{t - t_0}{t_E} + \pi_E \langle \Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp}, -\hat{\boldsymbol{\beta}} \rangle = \frac{t - t_0}{t_E} + \text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \boldsymbol{\pi}_E, \Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp}) \quad (4.70)$$

où le vecteur parallaxe est défini par convention $\boldsymbol{\pi}_E = -\pi_E \hat{\boldsymbol{\tau}} = \pi_E \boldsymbol{\mu}_{\text{rel}}/\mu_{\text{rel}}$. La déterminant à trois dimensions $\text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \boldsymbol{\pi}_E, \Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp})$ se note aussi $\boldsymbol{\pi}_E \times \Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp} = \pi_{EN} \Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp,E} - \pi_{EE} \Delta\boldsymbol{\varsigma}_{\perp,N}$ si on décide de ne travailler que dans le plan du ciel (on supprime la coordonnée nulle suivant $\hat{\mathbf{m}}$). Ce vecteur a donc la direction et le sens du mouvement relatif de la lentille par rapport à la source. Les quantités correctives $\delta\tau$ et $\delta\beta$ se calculent indépendamment de la base choisie pour décomposer les vecteurs (le produit scalaire et vectoriel sont invariants par un changement de base orthonormale directe).

Pour un événement de microlentille qui durerait un an, l'effet de parallaxe induirait une oscillation clairement détectable dans la courbe de lumière. Néanmoins, comme les événements sont beaucoup plus courts, ils ne présentent qu'une fraction de cette oscillation qu'il est souvent impossible de détecter. Même lorsque l'effet est détecté, seule la composante $\pi_{E,\parallel}$ du vecteur parallaxe (parallèle à l'accélération instantanée de la Terre à $t_{0,\text{par}}$) est bien contrainte. À moins que l'accélération de l'observateur soit exactement alignée avec $\boldsymbol{\mu}_{\text{rel}}$, l'effet de parallaxe crée une asymétrie de la courbe de lumière (l'amplification augmente plus vite ou moins vite qu'elle ne

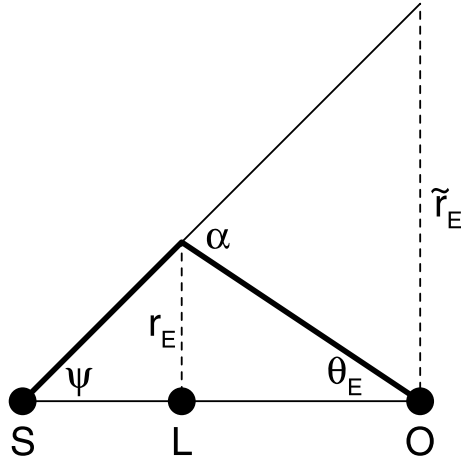


Fig. 4.10 – Géométrie du problème représentée vis-à-vis du plan de l'observateur. S représente la source, L la lentille et O l'observateur.

diminue). Comme l'amplification au cours d'un événement de microlentille est intrinsèquement symétrique, les écarts à cette symétrie sont souvent facilement détectables. Inversement, à moins que μ_{rel} soit orthogonal à l'accélération de l'observateur, l'effet de parallaxe crée également une déformation symétrique de la courbe de lumière qui est extrêmement difficile de détecter car elle induit une dégénérescence avec les paramètres de modélisation. Mathématiquement, cela apparaît très clairement dans le développement de Taylor de $u(t)$ car la composante $\pi_{E,\parallel}$ intervient à l'ordre trois alors que $\pi_{E,\perp}$ intervient à l'ordre quatre (Smith et coll., 2003 ; Gould, 2004). Par ailleurs, l'effet de parallaxe est d'autant mieux détecté que le signal de parallaxe est fort ou que l'événement dure longtemps.

Lors de la modélisation d'une courbe de lumière, le vecteur π_E est un paramètre d'ajustement. Si les données permettent en effet de le contraindre, la direction du mouvement de la lentille par rapport à la source est alors connu et la norme de π_E donne $\pi_{\text{rel}}/\theta_E$, avec π_{rel} la parallaxe géométrique relative de la lentille par rapport à la source,

$$\pi_{\text{rel}} \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{1 \text{ UA}}{D_l} - \frac{1 \text{ UA}}{D_s}. \quad (4.71)$$

Lorsque la source parcourt θ_E dans le ciel, la droite joignant la source à la lentille parcourt \widetilde{r}_E dans le plan de l'observateur. Dans l'approximation des petits angles (voir Fig. 4.10), $\theta_E = \alpha - \psi = \widetilde{r}_E (1/D_l - 1/D_s)$, ce qui s'écrit aussi

$$\theta_E = \frac{\widetilde{r}_E}{1 \text{ UA}} \left(\frac{1 \text{ UA}}{D_l} - \frac{1 \text{ UA}}{D_s} \right) = \frac{\widetilde{r}_E}{1 \text{ UA}} \pi_{\text{rel}}. \quad (4.72)$$

Par conséquent, $\pi_E = \pi_{\text{rel}}/\theta_E = 1 \text{ UA}/\widetilde{r}_E$ et mesurer π_E revient à mesurer \widetilde{r}_E . Or la masse de la lentille peut s'écrire Gould & Loeb (1992) :

$$M = \frac{c^2}{4G} \widetilde{r}_E \theta_E = 0,1227 M_{\odot} \frac{\widetilde{r}_E}{1 \text{ UA}} \frac{\theta_E}{1 \text{ mas}}. \quad (4.73)$$

Dans la mesure où le rayon d'Einstein θ_E est connu (par exemple par la detection d'effets de taille finie de la source), une contrainte sur la parallaxe donne une contrainte sur la masse de la lentille :

$$\frac{M}{M_{\odot}} = \frac{1}{\kappa \pi_E} \frac{\theta_E}{1 \text{ mas}}. \quad (4.74)$$

D'autre part, la distance à la lentille se déduit aussi de la mesure de la parallaxe en écrivant

$$\frac{D_l}{1 \text{ kpc}} = \left(\pi_E \frac{\theta_E}{1 \text{ mas}} + \frac{1 \text{ kpc}}{D_s} \right)^{-1}. \quad (4.75)$$

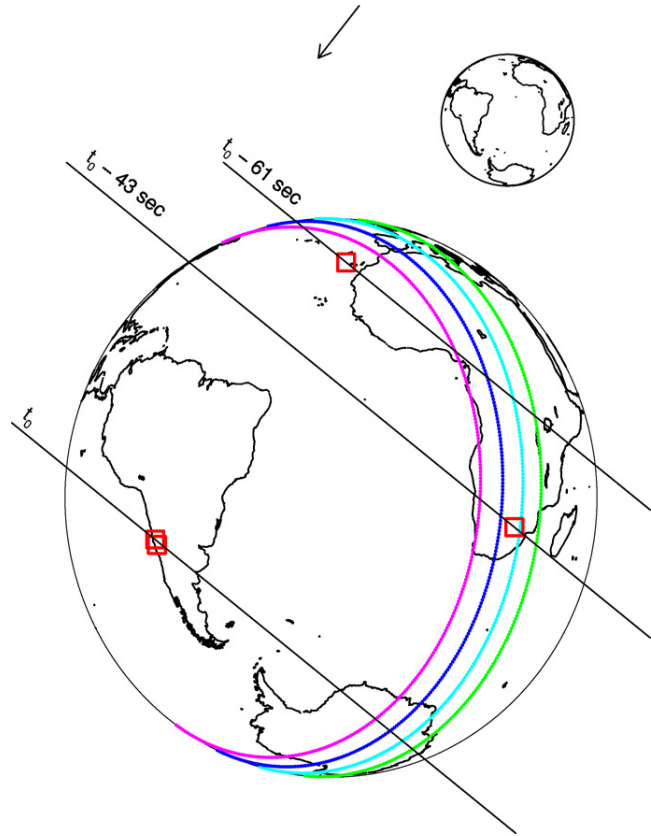


Fig. 4.11 – Ce schéma représente le principe de la mesure de la parallaxe terrestre. Les lignes noires sont les droites le long desquelles t_0 est constant. Les carrés rouges indiquent les observatoires qui ont suivi l'événement OGLE-2007-BLG-224. *Figure extraite de Gould et coll. (2009).*

L'effet de la parallaxe sur les courbes d'amplification est illustré par la Fig. 4.26 à la fin de ce chapitre. Dans cette figure, nous avons considéré un temps d'Einstein totalement irréaliste et très long pour mettre en évidence que l'effet se produit sur une échelle de temps de l'année. Dans la pratique, les temps d'Einstein typiques étant de l'ordre du mois, la trajectoire de la source de le référentiel géocentrique dévie très légèrement de sa trajectoire dans le référentiel héliocentrique. Ainsi, la signature de la parallaxe est souvent subtile.

Parallaxe terrestre

Détecter une parallaxe consiste à détecter une différence d'amplification à un instant donné entre plusieurs observatoires très éloignés (par exemple entre le Chili et la Tasmanie). La Fig. 4.11 illustre la situation. L'effet est très subtil à détecter. Pour observer cet effet, il faut que l'amplification soit extrême (typiquement supérieur à 200) et que la taille de la source projetée dans le plan de l'observateur soit suffisamment petit (typiquement inférieure à cinquante rayons terrestres) pour éviter que les effets de taille finie de la source atténuent les très hautes amplifications (Gould & Yee, 2013). Ceci a pour conséquence que la lentille doit se trouver à moins de 2,5 kpc.

L'observation d'événements extrêmement amplifiés est très complexe car au pic de l'événement, l'amplification change très rapidement. Il faut donc faire preuve d'une grande réactivité au même instant dans des observatoires très éloignés. Depuis 2007, seulement dix événements de grande amplification ont pu être observés et exploités, ce qui est peu.

Le principe de la modélisation est le même que précédemment mais cette fois-ci, le vecteur parallaxe s'écrit (Dong et coll., 2007)

$$\pi_{\mathbf{E}} = \frac{1 \text{ UA}}{D_{\perp}} {}^t \left[\frac{\Delta t_0}{t_E}, \Delta u_0 \right], \quad (4.76)$$

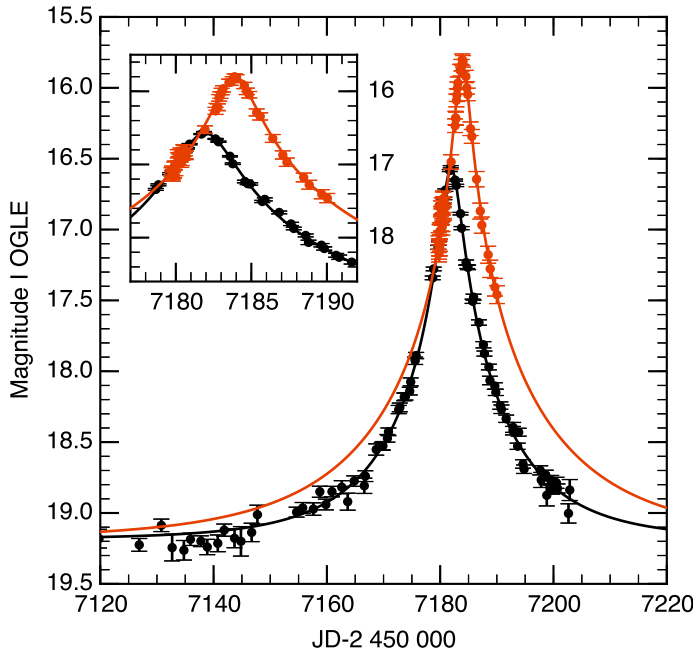


Fig. 4.12 – Courbe de lumière de l'événement de microlentille OGLE-2015-BLG-1100. Cet événement a été observé par OGLE (points noirs) et Spitzer (points rouges). J'ai réalisé deux ajustements d'un modèle de lentille simple qui permettent de trouver $\Delta t_0 = 1,98$ jours et $\Delta u_0 = -0,044$. Une différence de t_E est aussi observée (~ 10 jours). L'absence de points hors du pic d'amplification pour les données Spitzer ne permet pas d'obtenir des mesures très précises mais ces résultats sont en accord avec les valeurs typiques trouvées dans la pratique.

à condition que l'axe de référence (Ox) soit dirigé dans la direction définie par les deux observatoires observant simultanément l'événement. Δt_0 correspond à l'intervalle de temps entre le pic de l'événement détecté dans les deux observatoires, Δu_0 la différence entre les paramètres d'impact et D_\perp la séparation entre les observatoires projetée dans le plan du ciel. Comme $\pi_E = 1 \text{ UA}/\widetilde{r}_E$ et que \widetilde{r}_E est du même ordre de grandeur que D_\perp , les termes $\Delta t_0/t_E$ et Δu_0 sont de très faible amplitude. C'est la raison pour laquelle cet effet est rarement détecté. Certaines analyses y sont toutefois parvenues comme celle de l'événement OGLE-2008-BLG-279 (Yee et coll., 2009).

Parallaxe Terre-espace

Un moyen d'augmenter sensiblement l'amplitude des différences Δt_0 et Δu_0 est tout simplement d'augmenter D_\perp (Refsdal, 1966). Le rayon terrestre ne permettant pas d'éloigner infiniment les télescopes, une idée est d'utiliser un télescope spatial. Par exemple, Spitzer se trouve à environ une unité astronomique de la Terre. Dans ce cas, l'amplitude du signal de parallaxe devient largement détectable. Dans cette situation, D_\perp correspond à la distance entre la Terre et le satellite projeté dans le plan du ciel.

Une première mesure a été réalisée en 2007 grâce au satellite Spitzer sur l'événement OGLE-2005-SMC-001 (Dong et coll., 2007) en direction du petit nuage de Magellan et a conduit à la première détermination de la masse de la lentille par cette méthode. Des efforts importants ont été fournis depuis pour démontrer qu'il était possible de suivre plusieurs événements de microlentille sur Terre et depuis l'espace. La difficulté de ce type de campagne réside dans la nature aléatoire de l'apparition d'un événement de microlentille. Une fois les événements détectés sur Terre, il faut les trier, identifier ceux qui sont dans le champ de Spitzer, et surtout évaluer les temps de pose et la fréquence des observations depuis Spitzer. Comme il est impossible de connaître à un instant donné l'amplification précise du flux de la source qui sera perçue par le satellite dans les jours qui suivent, la prise de décision n'est pas une tâche évidente. Le choix des cibles s'appuie pour l'instant (nous sommes encore dans une année test) sur des critères objectifs fondés sur la date du pic d'amplification et l'intensité de la cible, mais pas uniquement. Certaines cibles sont choisies subjectivement, par expérience, car l'algorithme permettant un

choix objectif laisse inmanquablement passer certains événements qui finalement permettent une mesure de parallaxe (Yee et coll., 2015a). La distinction entre les objets choisis objectivement et subjectivement est primordiale en vue de réaliser des analyses statistiques non biaisées par l'expérience humaine.

Depuis 2014 le domaine des microlentilles a franchi un cap en la matière. Plusieurs observations faites pendant l'été 2014 ont permis de montrer qu'il était possible de réaliser une campagne d'observation Terre-Espace qui a débouché sur la première détection d'une planète semblable à Jupiter dont la masse et la distance ont pu être déterminées grâce à la parallaxe Terre-Espace contrainte avec les données de Spitzer (Udalski et coll., 2015c), la mesure du même effet sur une étoile isolée (Yee et coll., 2015c), et sur la première analyse préliminaire de la distribution spatiale des lentilles dans la Voie lactée (nous présentons cette analyse au § 5.8.2, Calchi Novati et coll., 2015). Cette année, les observations de microlentilles avec Spitzer ont commencé le 6 juin 2015 et les dernières mesures seront prises entre le 9 et le 19 Juillet 2015. Au moment où j'écris ces lignes, cent dix événements ont été observés, plus d'une dizaine d'entre eux sont des événements de lentille binaire, et trois lentilles dont le t_E est grand sont des candidats trous noirs stellaires, un événement de t_E très court est un candidat *free floating*, et un événement de haute amplification a pu être observé. Pour comparer avec la saison 2014, seulement un événement binaire avait pu être observé par Spitzer. La courbe de lumière (une des premières de l'année!) de l'événement OGLE-2015-BLG-1100 est représentée sur la Fig. 4.12. Le décalage temporel entre les données obtenues au sol et celles obtenues par Spitzer est très clairement visible sur cette figure. Les magnitudes Spitzer ont été alignées sur le système photométrique d'OGLE (voir le § 5.4 du chapitre suivant pour plus de détail sur la modélisation numérique).

4.4.4 Cas d'une source binaire

Lorsque la source est binaire, deux situations se présentent. Dans le premier cas, les deux sources sont très éloignées l'une de l'autre si bien qu'elles peuvent être considérées comme fixes pendant l'événement. Alors les deux sources sont susceptibles de subir l'effet de microlentille l'une après l'autre, formant deux événements bien distincts à la suite l'un de l'autre (Griest & Hu, 1992). Dans le second cas, le mouvement orbital ne peut être négligé. Alors, la source qui subit l'effet de microlentille possède une accélération (qui vient de son mouvement orbital). La situation est donc parfaitement symétrique de l'effet de parallaxe pour lequel c'est le mouvement de la Terre autour du Soleil qui induit une déformation de la courbe de lumière (Han & Gould, 1997). La grande différence avec la parallaxe vient du fait que les paramètres orbitaux et la période de rotation de la source sont inconnus et doivent être inclus dans l'analyse des données comme des paramètres supplémentaires (cinq paramètres supplémentaires sont nécessaires). Ce phénomène est appelé « xallarap » (anacyclique de parallaxe). Si les deux sources sont très proches, elles ne peuvent pas être résolues.

Les étoiles binaires sont très fréquentes dans la Galaxie (Eggenberger et coll., 2004) et peuvent imiter une déviation planétaire dans la courbe de lumière d'un événement (Gaudi, 1998). L'efficacité de la détection de telles étoiles par microlentille peut même atteindre la dizaine de pour cent pour les étoiles de type solaire. Par conséquent, lorsqu'un ajustement n'est pas satisfaisant, la modélisation de la xallarap est un passage obligé. Cependant, considérer un modèle de xallarap n'est pas anodin car il ajoute cinq degrés de liberté et avec, de nouvelles dégénérescences. En particulier, un effet de parallaxe orbital réel peut tout à fait être décrit par un effet de xallarap non réel, et inversement. Si à l'issue de la modélisation de l'effet de xallarap, la direction de l'effet est confondu avec la direction de π_E , il est fort probable qu'en réalité seule la parallaxe soit bien réelle.

4.5 Déclinaison de courbes d'amplification

Cette section contient plusieurs courbes d'amplification, la plupart du temps inspirées d'événement réellement observés pendant les saisons 2014 et 2015. Elles ont pour but de faire une synthèse visuelle des concepts théoriques qui ont été introduits et discutés dans ce chapitre. Chaque figure est commentée au niveau de sa légende. Les effets de taille finie de la source et de parallaxe seront illustrés dans les chapitres suivants.

Les Fig. 4.13 et Fig. 4.14 sont à observer d'un même regard. Elles ont pour but de montrer le fait que la présence d'une planète en orbite autour d'une étoile est d'autant plus flagrante que les images multiples, qui seraient créées en l'absence de ce compagnon, sont elles-même perturbées par le pouvoir de microlentille de la planète.

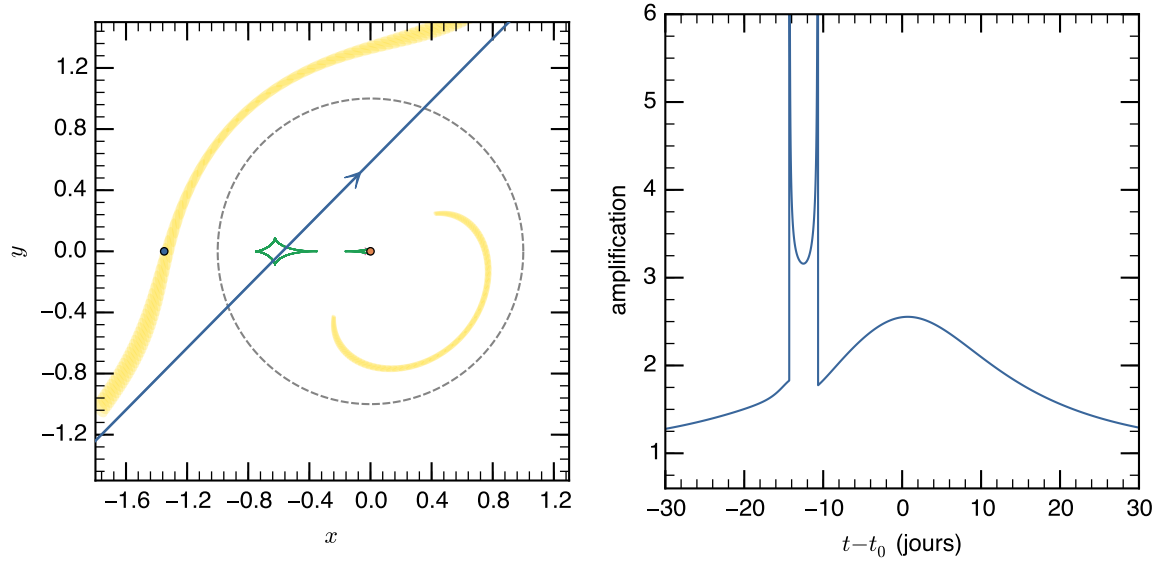


Fig. 4.13 – Courbe d'amplification (figure de droite) d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,35$, $q = 0,01$, $u_0 = 0,4$ et $\alpha = 0,79$ rad. La caustique à grande séparation est en vert (figure de gauche) et la source la traverse deux fois. L'amplification au milieu de la caustique est toujours supérieure à trois. Sur la figure de gauche, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d'Einstein est en gris (pour référence). Cette figure illustre le fait que la présence d'un compagnon est d'autant plus facilement détectée dans la courbe d'amplification que les images dues à la seule présence de la lentille primaire (qui se formeraient dans la zone jaune) passent près du compagnon au cours de l'événement.

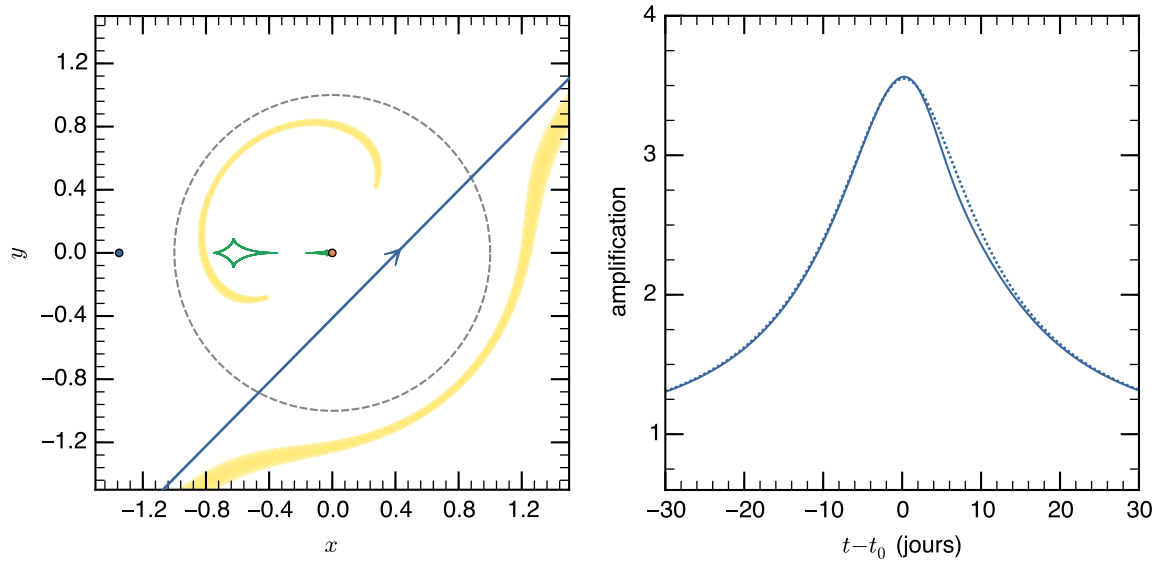


Fig. 4.14 – Courbe d'amplification (trait plein, figure de droite) d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,35$, $q = 0,01$, $u_0 = -0,29$ et $\alpha = 0,79$ rad. La courbe en pointillés (figure de droite) indique l'amplification qui serait obtenue en l'absence du compagnon. La caustique à grande séparation est en vert (figure de gauche). Sur la figure de gauche, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d'Einstein est en gris (pour référence). Cette figure illustre le fait que la présence d'un compagnon est d'autant plus difficilement détectée dans la courbe d'amplification que les images dues à la seule présence de la lentille primaire (qui se formeraient dans la zone jaune) passent loin du compagnon au cours de l'événement.

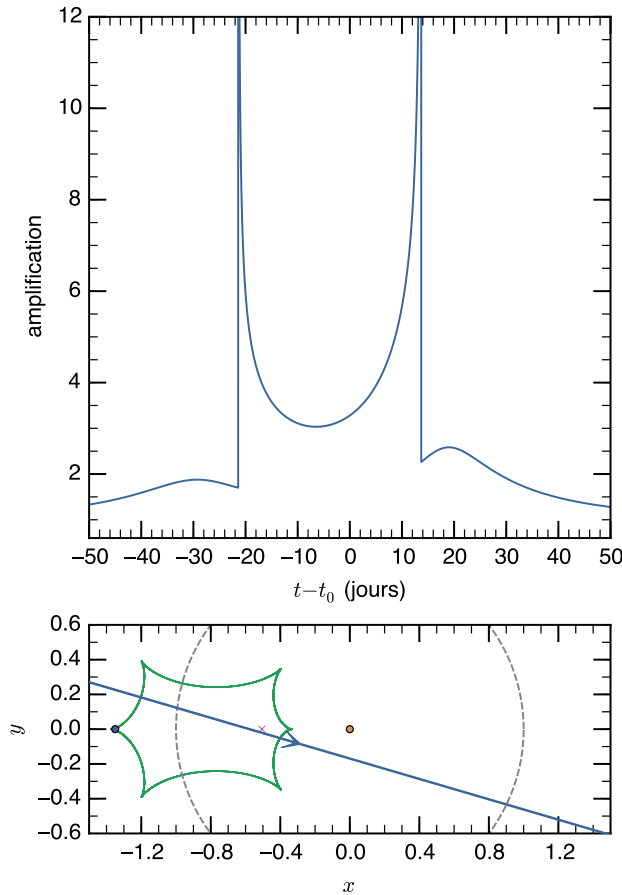


Fig. 4.15 – Courbe de lumière (figure du haut) d’une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,35$, $q = 0,6$, $u_0 = -0,16$ et $\alpha = -0,28$ rad. La caustique (vert, figure du bas) est résonante et la source la traverse deux fois. L’amplification au milieu de la caustique est toujours supérieure à trois. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d’Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d’une lentille formée d’une étoile binaire. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.

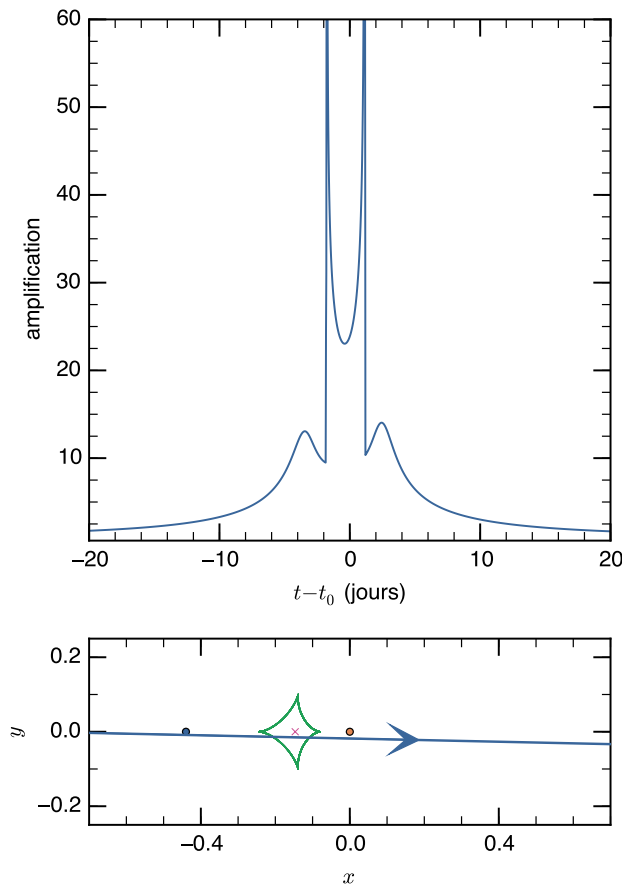


Fig. 4.16 – Courbe de lumière (figure du haut) d’une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,44$, $q = 0,5$, $u_0 = -0,018$ et $\alpha = -0,02$ rad. La partie centrale de la caustique à petite séparation est en vert (figure du bas) et la source la traverse deux fois. Le passage près des points de rebroussement crée de petits rebond dans la courbe d’amplification. L’amplification au milieu de la caustique est toujours supérieure à trois. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d’Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d’une lentille formée d’une étoile binaire. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.

Fig. 4.17 – Courbe de lumière (figure du haut) d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,25$, $q = 0,2$, $u_0 = 0,22$ et $\alpha = 0,66$ rad. La caustique résonante est en vert (figure du bas) et la source la traverse deux fois. Le passage près d'un point de rebroussement à la sortie de la caustique crée un pic secondaire dans la courbe d'amplification. L'amplification au milieu de la caustique est toujours supérieure à trois. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d'Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d'une lentille formée d'une étoile binaire. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.

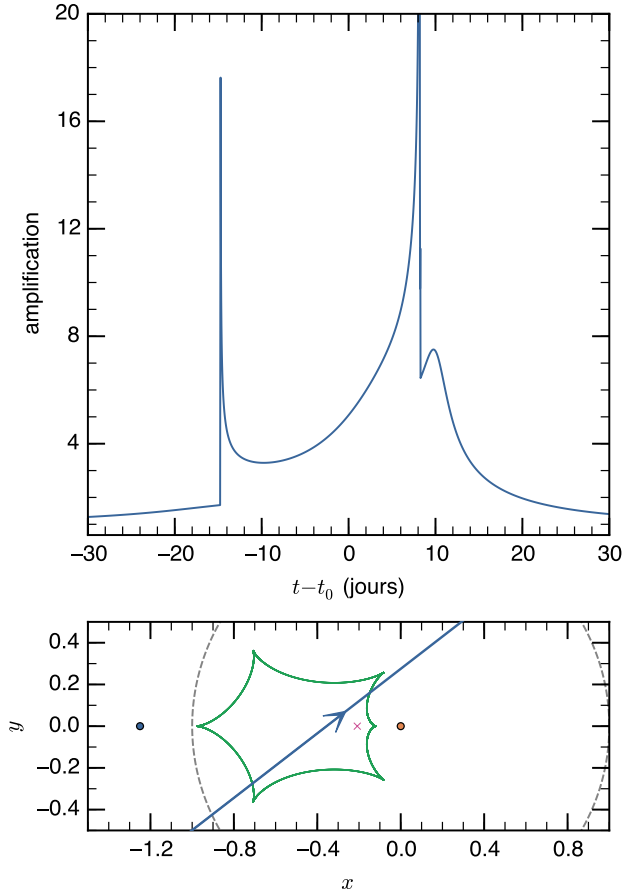
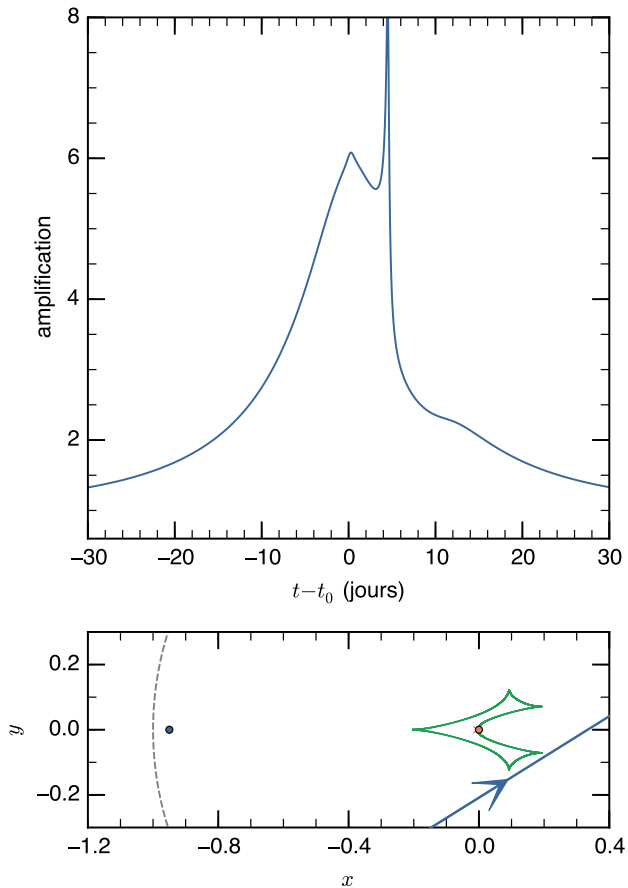


Fig. 4.18 – Courbe de lumière (figure du haut) d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,95$, $q = 0,0065$, $u_0 = -0,18$ et $\alpha = 0,56$ rad. La caustique résonante est en vert (figure du bas). La source passe au voisinage de deux points de rebroussement créant deux pics dans la courbe d'amplification. Le second dure très peu de temps. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d'Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d'une lentille formée d'une étoile binaire ou bien d'une étoile et d'une naine brune. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.



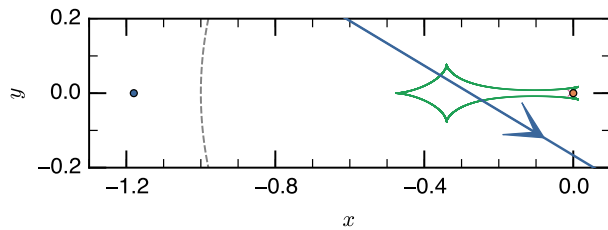
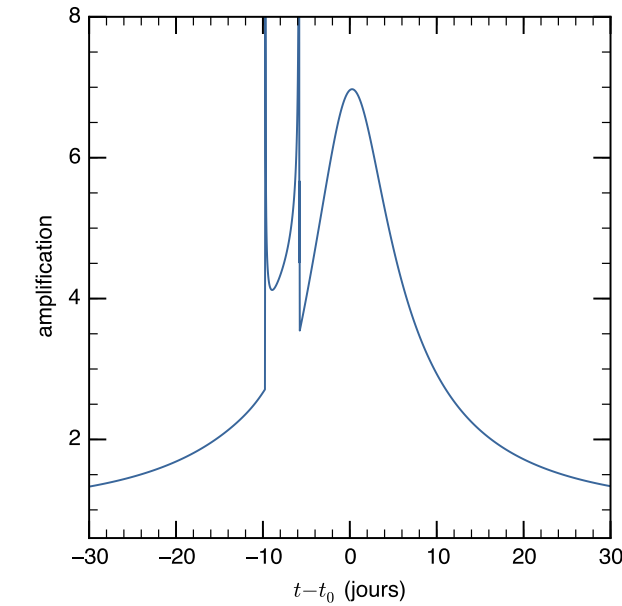


Fig. 4.19 – Courbe de lumière (figure du haut) d’une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,18$, $q = 0,0049$, $u_0 = -0,14$ et $\alpha = -0,54$ rad. La caustique résonante est en vert (figure du bas). La source traverse deux fois la caustique créant deux pics de courte durée. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d’Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d’une lentille formée d’une étoile binaire ou bien d’une étoile et d’une naine brune. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.

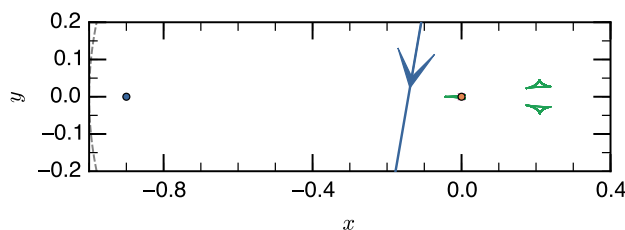
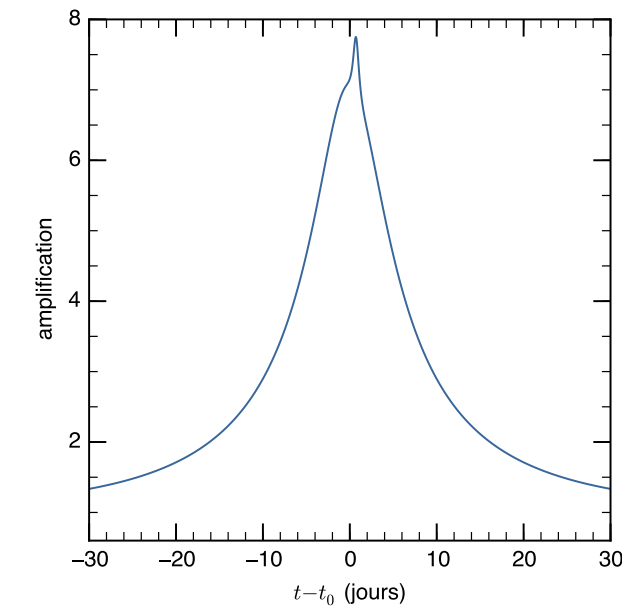


Fig. 4.20 – Courbe de lumière (figure du haut) d’une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,9$, $q = 0,00075$, $u_0 = -0,14$ et $\alpha = -1,74$ rad. La caustique à faible séparation est en vert (figure du bas). La source passe au voisinage d’un point de rebroussement créant un pic dans la courbe d’amplification. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d’Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d’une lentille formée d’une étoile et d’une planète. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.

Fig. 4.21 – Courbe de lumière (figure du haut) d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,9$, $q = 0,00075$, $u_0 = 0,14$ et $\alpha = -1,74$ rad. La caustique à faible séparation est en vert (figure du bas). La source passe cette fois-ci au voisinage de deux points de rebroussement créant deux pics dans la courbe d'amplification. Cette figure illustre le fait qu'avec la même lentille que sur la Fig. 4.20, la courbe de lumière obtenue dépend beaucoup de la trajectoire de la source. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d'Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d'une lentille formée d'une étoile et d'une planète. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.

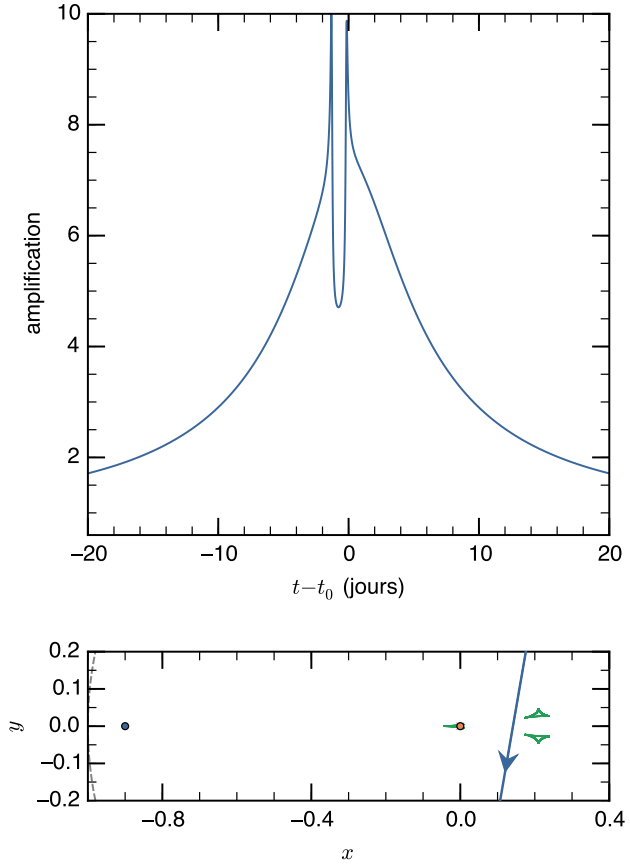
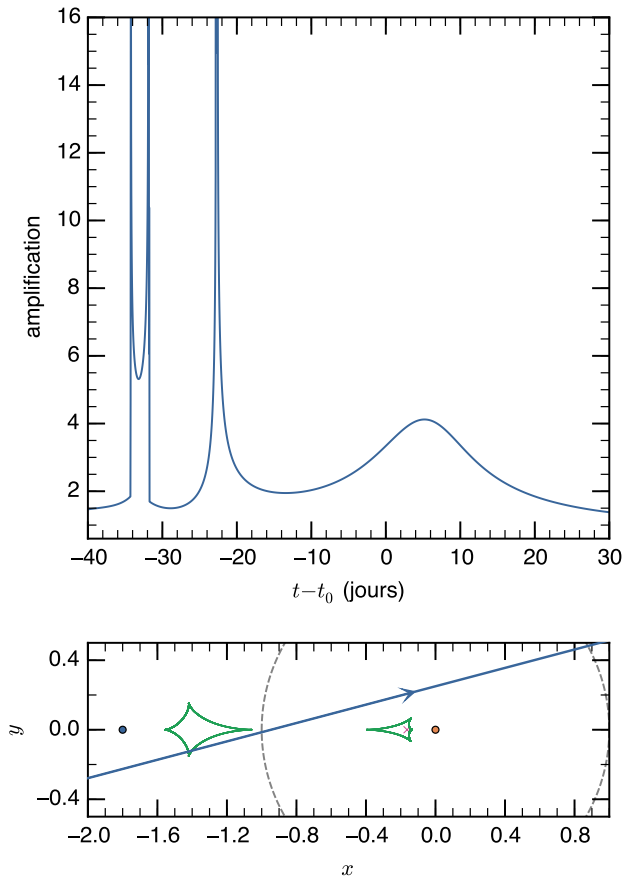


Fig. 4.22 – Courbe de lumière (figure du haut) d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,8$, $q = 0,1$, $u_0 = 0,24$ et $\alpha = 0,26$ rad. La caustique à grande séparation est en vert (figure du bas). La source traverse une première fois la caustique planétaire, puis passe près d'un point de rebroussement puis enfin passe au voisinage de la caustique centrale. C'est l'événement parfait pour déclencher une alerte et un suivi régulier de la cible. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d'Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d'une lentille formée d'une étoile binaire. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.



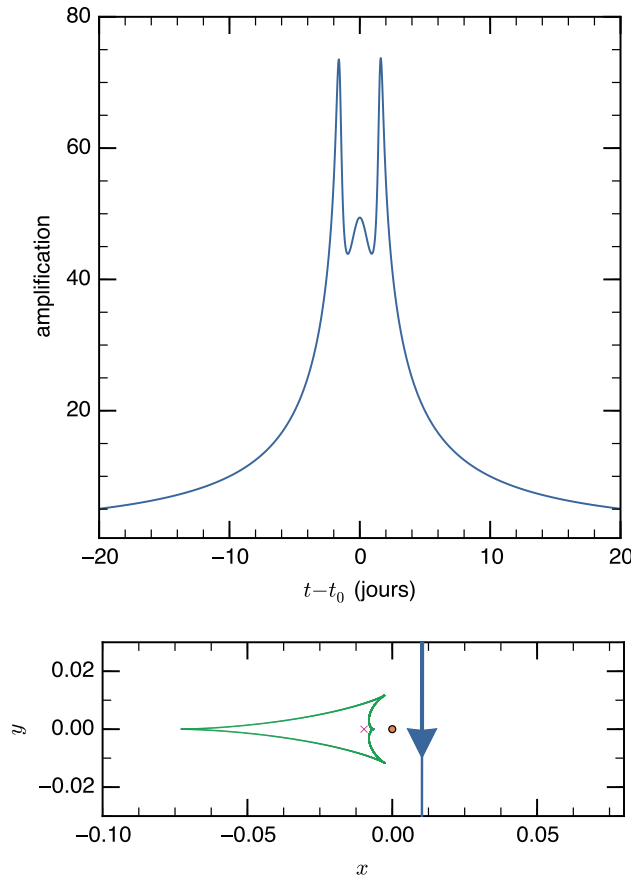


Fig. 4.23 – Courbe de lumière (figure du haut) d’une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,4$, $q = 0,007$, $u_0 = 0,01$ et $\alpha = -1,57$ rad. La partie centrale d’une caustique à grande séparation est en vert (figure du bas). La source passe près de trois points de rebroussement formant trois pics d’amplification. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d’Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d’une étoile binaire ou d’une étoile et d’une naine brune. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.

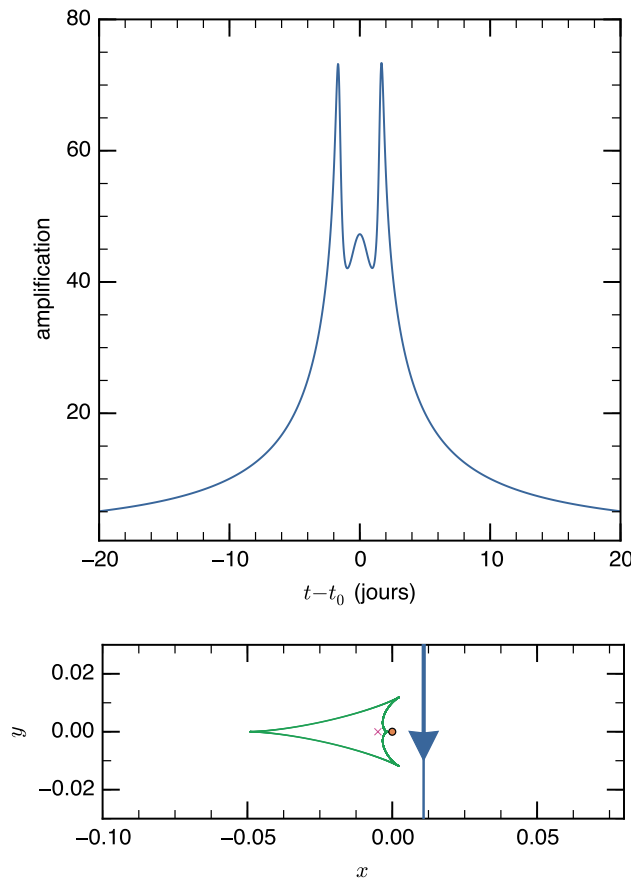


Fig. 4.24 – Courbe de lumière (figure du haut) d’une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,71$, $q = 0,007$, $u_0 = 0,01$ et $\alpha = -1,57$ rad. La partie centrale d’une caustique à faible séparation est en vert (figure du bas). La source passe près de trois points de rebroussement formant trois pics d’amplification. Cette figure illustre la dégénérescence $s \rightarrow 1/s$ avec la Fig. 4.23. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d’Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d’une étoile binaire ou d’une étoile et d’une naine brune. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.

Fig. 4.25 – Courbe de lumière (figure du haut) d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,25$, $q = 0,2$, $u_0 = 0,22$ et $\alpha = 0,66$ rad. La caustique résonante est en vert (figure du bas) et la source la traverse deux fois. Le passage près d'un point de rebroussement à la sortie de la caustique crée un pic secondaire dans la courbe d'amplification. Cette figure illustre la dégénérescence géométrique qui existe par la transformation $(u_0, \alpha) \mapsto -(u_0, \alpha)$ avec la Fig. 4.17. L'amplification au milieu de la caustique est toujours supérieure à trois. Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d'Einstein est en gris (pour référence). Cette situation est typiquement celle d'une lentille formée d'une étoile binaire. La source est ponctuelle. La croix rouge indique la position du barycentre de la lentille.

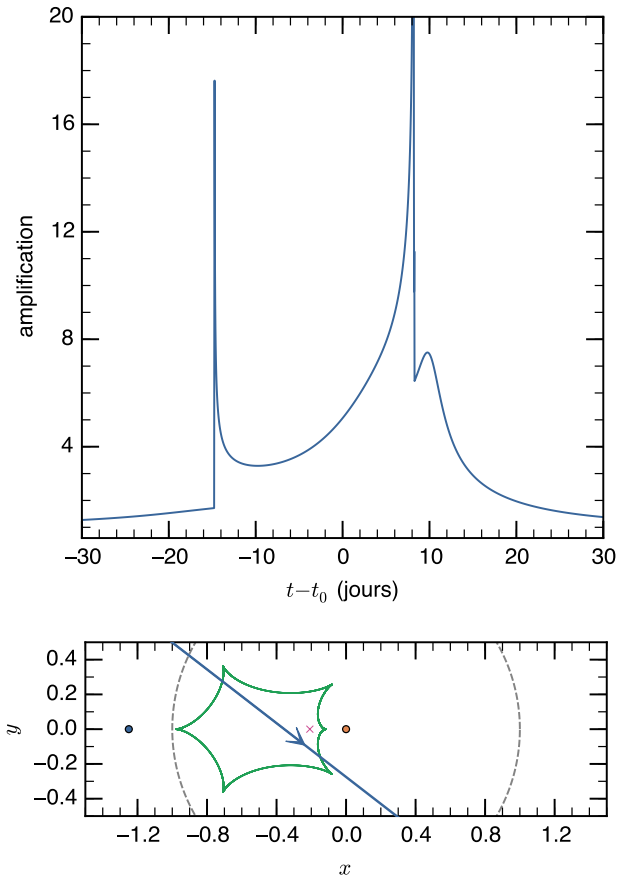
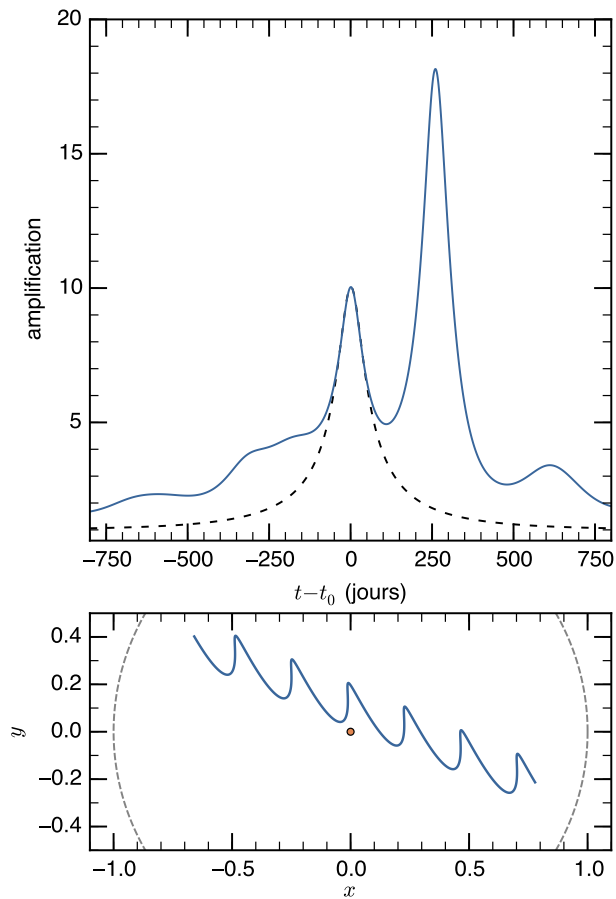


Fig. 4.26 – Courbe de lumière (figure du haut) d'une microlentille simple avec $u_0 = 0,1$, $t_E = 400$ jours et $\pi_E = 0,013$. La courbe bleue du panneau du bas représente la trajectoire de la source dans le référentiel géocentrique (du bas à droite vers le haut à gauche). La rotation de la Terre autour du Soleil induit une modulation de la trajectoire. Sur le panneau du haut, l'amplification de la même source dans le référentiel héliocentrique (inertiel sur l'échelle de quelques années) est représentée en pointillés noirs. La courbe d'amplification perçue dans le référentiel géocentrique est très affectée par le mouvement terrestre. Le t_E est ici volontairement long et irréaliste pour illustrer le phénomène. La source est ponctuelle. La figure est discutée au § 4.4.3.



Modélisation numérique des courbes de lumière

Sommaire

5.1	De l'observation aux images	86
5.2	Des images à la courbe de lumière d'un événement	87
5.3	Ajustement d'un modèle aux données	88
5.3.1	Position du problème	88
5.3.2	Mesure de l'adéquation d'un modèle à des données	89
5.3.3	Exploration de l'espace des paramètres sur une grille	92
5.3.4	Exploration de l'espace des paramètres avec un algorithme de type Monte Carlo par chaîne de Markov	93
5.3.5	Algorithmes génétiques	98
5.4	Détermination des flux	99
5.5	Modélisation des lentilles simples	101
5.5.1	Modèle fondamental	101
5.5.2	Modèle raffiné	102
5.5.3	Modélisation des effets de source étendue	104
5.5.4	Propriétés de la lentille	109
5.5.5	Dégénérescences	109
5.6	Modélisation des lentilles binaires	111
5.6.1	Modèle statique fondamental	111
5.6.2	Modèle raffiné	111
5.6.3	Méthode du tir inverse de rayons	112
5.6.4	Intégration sur le contour des images	115
5.6.5	Développement en série de Taylor	115
5.6.6	Exploration des dégénérescences	117
5.7	Renormalisation des barres d'erreur	118
5.7.1	Discussion sur le processus de modélisation	119
5.8	Sonder les étoiles de la Voie lactée grâce aux microlentilles simples	120
5.8.1	Présentation	120
5.8.2	Article	121
5.9	Détection de planètes grâce aux microlentilles binaires	148
5.9.1	Un super-jupiter en orbite autour d'une étoile naine M	148
5.9.2	Un jupiter en orbite autour d'une étoile naine M	149

JUSQU'À PRÉSENT nous avons introduit tous les éléments théoriques nécessaires à la modélisation d'un événement de microlentille. Dans cette partie, je décris comment cette modélisation est faite en expliquant les astuces numériques que j'utilise dans les codes que j'ai employés, modifiés ou développés.

5.1 De l'observation aux images

Durant ma thèse, j'ai eu la chance de prendre part à tous les niveaux du long processus qui aboutit à la caractérisation complète d'un nouveau système extra-solaire par la méthode des microlentilles, des observations à la prospection en passant par l'analyse. Ce court paragraphe n'a pas vocation à expliquer en détail le traitement des images, mais simplement à rappeler les concepts de base que j'ai mis en œuvre par l'intermédiaire d'outils déjà existants, spécifiques à la préparation des images en vue de leur exploitation et analyse.

Une mesure en astrophysique est toujours affectée de biais et d'incertitudes. Par biais, on désigne un signal parasite qui vient s'ajouter systématiquement au signal d'une source. Par incertitude, on désigne la composante aléatoire qui se superpose au signal. Voici ci-dessous les biais pris en compte dans le traitement des images.

Courant d'obscurité. Il s'agit d'un biais qui provient des charges libérées dans le détecteur en semi-conducteur en l'absence de photon. La probabilité de production de ce type de charge est faible, mais non nulle et dépend de la température : plus la température est grande, plus ce signal est fort. De même, plus la longueur d'onde d'observation est grande, plus ce signal est fort. Les observations en microlentilles se font généralement en infrarouge en bande *I* et *V*. Dans ce domaine spectral, le courant d'obscurité est nettement plus important que dans le domaine visible et exige de maintenir le détecteur à très basse température dans l'azote liquide (77 kelvins). Ce signal peut différer d'un pixel à l'autre, mais reste en général reproductible lorsque la température du capteur est maintenue constante. Ainsi, plusieurs mesures réalisées dans le noir complet, le dôme du télescope fermé (on dit qu'on réalise un *dark*), donnent une image de ce courant d'obscurité qui peut ensuite être soustrait aux mesures. En pratique, nous réalisons de nombreux *darks* pour réduire l'incertitude statistique qui leur est associée.

Tensions parasites. Il s'agit d'un biais qui dépend de l'électronique impliquée dans toute la chaîne de détection qui a pour conséquence que le signal de sortie dans le noir complet avec un temps de pose tendant vers zéro n'est pas strictement nul. Pour corriger cet effet, il faudrait réaliser des *darks* à des temps de pose très courts dont on fait la moyenne que l'on soustrait aux images.

Champ plat. Une image prise avec le télescope d'une zone éclairée uniformément ne donne jamais une image uniforme à cause d'une hétérogénéité du capteur CCD ou tout simplement à cause de défauts sur les optiques du télescope. Le résultat dépend du temps de pose. Pour corriger cet effet, nous réalisons des mesures du ciel juste au moment du coucher de Soleil dans une zone du ciel bleu très uniforme, suffisamment tôt pour que les étoiles soient encore invisibles. Ce *flat field* est ensuite normalisé et divisera l'ensemble des images prises à un temps de pose donné.

À la fin d'une prise de mesure, l'image obtenue est préparée en corrigeant les effets décrits ci-dessus. Les différentes corrections appliquées à l'image se résument de la manière suivante :

$$\text{image} = \frac{(\text{image brute} - \text{tensions parasites}) - (\text{courant d'obscurité} - \text{tensions parasites})}{(\text{champ plat} - \text{tensions parasites}) - (\text{courant d'obscurité} - \text{tensions parasites})}. \quad (5.1)$$

L'image est aussi renommée avec un nom standard.

Au cours de ma thèse, j'ai effectué mon travail dans les collaborations PLANET et RoboNet. Je suis parti observer pendant deux semaines au *South African Astronomical Observatory* à

Sutherland dans la province du Cap. J'ai en particulier observé avec le télescope de un mètre de diamètre dont le fonctionnement était encore très « manuel » à l'époque. Par exemple, le pointage se faisait à l'extérieur de la salle de contrôle, proche du télescope. La nuit d'observation se divisait en une phase de préparation avec l'aide du *homebase* (Dijana Prester à ce moment-là) et qui consistait à identifier les cibles faisant l'objet d'alertes, importantes à observer durant la nuit. Ensuite, sur la montagne, nous faisons les *flats fields* à la tombée de la nuit, moment le plus stressant, car la nuit tombait très rapidement sur Sutherland. Enfin, la nuit d'observation consistait à réaliser des mesures de flux sur une dizaine de cibles de microlentille avec un temps de pose de l'ordre de cinq minutes selon l'intensité de la microlentille, et ce de manière répétée tout au long de la nuit. Nous réalisions en temps réel la réduction des données avant de les envoyer sur les serveurs de PLANET à l'Institut d'astrophysique de Paris, où le code de modélisation de lentilles simples PLENS écrit par Étienne Bachelet et le PLANET Plotter se chargeaient d'inclure le nouveau point de mesure aux données plus anciennes et de modéliser une fois par jour le nouvel échantillon de données arrivé pendant la nuit.

5.2 Des images à la courbe de lumière d'un événement

Pour augmenter les chances d'observer un événement de microlentille, le bulbe galactique est considéré comme la cible idéale pour la recherche de nouveaux événements, car c'est la zone du ciel en direction de laquelle la concentration d'étoiles est la plus forte. Les champs observés sont donc toujours encombrés, ce qui pose des défis importants dans la phase de traitement des images, car il est courant de détecter une microlentille très proche d'une étoile du champ, souvent plus brillante, dans des conditions de *seeing* variables.

DOPHOT. Le logiciel DOPHOT (Schechter et coll., 1993) a longtemps été utilisé pour obtenir la photométrie d'un événement, c'est-à-dire la dépendance temporelle de la magnitude de la microlentille. Pour estimer la Fonction d'Étalement de Point (FEP), ce logiciel se base sur plusieurs étoiles du champ qu'il faut choisir bien réparties sur la totalité du champ. C'est ainsi que la déformation de la FEP peut être estimée. Comme le temps de pose dépend fortement de l'amplification du flux de la source au moment de la mesure, la plupart des étoiles de référence ont tendance devenir trop lumineuses, ou pas assez brillantes. Le nombre d'étoiles de référence est donc généralement faible, ce qui dégrade la qualité de l'ajustement de la FEP.

PySIS. Pour résoudre ce problème, la photométrie différentielle en champ encombré a été développée et implémentée dans ISIS (Alard & Lupton, 1998; Alard, 2000). Une adaptation nommée WISIS puis pySIS (Albrow et coll., 2009) de cette méthode aux besoins de la collaboration PLANET que j'ai utilisée pendant ma thèse (WISIS lorsque j'observais en Afrique du Sud et pySIS pour un retraitement des images à l'IAP). La méthode consiste à réaliser une soustraction d'images pour estimer la variation du flux provenant de la source image par image.

La première étape consiste à choisir une image de référence, dont la qualité est la meilleure possible à partir de laquelle toutes les autres images sont alignées et modélisées. C'est aussi cette image qui permet, *in fine*, de calculer des valeurs absolues de flux et de magnitudes. Cette étape est d'autant plus cruciale que nous sommes amenés à travailler à partir d'un très grand nombre d'images, prises dans différents observatoires, à des semaines d'intervalle.

La seconde étape consiste à estimer et corriger l'effet du *seeing*. Le *seeing* dépend de l'état de l'atmosphère au moment de l'observation, donc du jour et de l'heure de l'observation, mais aussi du temps de pose. En d'autres termes, la qualité de l'image dépend fortement des conditions

d'observation. Pour tenir compte de cette variabilité, ISIS et PySIS modélisent chaque image à soustraire à partir de l'image de référence, choisie parmi les images disponibles obtenues dans les meilleures conditions expérimentales possibles. La méthode consiste à trouver une fonction K qui transforme par convolution l'image de référence R en l'image à analyser I (Alard, 2000). Cette fonction, appelée le *kernel*, s'exprime comme une décomposition de fonctions de base, par exemple des gaussiennes. La construction du *kernel* peut se faire de différentes manières, par une méthode des moindres carrés ou bien avec des méthodes numériques plus élaborées qui autorisent des déformations de la FEP qui ne sont ni symétriques ni continues (Bramich, 2008). Ces dernières sont particulièrement utiles lorsque les images sont de très mauvaise qualité.

La troisième étape consiste à déterminer, pour chaque image, l'intensité du fond du ciel B éventuellement non uniforme. En effet, la présence de la Lune lors des mesures crée souvent un gradient de luminosité sur l'image. Un ajustement polynomial est utilisé. Les trois étapes précédentes se résument par l'équation

$$I(x, y) + B(x, y) = [R \otimes K](x, y). \quad (5.2)$$

En pratique, en procédant de cette manière la conservation du flux ne sera pas forcément toujours parfaite compte tenu du grand nombre de degrés de liberté ajustés. Pourtant, cette loi de conservation est essentielle pour réaliser des mesures cohérentes de flux d'une image sur l'autre. Une correction est donc appliquée à cette étape sur la fonction K de manière à garantir cette loi de conservation moyenne sur l'ensemble de l'image.

Après tous ces traitements, nous obtenons une image de synthèse, modèle de l'image réelle, mais obtenue à partir de la référence. En d'autres termes, le modèle obtenu correspond à l'image qui serait obtenue si seules les conditions d'observation avaient changé d'une image à une autre. En réalisant la soustraction de l'image réelle au modèle, seules les variations intrinsèques dues à l'émission des étoiles subsistent. Ainsi, si le flux d'une étoile est constant au cours du temps, elle disparaît par soustraction. Ne restent visibles que les étoiles variables du fait de leur forte activité, les étoiles subissant d'éventuels transits, des étoiles en cours d'explosion, les étoiles dont le flux est amplifié par un effet de microlentille, etc.

Une fois cette variation de flux estimée, elle est ajoutée au flux de référence pour donner la valeur absolue du flux reçu de la microlentille. L'estimation du flux de référence n'est en fait pas calculé uniquement sur la référence, il est estimé en réalisant une moyenne sur l'ensemble des images (Albrow et coll., 2009). La variation du flux au cours du temps est représentée en terme de magnitude. La courbe de lumière d'une microlentille est alors obtenue : il s'agit de la magnitude d'un événement en fonction du temps. Toutes les informations sont maintenant réunies pour réaliser une modélisation des courbes de lumière obtenues. Cette tâche, si elle est très simple et rapide lors d'événements de lentille simple, devient infiniment plus complexe lorsque la lentille est binaire.

5.3 Ajustement d'un modèle aux données

5.3.1 Position du problème

À ce stade, je m'appête à décrire l'activité qui m'a le plus occupé pendant ma thèse, qui consiste à répondre à la question : quels types de lentille et de source sont à l'origine de la courbe de lumière observée ? Cette question en apparence simple exige de mettre en place des trésors d'ingéniosité pour déterminer le meilleur modèle possible pouvant expliquer les données obtenues. Ce problème souvent appelé « problème inverse », en somme, occupe la plupart des scientifiques

et consiste à chercher un modèle raisonnable décrivant des données observationnelles obtenues par différents observatoires sur chaque continent, et parfois dans plusieurs longueurs d'onde.

Je décris dans cette partie les méthodes utilisées pour déterminer un modèle par ajustement sur des données. Les méthodes et algorithmes décrits ici sont appliqués pour résoudre une multitude de problèmes et ne sont pas spécifiques à l'analyse d'un événement de microlentille, et à ce titre, ils doivent être vus comme des méthodes communes qui seront appliquées dans le chapitre suivant à l'analyse des microlentilles gravitationnelles.

Lorsqu'un expérimentateur réalise plusieurs fois la même mesure, il est très rare qu'il trouve le même résultat. Ceci s'explique par les nombreux processus aléatoires qui viennent entacher la mesure (citons par exemple le bruit quantique dans le cas d'un capteur CCD, qui dépend d'une multitude de paramètres micro et macroscopiques). C'est pourquoi lorsqu'une mesure donne un résultat x , l'enjeu n'est pas tant de connaître la *vraie* valeur x_v du paramètre que nous voulons mesurer que de caractériser la dispersion des mesures, c'est-à-dire d'être capable de connaître l'intervalle dans lequel nous sommes certains que la valeur *vraie* du paramètre se trouve que l'on appelle l'intervalle de confiance (associé à une certaine probabilité). Pour cela, la théorie des probabilités est appliquée aux résultats de la mesure afin de rendre compte des fluctuations de ces résultats. La théorie des probabilités est en quelque sorte chargée de quantifier le caractère essentiellement aléatoire de la nature et le résultat de la mesure doit alors être vu, dans l'approche fréquentiste, comme la réalisation d'une variable aléatoire. Dans cette vision de la mesure, l'incertitude qui lui est associée joue un rôle primordial, car celle-ci est directement liée à l'intervalle de confiance et, à ce titre, permet de quantifier la qualité de l'ajustement d'un modèle particulier aux données expérimentales en tenant compte du caractère stochastique d'une mesure.

5.3.2 Mesure de l'adéquation d'un modèle à des données

Imaginons que nous voulions analyser des données D en utilisant un modèle dont les paramètres sont notés θ . Nous souhaiterions évaluer la vraisemblance, c'est-à-dire la probabilité $P(D|\theta)$ que les données D soient expliquées par ce modèle et ce jeu de paramètres particuliers. Nous mettons pour le moment de côté la comparaison entre différents modèles. Nous souhaitons simplement trouver le jeu de paramètres θ qui décrit le mieux des données via le modèle qui est choisi comme hypothèse. Il existe une multitude de moyens d'estimer les paramètres qui décrivent le mieux le modèle. Commençons par présenter comment aborder le problème dans une approche fréquentiste.

Approche fréquentiste

Dans une approche fréquentiste de ce problème d'optimisation, l'estimation des paramètres décrivant le mieux les données se fait à l'aide d'une fonction des données. L'idée est de partir du présupposé qu'il existe un jeu de paramètres *vrais* θ^* et des données affectées de fluctuations aléatoires. De plus, étant donné un ensemble de mesures, nous pouvons estimer le jeu de paramètres $\tilde{\theta}$ qui décrit le mieux les données et si nous pouvions répéter m fois l'expérience, nous aurions m jeux de N données à partir desquels nous pourrions évaluer m valeurs $\tilde{\theta}_i$ *a priori* différentes qui représenteraient la distribution de probabilité que suivent les erreurs de mesure. En suivant un raisonnement fréquentiste, lorsque m tends vers l'infini, la distribution de probabilité des $\tilde{\theta}_i$ obtenus deviendrait de plus en plus étroite et centrée sur la valeur vraie θ^* .

Une des approches les plus utilisées pour trouver $\tilde{\theta}$ est de chercher le maximum de vraisemblance (ou le minimum du logarithme népérien de la vraisemblance, plus stable numériquement),

en explorant de manière ordonnée ou non, l'espace des paramètres θ , c'est-à-dire toutes les valeurs possibles de θ . Si la probabilité d'un point de mesure est notée $P(D_i|\theta)$ et que les mesures sont indépendantes, alors la fonction de « vraisemblance » s'écrit

$$P(D|\theta) = \prod_{i=1}^N P(D_i|\theta), \quad (5.3)$$

et le maximum de vraisemblance, noté $\mathcal{L}(D)$ est une fonction des données seulement. Parfois $\mathcal{L}(D)$ peut être déterminé analytiquement (comme dans le cas d'une régression linéaire), mais ce ne sera jamais le cas en microlentilles et une exploration numérique de l'espace des paramètres sera toujours nécessaire.

La détermination de l'intervalle de confiance sur les paramètres n'est pas une tâche toujours évidente. En microlentilles, une fois le meilleur modèle trouvé, la vraisemblance est estimée dans un voisinage immédiat du meilleur modèle et les intervalles de confiance sont souvent représentés soit par des couleurs correspondant à différents intervalles de $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{min}^2$ (avec $\chi_{min}^2 = \chi^2(\tilde{\theta}(D))$), soit par des couleurs indiquant le niveau de confiance.

Approche bayésienne

L'approche bayésienne est exactement opposée au raisonnement suivi dans une approche fréquentiste. À un jeu de paramètres θ est associée une probabilité *a priori* $P(\theta)$ qui contient toute l'information connue avant la mesure sur ce jeu de paramètres. Par exemple, le rapport de masse entre deux corps est une quantité positive, ou bien encore le temps d'Einstein associé à un événement ne peut pas être n'importe quoi : une inspection visuelle de la courbe peut éventuellement permettre de construire une probabilité *a priori*. L'utilisation d'une probabilité *a priori* sur tout ou partie des paramètres est d'un grand intérêt pour la modélisation en temps réel d'événements de microlentilles. À l'inverse, une distribution *a priori* trop restrictive peut biaiser l'ajustement du modèle aux données, et favoriser des modèles en réalité moins bons. L'analyse bayésienne a pour but de construire la distribution de probabilité associée aux paramètres du modèle étant donné des mesures expérimentales. En d'autres termes, le but de cette approche est de déterminer la probabilité d'un jeu de paramètres $P(\theta|D)$. Cette probabilité est donnée par le théorème de Bayes,

$$P(\theta|D) = \frac{P(D|\theta) P(\theta)}{\int_{\mathcal{D}} P(D|\theta) P(\theta) d^m \theta} \quad (5.4)$$

où le dénominateur est le facteur de normalisation qui ne dépend que des données, parfois noté $P(D)$. Il s'agit d'une constante pour un modèle donné qui sera ignoré lors de l'ajustement de paramètres aux données en vertu d'un même modèle. Ainsi, la probabilité *a posteriori*, c'est-à-dire la probabilité pour que les données soient effectivement issues de ce jeu de paramètres particulier, est proportionnelle au produit de la vraisemblance et de la probabilité *a priori* sur les paramètres. Dès lors, chercher le jeu de paramètres décrivant le mieux les données revient à chercher le jeu de paramètres qui rend maximale cette probabilité *a posteriori* ou tout simplement le terme $P(D|\theta) P(\theta)$. La seule différence (mais cruciale) entre la recherche du maximum de vraisemblance et celle du maximum de la densité *a posteriori* réside dans la présence de la probabilité *a priori* qui joue un rôle dans le processus de modélisation. En microlentilles, cette approche permet d'une part une exploration plus efficace de l'espace des paramètres, d'autre part d'explorer les dégénérescences. Le résultat dépasse largement la simple donnée du jeu de paramètres dont la densité de probabilité *a posteriori* est maximale. En voici la raison.

L'approche bayésienne permet *in fine* d'échantillonner la distribution de probabilité *a posteriori* sur les paramètres, quelle que soit la dimension de l'espace associé. Cet échantillonnage de la densité *a posteriori* se fait, quelle que soit sa forme. Par exemple, si deux combinaisons de paramètres différents sont presque aussi probables l'une que l'autre, une dégénérescence apparaît. L'analyse bayésienne ne permet pas de la comprendre, mais permet de la révéler. Ainsi, nous pourrions résumer l'approche bayésienne comme une approche dont l'objectif est de caractériser la densité *a posteriori* par la donnée de sa moyenne, de sa variance, des corrélations éventuelles, et de fournir toutes les informations nécessaires au calcul des densités marginales associées à chaque paramètre davantage que de déterminer la combinaison très particulière des paramètres qui décrit le mieux les données, au sens de $P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D})$.

Calcul de la vraisemblance $P(\mathbf{D}|\boldsymbol{\theta})$

En théorie, l'expression $P(D_i|\boldsymbol{\theta})$ dépend de la distribution des erreurs de mesures. Dans la pratique, cette distribution est très souvent supposée suivre une loi normale. Notons σ_i l'incertitude associée au point de mesure D_i et M_i la prédiction du modèle en ce point. Si les erreurs sont gaussiennes, la vraisemblance s'écrit

$$P(\mathbf{D}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^N P(D_i|\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{Z_N} \exp \left[-\frac{1}{2} \chi^2(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{D}) \right], \quad (5.5)$$

avec

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{D}) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{D_i - M_i}{\sigma_i} \right)^2 \quad \text{et} \quad Z_N = (\sqrt{2\pi})^N \prod_{i=1}^N \sigma_i. \quad (5.6)$$

Pour un bon ajustement et dans le cas idéal d'erreurs gaussiennes, la valeur du χ^2 ainsi défini est le nombre de degrés de liberté n du système, c'est-à-dire le nombre de mesures diminué par le nombre de contraintes (paramètres libres) imposées par le modèle. La fonction χ^2 porte en réalité le nom de la loi de probabilité qu'elle vérifie, dite loi du χ^2 à n degrés de liberté, introduite pour la première fois par Friedrich R. Helmert en 1875 et nommée par le mathématicien anglais Karl Pearson. Le problème de cette méthode est qu'elle ne permet pas simplement de comparer deux modèles qui diffèrent en nombres de paramètres. Par exemple, en microlentille, le modèle des lentilles binaires ajoute au moins deux paramètres supplémentaires, abaissant d'autant le nombre de degrés de liberté, et donc à tendance artificiellement à baisser la valeur du χ^2 .

Pour mieux comparer des modèles entre eux, la vraisemblance peut intégrer la complexité d'un modèle à travers le nombre de paramètres qu'il utilise pour décrire les données. Pour cela, l'Éq. (5.5) se généralise à toute fonction de pénalité \mathcal{P} défavorisant les modèles « éloignés des données » telle que $P(\mathbf{D}|\boldsymbol{\theta}) \propto e^{-\mathcal{P}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{D})/2}$, pourvu que la fonction de vraisemblance ainsi construite vérifie les propriétés d'une densité de probabilité. Le « meilleur modèle » est toujours celui qui rend maximale la densité de probabilité *a posteriori* ou, de manière équivalente, rend minimale la fonction de pénalité. L'avantage de cette méthode est la possibilité de comparer différents modèles entre eux, et pas simplement l'adéquation d'un jeu de paramètres d'un seul et même modèle. Voici quelques critères parmi les plus utilisés. Notons $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ le jeu de paramètres décrivant le mieux les données.

$$\begin{aligned} \text{ML} \quad \mathcal{P}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{D}) &= \chi^2(\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{D}) = -2 \ln \mathcal{L}(\mathbf{D}) \\ \text{MAP} \quad \mathcal{P}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{D}) &= -2 \ln \mathcal{L}(\mathbf{D}) - 2 \ln P(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \\ \text{AIC} \quad \mathcal{P}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{D}) &= -2 \ln \mathcal{L}(\mathbf{D}) - 2 \ln P(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) + 2N_{\text{par}} \\ \text{BIC} \quad \mathcal{P}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{D}) &= -2 \ln \mathcal{L}(\mathbf{D}) - 2 \ln P(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) + N_{\text{par}} \ln N_D \end{aligned}$$

ML (*Maximum likelihood*) fait souvent référence au cas où le χ^2 est utilisé comme seul critère. Nous avons déjà commenté cette méthode pour laquelle $\mathcal{P}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{D}) = -2 \ln \mathcal{L}(\mathbf{D}) = \min[\chi^2(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{D})]$.

MAP (*Maximum A posteriori Probability*) ajoute la contrainte d'une distribution *a priori* pour favoriser les solutions physiquement plus plausibles. Dans la majorité des simulations que j'ai réalisées, j'utilise l'un ou l'autre ou ces deux critères à la fois. Signalons encore l'existence de l'AIC (*Akaike information criterion*) qui vise à favoriser les modèles les plus simples, c'est-à-dire ceux nécessitant le moins de paramètres libres N_{par} pour décrire les données (Akaike, 1974). Enfin, le BIC (*Bayesian Information Criterion*) est un critère d'information dérivé de l'AIC (Schwarz, 1978). Ce dernier est plus fort que l'AIC, mais tend également à favoriser les modèles les plus simples. J'ai en particulier utilisé les critères AIC et BIC dans les conversions de magnitudes réalisées dans la dernière partie de cette thèse. L'utilisation à d'autres critères que ML est à la discrétion des modélisateurs et dépend de l'événement de microlentille à analyser. Le choix de l'un ou l'autre de ces critères peut changer de manière importante l'exploration de l'espace des paramètres, en particulier lorsqu'un événement ne bénéficie pas d'observations régulières et rapprochées (Kains et coll., 2012). En effet, la prise en compte d'une distribution *a priori* dans l'analyse (par exemple sur le temps t_E) favorise une exploration autour des valeurs les plus probables des paramètres. En d'autres termes, l'application des différents critères cités ci-dessus demande une attention toute particulière et le résultat obtenu est assez difficile à prévoir. Dans toutes les études que j'ai menées en pratique, la détermination d'un meilleur modèle s'est avérée très convaincante et n'a pas nécessité d'investigation statistique poussée vis-à-vis du choix de la vraisemblance utilisée.

5.3.3 Exploration de l'espace des paramètres sur une grille

Qu'elle soit fréquentiste ou bayésienne, l'approche choisie pour trouver un modèle expliquant des données consiste toujours à explorer l'espace des paramètres, soit pour évaluer la vraisemblance dans cet espace, soit pour construire la densité de probabilité *a posteriori*. Il existe de nombreuses méthodes pour cela. Je détaillerai davantage le principe des algorithmes de type Monte Carlo par chaîne de Markov (MCMC), car c'est cette méthode que j'ai retenue pour réaliser des codes de modélisation.

La méthode générale est toujours la même. Un point de départ dans l'espace des paramètres définit un modèle à partir duquel il est possible de calculer l'amplification du flux de la source et par suite la magnitude prévue par le modèle muni de ce jeu particulier de paramètres. La vraisemblance est alors évaluée pour attribuer une pénalité plus ou moins importante à ce choix de modèle et paramètres. Ensuite, un nouveau jeu de paramètres est choisi pour calculer à nouveau l'amplification et déterminer la nouvelle valeur de la vraisemblance. Ce cycle est entretenu de manière à explorer tout ou partie de l'espace des paramètres et finalement identifier le modèle et le ou les jeux de paramètres qui expliquent le mieux les données. Les nuances qui existent entre les différentes méthodes résident dans l'étape qui conduit à choisir un nouveau jeu de paramètres à partir (ou de manière indépendante) du résultat de la fonction de pénalité évaluée à un cycle donné.

L'idée la plus simple pour explorer l'espace des paramètres est d'évaluer la vraisemblance pour des valeurs discrètes de l'ensemble des paramètres, les unes après les autres, éventuellement choisies de manière non régulières. Cette méthode très robuste pour ajuster un modèle aux données est absolument inenvisageable en microlentilles dans le cas des modèles les plus raffinés, car la dimension de l'espace des paramètres est beaucoup trop grande. Le temps de calcul ne permet pas d'explorer en un temps raisonnable l'espace des paramètres. Pour autant, cette méthode est parfois combinée avec d'autres pour accélérer le processus, comme nous le verrons dans la section suivante.

5.3.4 Exploration de l'espace des paramètres avec un algorithme de type Monte Carlo par chaîne de Markov

Les algorithmes de type MCMC sont aujourd'hui très répandus et sont utilisés pour résoudre un grand nombre de problèmes. Toutes les déclinaisons faites autour de cette méthode sont principalement motivées par un désir d'optimisation et de réduction du temps nécessaire pour échantillonner la densité *a posteriori*.

Le principe

Son principe est de guider l'exploration de l'espace des paramètres de manière à former une chaîne le long de laquelle la fonction de pénalité est évaluée, qui se développe uniquement dans les zones de l'espace des paramètres les plus importantes, c'est-à-dire dans les zones où la vraisemblance est grande. Ainsi, la chaîne constituée d'une succession de jeux de paramètres est le reflet de la distribution de probabilité *a posteriori* sur les paramètres recherchée. L'exploration de l'espace des paramètres s'apparente alors à une marche aléatoire dont l'étape $i + 1$ est choisie grâce à une fonction de transition qui dépend de la qualité du modèle obtenu vis-à-vis des données à l'étape i . L'exploration se fait donc dans un voisinage de l'état courant. On parle alors d'une chaîne de Markov. Cette démarche est répétée jusqu'à ce que le MCMC converge, c'est-à-dire jusqu'à ce que la distribution de probabilité décrite par la chaîne devienne stationnaire. Le point important est que l'étape $i + 1$ d'un MCMC ne dépend que de l'étape i .

Différentes variantes de cet algorithme général existent. Décrivons l'algorithme de Métropolis-Hastings (Metropolis et coll., 1953 ; Hastings, 1970) utilisé dans les codes de modélisation que j'ai écrits. Cet algorithme se décompose ainsi :

1. Choix d'un point de départ dans l'espace des paramètres $\theta^{(1)}$.
2. Pour i variant de 2 à N_{\max} :
 - tirer aléatoirement $\theta_{\text{prop}}^{(i)}$ à l'aide d'une distribution de probabilité que nous appellerons dans la suite densité de probabilité de la taille des sauts (habituellement nommée *proposal* en anglais) ;
 - tirer un nombre aléatoire x à l'aide d'une distribution de probabilité uniforme dans l'intervalle $[0 ; 1]$;
 - si $x < P(\theta^{(i)}|D)/P(\theta^{(i-1)}|D)$ alors accepter le pas : $\theta^{(i)} = \theta_{\text{prop}}^{(i)}$;
 - sinon, refuser ce pas et répéter le pas précédent $\theta^{(i)} = \theta^{(i-1)}$.

Cet algorithme est très efficace pour déterminer le minimum global de la fonction de pénalité sur l'ensemble de l'espace des paramètres, ainsi que sur la détermination de ses éventuels minima locaux, car il permet d'accepter avec une probabilité non nulle des pas défavorables, tout en privilégiant toujours ceux qui permettent de trouver une meilleure solution. Remarquons également que la normalisation de $P(\theta|D)$ n'est pas nécessaire pour construire la densité *a posteriori*, car seul un rapport de probabilité intervient dans le processus. C'est un avantage majeur de cette technique. Le prix à payer est que la densité *a posteriori* sera construite à un facteur près.

L'influence des conditions initiales

Plusieurs questions techniques importantes se posent ici. Premièrement, l'échantillonnage de la distribution de probabilité *a posteriori* ne peut se faire qu'après une phase initiale d'amorçage appelée la *burn in* pendant laquelle le MCMC n'est pas stationnaire. Il faut un certain temps

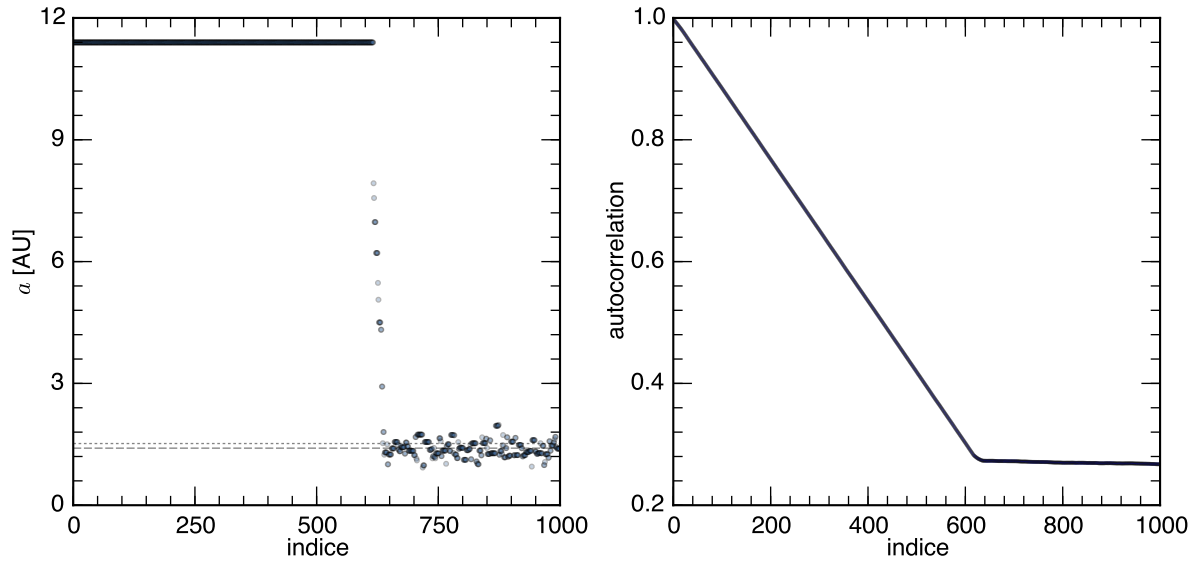


Fig. 5.1 – La figure de gauche montre la présence de la phase initiale transitoire d’amorçage en début de MCMC (*burn in*). La figure de droite montre l’autocorrélation au sein d’une chaîne. Une inspection visuelle de ces deux grandeurs indique immédiatement que le mélange (*mixing* en anglais) des 1 000 premiers pas sera très mauvais. En d’autres termes, l’échantillon de paramètres construit sur les 1 000 premiers pas n’a aucune chance d’être représentatif de la distribution *a posteriori* recherchée. Il apparaît sur cet exemple qu’une grande partie de la phase d’amorçage est passée à tenter des déplacements dans l’espace des paramètres de manière infructueuse avant de trouver un « chemin » qui, dans ce cas, a directement conduit au minimum global de la fonction de pénalité. La médiane calculée sur les 2 000 premiers points est indiquée en pointillés courts et la médiane calculée sur l’ensemble de l’exploration du MCMC (100 000 pas au total) est en pointillés longs. Cet exemple est tiré d’un MCMC que j’ai réalisé pour calculer la séparation projetée moyenne du système MOA-2010-BLG-073L (Street et coll., 2013) utilisé dans la partie discussion de l’article présenté au § 7.7.

pour que l’algorithme converge vers la distribution *a posteriori*. Si cette première phase, elle, dépend des conditions initiales, la distribution *a posteriori* ne peut en dépendre puisqu’elle existe indépendamment de la manière dont on l’échantillonne. Cette première phase doit donc être identifiée et retirée à l’issue de l’exploration, avant l’analyse. Pour cela, je détermine la médiane de l’ensemble des paramètres explorés une fois que le MCMC est stationnaire et a convergé. La phase de rodage correspond alors à l’exploration de l’espace des paramètres jusqu’à ce que l’ensemble des paramètres ait franchi leur médiane respective. Cette méthode est illustrée par la Fig. 5.1 sur laquelle on voit le MCMC suivre un chemin dans l’espace des paramètres après une première phase de recherche d’un meilleur modèle assez longue et infructueuse. Les modèles dans l’environnement immédiat de la position initiale étaient tellement mauvais que le premier pas était répété. En revanche, alors que la phase d’amorçage dure pendant les 750 premiers pas, la médiane évaluée sur les 2 000 premiers pas l’incluant permet déjà de l’identifier. Cette méthode s’est avérée très efficace pour éliminer cette phase d’amorçage automatiquement, en cours de MCMC pour libérer de la mémoire ou bien à l’issue du MCMC.

D’autre part, pour vérifier que le MCMC converge vers la même distribution *a posteriori* quel que soit le point de départ, il suffit d’en démarrer plusieurs avec conditions initiales différentes.

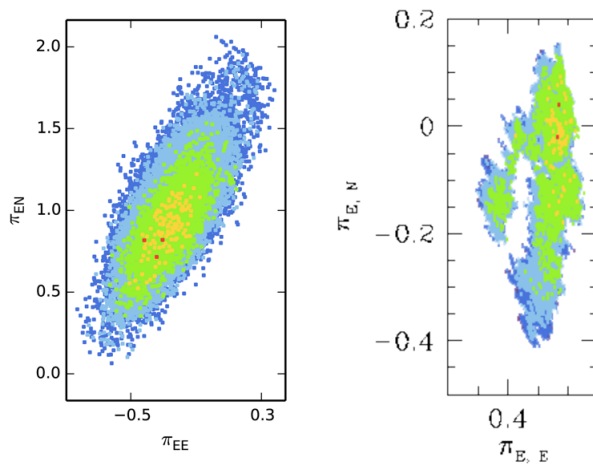


Fig. 5.2 – Cette figure montre la valeur de la fonction de vraisemblance par un code couleur (le rouge indique les valeurs les plus basses et le bleu foncé les valeurs les plus hautes) dans un diagramme de corrélation entre les deux composantes de la parallaxe. Ces figures sont issues d’une modélisation intermédiaire de l’événement présenté au § 7.7. La figure de gauche présente un bon échantillonnage de la distribution *a posteriori* alors que la figure de droite révèle une exploration désordonnée du sous-espace de l’espace des paramètres. Le MCMC à l’origine de la figure de droite n’est en fait pas stationnaire et n’échantillonne pas correctement la distribution *a posteriori*.

Test de convergence

L’intérêt d’un MCMC est de permettre l’évaluation des incertitudes sur les paramètres étant données les mesures en identifiant des intervalles de confiance estimés à partir de la distribution *a posteriori*. Un écueil à éviter est d’estimer ces intervalles de confiance à partir d’un échantillon qui n’est pas représentatif de la distribution *a posteriori*, ce qui peut arriver si le MCMC n’a pas encore convergé ou bien qu’il n’a pas assez bien exploré l’espace des paramètres. La construction de critères robustes pour éviter cela fait l’objet de beaucoup d’investigations. En général, l’œil est le meilleur moyen de se rendre compte de l’état et de la qualité d’exploration d’un MCMC. Par exemple, dans la Fig. 5.1 il apparaît que la médiane calculée sur les 2 000 premiers points est presque identique à celle calculée sur les 100 000 premiers points. La chaîne a donc très probablement convergé. Cette question est liée à un problème de mélange (*mixing* en anglais), c’est-à-dire à la qualité de l’exploration de la densité *a posteriori* par une chaîne en particulier. Un MCMC qui n’a pas convergé a forcément un mauvais mélange et s’explique souvent par une densité de probabilité de la taille des sauts inadaptée au problème (distribution trop étroite par exemple) ou bien par un espace des paramètres très corrélé. La Fig. 5.2 représente à deux dimensions la conséquence d’un mauvais mélange obtenu dans une analyse préliminaire de l’événement MOA-2007-BLG-197. Une inspection visuelle, aussi efficace soit-elle, ne suffit pas toujours et n’est pas très pratique lorsque l’espace des paramètres est vaste. Pour quantifier l’état d’un MCMC et sa vitesse de convergence, je me suis appuyé sur l’analyse réalisée par Gelman et coll. (2003) et une méthodologie proposée pour augmenter l’efficacité des MCMC dans la détermination des paramètres orbitaux des systèmes extra-solaires détectés par la méthode des vitesses radiales et des transits (Ford, 2006).

En théorie, la distribution *a posteriori* est bien échantillonnée si N_{\max} tend vers l’infini. Il n’y a pas de valeur minimale suffisante universelle qui garantisse que la distribution *a posteriori* est assez bien décrite par le MCMC, cela dépend de chaque problème et surtout de chaque chaîne démarrée. Pour répondre à ce problème, plusieurs tests existent, fondés sur l’analyse des propriétés statistiques des chaînes. Notons dès à présent que si ces tests sont utiles pour détecter une absence de convergence, des tests positifs n’impliquent pas nécessairement la convergence des chaînes.

Le premier test implémenté dans les codes que j’ai développés compare la moyenne et la variance du début et de la fin d’une chaîne (Geweke, 1992). Si a correspond au début d’une

chaîne et b à la fin de la même chaîne, σ indiquant la variance, alors on construit le nombre

$$z = \frac{\langle \theta_a \rangle - \langle \theta_b \rangle}{\sqrt{\sigma_{\theta_a}^2 + \sigma_{\theta_b}^2}}. \quad (5.7)$$

Une petite valeur de z rend confiant sur la convergence d'une chaîne, alors qu'une grande valeur de z indique clairement que la chaîne n'a pas convergé. La valeur limite au-delà de laquelle le MCMC n'a pas convergé est arbitraire, mais la valeur deux est souvent présentée comme une valeur raisonnable. Le début de la chaîne correspond par exemple à sa première moitié après la phase d'amorçage et la fin par le dernier tiers. L'avantage de ce critère est qu'il est très simple à implémenter dans un code et fournit une indication fiable de non-convergence. Un autre critère devenu assez standard est celui de Gelman & Rubin (1992), décrit un peu plus loin dans cette section.

Autocorrélation des chaînes

L'algorithme de Métropolis Hastings implique la formation d'une chaîne de Markov qui, par définition, ne fournit pas une suite de pas totalement indépendante. Ainsi, l'autocorrélation d'une chaîne est toujours relativement importante et biaise la statistique. L'autocorrélation calculée sur un paramètre θ est définie par

$$R(k) = \frac{\mathbb{E}[(\theta_i - \langle \theta \rangle)(\theta_{i+k} - \langle \theta \rangle)]}{\mathbb{E}[(\theta_i - \langle \theta \rangle)^2]} = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (\theta_i - \langle \theta \rangle)(\theta_{i+k} - \langle \theta \rangle)}{\sum_{i=1}^{N-k} (\theta_i - \langle \theta \rangle)^2}, \quad (5.8)$$

où \mathbb{E} est l'espérance mathématique et k un indice. L'autocorrélation est comprise entre -1 et 1 et une absence de corrélation est caractérisée par $R(k) = 0$. Pour réduire l'autocorrélation, il est courant de déterminer la longueur typique de corrélation et de prélever dans la chaîne des points typiquement séparés d'une longueur de corrélation pour construire la probabilité *a posteriori*. L'autocorrélation mesure la corrélation d'un processus par rapport à lui-même, mais décalé. Ainsi, l'effet de mémoire de la chaîne est limité. La Fig. 5.1 représente l'autocorrélation d'une chaîne qui se rapproche de zéro lorsque k tend vers l'infini.

Efficacité de la convergence

La généralisation des travaux de Gelman et coll. (2003) sur la marche aléatoire a montré que l'algorithme de type Métropolis-Hastings convergeait à condition que la densité de probabilité de la taille des sauts soit correctement choisie. L'efficacité de cette convergence est maximale si la moyenne des taux d'acceptation $A_i = \min \left\{ 1, P(\theta^{(i)}|D)/P(\theta^{(i-1)}|D) \right\}$ est proche de la valeur optimale 0,234, soit environ un quart. Le prix à payer pour bien construire la distribution *a posteriori* est donc de refuser plus des trois quarts des pas. De plus, une « bonne » densité de probabilité de la taille des sauts est avant tout une distribution très semblable à la distribution *a posteriori* (Gelman et coll., 2003)... Bien sûr, la distribution *a posteriori* est inconnue puisque notre objectif est de la construire. Une solution à ce problème consiste à calculer régulièrement la matrice des variances-covariances et à déterminer l'espace propre dans lequel elle est diagonale. Ainsi, les paramètres sont alors complètement découplés. Une autre solution à ce problème est la réalisation d'un MCMC différentiel. Dans la pratique, j'ai mis en œuvre les deux méthodes, mais l'utilisation d'un MCMC différentiel me paraît à présent le choix le plus judicieux.

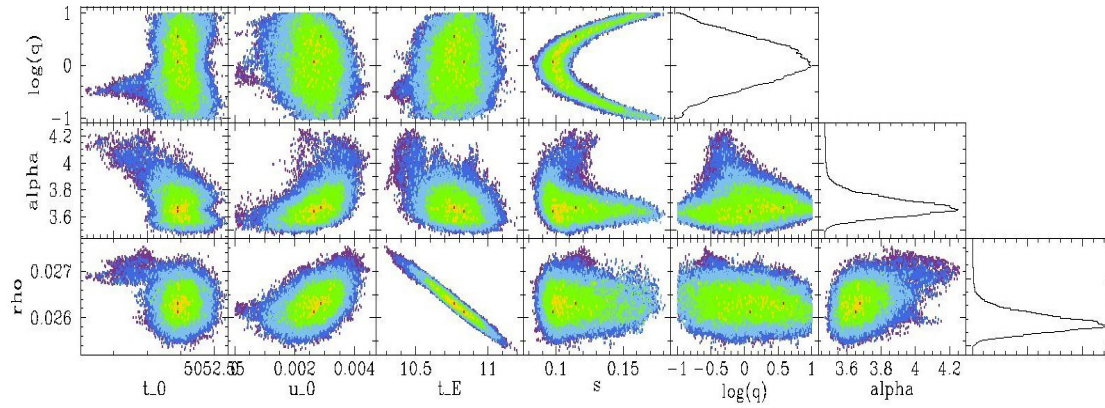


Fig. 5.3 – Corrélation entre différents paramètres utilisés pour ajuster le modèle des lentilles binaires aux données. Il apparaît sur cette figure que le rapport de masse et la séparation sont très corrélés. Il en est de même pour les paramètres ρ et t_E . *Figure extraite de Bachelet et coll. (2012).*

Monte Carlo par chaîne de Markov différentiel

Le MCMC différentiel (ter Braak, 2006) a été proposé pour résoudre le problème récurrent suivant : la densité de probabilité de la taille des sauts optimale est la distribution *a posteriori* inconnue, il est donc très difficile de réaliser un MCMC qui converge convenablement du premier coup. En particulier dans le cas d'un espace des paramètres de grande dimension présentant des corrélations, comme c'est le cas en microlentille, le taux de refus peut devenir très important et l'échantillonnage de la distribution *a posteriori* infiniment lent. La Fig. 5.3 montre un exemple pour lequel les corrélations rendent difficile l'échantillonnage de la distribution *a posteriori* par une méthode classique.

Le principe du MCMC différentiel est de démarrer un grand nombre de chaînes en parallèle (supérieur ou égal au double du nombre de paramètres libres) et d'utiliser la différence entre les paramètres à l'itération i de deux chaînes choisies de manière aléatoire pour calculer la taille du pas pour passer à l'étape qui suit $i + 1$. Après la phase d'amorçage, les chaînes devraient être réparties dans l'espace des paramètres à l'image de la densité *a posteriori*, la différence entre deux chaînes choisies aléatoirement correspondant approximativement à la taille typique et l'orientation imposée par la distribution *a posteriori*. Ainsi, les corrélations entre les paramètres sont automatiquement prises en compte à chaque pas, ce qui diminue de manière impressionnante le nombre d'itérations nécessaires pour échantillonner la densité *a posteriori* (de nombreuses précisions techniques sont données par ter Braak, 2006).

Dans le cas d'un MCMC différentiel, la convergence peut être testée en utilisant le diagnostic de Geweke (1992) que nous avons décrit plus haut. Un autre critère, tirant le meilleur parti de l'existence de plusieurs chaînes, est aussi implémenté dans le code de modélisation d'une lentille simple le plus récent que j'ai réalisé, il s'agit du diagnostic de Gelman & Rubin (1992). Le principe de ce test est basé sur l'idée que les multiples chaînes ont convergé si elles se ressemblent statistiquement. Une variance inter chaînes B/N_{\max} est calculée (variance de la moyenne) puis comparée à la variance d'une chaîne en particulier W . Si ces deux variances sont très différentes, alors il y a de grandes chances pour que toutes les chaînes du MCMC n'aient pas convergé. Supposons que nous ayons démarré en parallèle m chaînes de longueur N_{\max} , il faut alors calculer

$$B = \frac{N_{\max}}{m-1} \sum_{i=1}^m (\mathbb{E}[\theta_i] - \mathbb{E}[\theta])^2, \quad (5.9)$$

avec $\mathbb{E}[\theta_i]$ l'espérance obtenue sur la chaîne i , $\mathbb{E}[\theta]$ la moyenne sur la totalité des chaînes, le facteur N_{\max} tient compte de la longueur de chaque chaîne et

$$W = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[\frac{1}{N_{\max} - 1} \sum_{j=1}^{N_{\max}} (\theta_{ji} - \mathbb{E}[\theta_i])^2 \right]. \quad (5.10)$$

Finalement, un estimateur non biaisé de la variance de la densité de probabilité *a posteriori* est donné par (Gelman & Rubin, 1992) la moyenne pondérée de ces quantités,

$$\sigma^2 = \frac{N_{\max} - 1}{N_{\max}} W + \frac{1}{N_{\max}} B. \quad (5.11)$$

L'estimateur de Gelman & Rubin (1992) est défini par

$$R = \sqrt{\frac{\sigma^2}{W}}. \quad (5.12)$$

La valeur de R est d'autant plus proche de l'unité que les chaînes se ressemblent. Dans la pratique, si $R < 1,1$ il y a de grandes chances pour que les chaînes aient toutes bien convergé.

Le MCMC différentiel s'est avéré d'une très grande efficacité pour échantillonner la distribution *a posteriori* avec un taux d'acceptation proche du taux optimal. Si j'ai préféré utiliser cet algorithme lorsque la solution avait globalement été identifiée, un MCMC traditionnel ou combiné avec une grille sur certains paramètres s'est imposé pour explorer largement l'espace des paramètres sans oublier de solutions, éventuellement peu probables.

Recuit simulé

Un des problèmes des MCMC différentiels est son manque d'efficacité pour explorer de très larges zones de l'espace des paramètres. Avant d'utiliser un MCMC différentiel pour échantillonner la densité *a posteriori*, un algorithme de type recuit simulé a été utilisé pour modéliser les événements de lentilles binaires. Cette méthode imite le principe du refroidissement d'un système physique. Si ce refroidissement est suffisamment lent, alors le système a le temps d'atteindre un état d'équilibre à chaque instant. La fonction de coût est ici l'analogue de l'énergie d'un système fictif qui cherche toujours l'état d'énergie la plus faible.

En pratique, l'algorithme est très semblable à celui de Métropolis-Hastings, mais cette fois-ci la probabilité d'accepter le pas suivant est $\exp[-\Delta E/(k_B T)]$, où k_B est la constante de Boltzmann et T la température et $\Delta E = \log(P(\theta^{(i+1)}|D)) - \log(P(\theta^{(i)}|D))$. Ainsi, toute nouvelle solution d'énergie inférieure est toujours acceptée; en revanche, si son énergie est plus grande elle a une probabilité non nulle d'être acceptée. Plus la température est élevée, plus les modèles défavorables peuvent être explorés. Cette méthode est très efficace pour sonder très largement l'espace des paramètres et tous les minima locaux. Dans tous les cas, le modèle final sera trouvé à une température telle que $k_B T = 1$ (situation équivalente à l'algorithme de Métropolis-Hastings). Si le refroidissement est assez lent, le MCMC a le temps d'atteindre son état stationnaire et converge progressivement vers le minimum global.

5.3.5 Algorithmes génétiques

Les algorithmes d'optimisation de type génétique sont également connus pour leur efficacité dans la localisation du minimum global de la fonction de pénalité. Comme les MCMC, ces algorithmes explorent en priorité les zones dans lesquelles les modèles décrivent bien les observations tout en testant en permanence très largement l'espace des paramètres. Cette méthode s'inspire du

principe de sélection naturelle de Darwin en reproduisant l'hérédité (l'exploration à l'itération $i + 1$ dépend de l'état du système à l'itération i de sorte qu'un jeu de paramètres qui reproduit bien les données conditionne l'étape suivante) et la diversité (comme une mutation – par nature aléatoire – peut conférer un avantage sélectif dans le monde du vivant, un jeu de paramètres choisi de manière indépendante de l'état du système peut déboucher sur la localisation d'un jeu de paramètres reproduisant bien mieux les observations).

Ce type d'algorithme a été introduit pour la première fois en microlentille lors de l'analyse de l'événement OGLE-2002-BLG-069 (Kubas et coll., 2005). La manière dont se passe l'exploration de l'espace des paramètres dans le but d'atteindre le maximum de vraisemblance (ou d'un autre critère) est parfaitement décrite par le paragraphe ci-dessous (D. Kubas cité dans Cassan, 2005).

In the random initial population, only a few individuals lie anywhere near the tallest peak and none close enough for local hill-climbing algorithms. After only ten generations the population in the outer low-level regions has been decimated and groups of the population have converged on some peaks close the highest central peak. As generations go by, a few individuals have been catapulted by crossover and mutation to the wings of the central peak, where rapidly a base camp is established. Favored by natural selection this subgroup now gradually conquers the central peak at expense of its neighbors. By the 40th generation basically the whole population now resides on the highest mountain, with only a few mutants occasionally appearing in some other locations. In the 90th generation the sporadic explorations still have led to no new discoveries and the central peak appears to remain the best environment for the inhabitants of this landscape.

Cette méthode a rencontré beaucoup de succès en microlentille. Par exemple, elle est utilisée par PHunter (Bachelet, 2013), l'algorithme de modélisation automatique d'événement en cours (modèle lentille simple ponctuelle, source ponctuelle) utilisé par la collaboration PLANET.

Les modélisations présentées dans cette thèse n'ont pas fait appel à ce type de méthodes, mais celles-ci représentent un axe de développement intéressant pour l'avenir. Dans la suite de ce chapitre, nous appliquons ces méthodes générales à la modélisation des microlentilles. Les sections suivantes présentent certaines spécificités de l'ajustement d'un modèle de lentille simple ou binaire avant de présenter des résultats représentant un intérêt particulier dans la recherche de planètes extra-solaires.

5.4 Détermination des flux

La modélisation d'un événement de microlentille consiste à ajuster un modèle à des mesures en direction du bulbe galactique (donc d'un champ encombré) faites en continu par différents télescopes dans le monde. Même dans le cas idéal où chaque télescope faisait de la photométrie calibrée, les filtres utilisés par chacun d'entre eux ne seraient pas parfaitement identiques. En réalité, seul le télescope de la collaboration OGLE possède une photométrie relativement bien calibrée. Par conséquent, indépendamment du modèle à ajuster aux données, il est nécessaire de prendre des degrés de liberté supplémentaires correspondant aux systèmes de référence propre à chacun des télescopes.

Notion de flux de contamination

En pratique, la mesure du flux de lumière provenant de la microlentille au niveau d'un télescope donné résulte de deux contributions. La première est celle de la source elle-même, la seconde

de la lentille et d'autres sources proches de la ligne de visée, non résolues. Compte tenu de la très faible probabilité pour qu'un événement de microlentille se produise (voir § 2.3), il est très peu probable pour que deux effets de microlentilles affectent le même faisceau de lumière à la suite l'un de l'autre sur une distance de 8 kpc. À un instant donné, seul le flux provenant de la source est amplifié par une microlentille unique. Ainsi, si nous notons ce flux Φ_S lorsque la lentille et la source sont très éloignées (source non amplifiée), le flux reçu de la source à un instant donné est $\mu(t)\Phi_S$ où $\mu(t)$ est l'amplification due au phénomène de microlentille. D'un autre côté, l'éventuel flux lumineux provenant de la lentille ou de tout autre objet proche de la ligne de visée au premier plan n'est pas amplifié. Ce flux est appelé le flux de contamination (en anglais *blending*) et nous le noterons Φ_B . Le flux total Φ reçu à un instant donné par un télescope pointé vers une microlentille s'écrit donc

$$\mu(t)\Phi_S + \Phi_B. \quad (5.13)$$

Les valeurs numériques de Φ_S et Φ_B dépendent de chaque télescope, car aucun étalonnage n'est partagé au sein des réseaux réalisant des observations de microlentilles. Ces deux flux constituent donc deux variables supplémentaires par télescope à considérer dans lors de l'analyse de données.

L'existence d'un flux de contamination est loin d'être anodine d'une part parce que son existence complique considérablement l'analyse automatisée des données, en particulier pour les événements très peu lumineux dont la magnitude de base (avant amplification) est supérieure à 18, d'autre part parce qu'il modifie la dynamique de l'événement. En effet, si nous définissons le taux de contamination par le rapport $g = \Phi_B/\Phi_S$, alors la magnitude apparente d'un événement définie à une référence près m_{ref} par

$$m = m_{\text{ref}} - 2,5 \log(\mu(t)\Phi_S + \Phi_B), \quad (5.14)$$

s'écrit

$$m = m_{\text{base}} - 2,5 \log\left(\frac{\mu(t) + g}{1 + g}\right), \quad (5.15)$$

avec $m_{\text{base}} = m_{\text{ref}} - 2,5 \log(\Phi_S + \Phi_B)$ la magnitude de base de l'événement, c'est-à-dire sa magnitude sans effet d'amplification. Dans la limite des instants où l'amplification est très faible (proche de 1), la présence d'un flux de contamination a tendance à rendre un événement plus lumineux qu'en son absence. En revanche, si la contamination est forte ($g \gg 1$), l'argument du logarithme dans l'équation précédente s'écrit, pour une valeur donnée de l'amplification μ ,

$$\frac{\mu + g}{1 + g} \underset{+\infty}{\sim} 1 + \frac{\mu - 1}{g} + o\left(\frac{1}{g}\right). \quad (5.16)$$

Ainsi, deux événements dont la différence entre la magnitude atteinte au pic d'amplification et la magnitude de base sont identiques (c'est-à-dire $m(t_0) - m_{\text{base}}$ donné), peuvent avoir des amplifications maximales au pic très différentes en fonction du flux de contamination : l'événement le plus contaminé aura l'amplification maximale la plus grande. Or, ce sont dans des conditions de très forte amplification que des effets particuliers, comme la parallaxe terrestre, peuvent être observés. En ce sens, les événements très contaminés sont potentiellement très intéressants. Enfin, la dérivée temporelle de la magnitude s'écrit

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\frac{2,5}{\ln 10} \frac{1}{\mu(t) + g} \frac{\partial \mu}{\partial t}. \quad (5.17)$$

La valeur absolue de cette dérivée est d'autant plus faible que la contamination du flux de la source est grande. C'est en ce sens que l'on dit que le flux de contamination « retarde » l'apparition de l'événement. En résumé, un événement très contaminé est en général détecté plus tardivement mais représente une cible particulièrement intéressante.

Ajustement des flux de source et de contamination

La détermination de Φ_S et Φ_B peut se faire de deux manières au cours de la modélisation d'un événement. La première méthode consiste à ajouter deux paramètres supplémentaires par télescope à ajuster, donc augmenter d'autant la dimension de l'espace des paramètres à explorer par l'algorithme d'optimisation de notre choix. Si cette approche est possible dans le cas des lentilles simples, elle pose des problèmes de convergence inextricable dans le cas de modèles plus raffinés. Un exemple de cette démarche est présenté dans la partie § 5.5.

La seconde méthode, habituellement utilisée, est basée sur la relation linéaire qui existe entre Φ_S et Φ_B selon l'Éq. (5.13). À chaque itération du processus d'optimisation, un modèle de l'amplification est produit. Ensuite, un algorithme des moindres carrés permet très efficacement de déterminer les flux de source et de contamination pour chaque télescope. Bien sûr, les valeurs trouvées dépendent du modèle.

Dans la pratique, si ce processus n'est pas « guidé », il est possible que le meilleur ajustement aux données n'ait aucun sens physique. En effet, si les paramètres testés sont proches des paramètres réels, alors la solution trouvée sera physiquement valable. En revanche, si les paramètres testés sont très éloignés de la bonne solution (et cela arrive à plusieurs reprises au cours de l'exploration de l'espace des paramètres par un MCMC), alors l'ajustement des flux peut être de bonne qualité, mais conduire à une solution physiquement aberrante. En quelque sorte, l'ajustement linéaire des flux compense le mauvais choix des paramètres. Le problème est qu'en l'absence d'étalonnage, les flux peuvent prendre n'importe quelle valeur positive ou négative. Une discussion approfondie de ce problème et une méthode astucieuse et robuste pour le résoudre sont proposées par Cassan (2005). Le principe de la méthode consiste à tenir compte de contraintes objectives, comme les valeurs maximale et minimale de la magnitude de base qui sont aisément déterminées, soit automatiquement, soit par une inspection visuelle des données, ou encore les valeurs possibles pour le taux de contamination (dans la majorité des cas, $g < 2$). Ainsi, seul un domaine du plan (Φ_S, Φ_B) est autorisé. Cet algorithme s'est avéré très efficace.

5.5 Modélisation des lentilles simples

L'ajustement d'un modèle de lentille simple à une courbe de lumière observée est une première étape quasiment indispensable, y compris lorsque la courbe de lumière présente des caractéristiques propres aux lentilles binaires car cette démarche donne en général une très bonne estimation de l'ordre de grandeur des paramètres physiques clés. Dans la suite, j'appelle modèle fondamental un modèle qui fait intervenir le nombre de paramètres minimum pour décrire une courbe de lumière. Les modèles raffinés introduisent des paramètres supplémentaires pour décrire des effets physiques qui ne sont susceptibles d'être détectés dans la courbe de lumière que dans des conditions particulières. Enfin, je discute des dégénérescences qui existent entre ces différents effets physiques.

5.5.1 Modèle fondamental

Un modèle de lentille simple fait toujours intervenir trois paramètres fondamentaux :

- l'instant t_0 de passage de la source au plus près de la lentille ;
- la séparation projetée entre la source et la lentille en unité du rayon d'Einstein u_0 ;
- le temps caractéristique d'Einstein t_E .

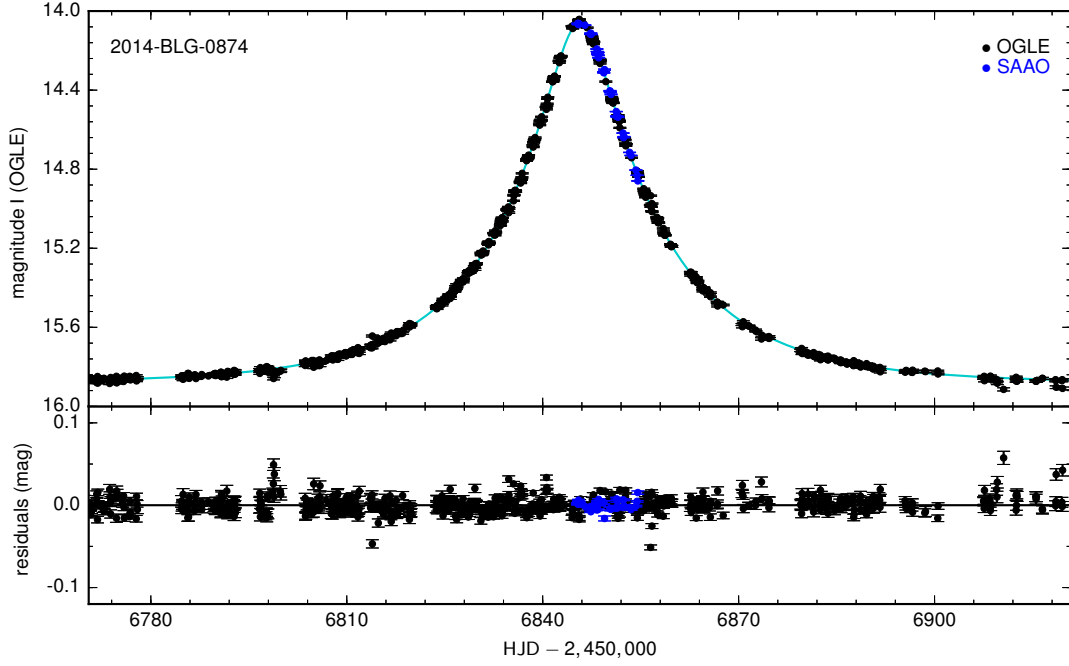


Fig. 5.4 – Courbe de lumière de l'événement OGLE-2014-BLG-0874 (panneau du haut) observé par les télescopes d'OGLE au Chili (noir) et de la collaboration PLANET au SAAO en Afrique du Sud (bleu). Le meilleur modèle est indiqué en vert et les résidus sont indiqués sur le panneau du bas. Cette figure est extraite du travail réalisé pour l'article de Calchi Novati et coll. (2015) présenté dans le paragraphe § 5.8.

Le dernier paramètre dépend à la fois du mouvement relatif de la lentille par rapport à la source et des propriétés de la lentille en vertu de l'Éq. (4.60). Les deux autres paramètres servent à décrire le mouvement relatif de la source par rapport à la lentille. Parfois, le paramètre $u_0 t_E$ remplace u_0 ou t_E formant un espace des paramètres moins corrélé, donc plus rapide à explorer. Ce problème ne se pose pas lorsqu'un MCMC différentiel est utilisé, comme c'est le cas dans la modélisation de l'événement OGLE-2014-BLG-0874 représenté sur la Fig. 5.4. La corrélation entre les paramètres est donnée Fig. 5.5.

5.5.2 Modèle raffiné

Dans le cas de très fortes amplifications ou bien d'événements qui durent plusieurs mois, des déviations à la trajectoire rectiligne et uniforme de la lentille par rapport à la source peuvent être observées à cause d'effets de parallaxe dus au mouvement terrestre dans le repère héliocentrique. Pour rendre compte de cet effet, deux paramètres supplémentaires sont introduits (voir § 4.4.3) :

- la composante suivant le Nord π_{EN} du vecteur parallaxe ;
- la composante suivant l'Est π_{EE} du vecteur parallaxe ;

ou bien toute autre décomposition dans un repère de notre choix. L'usage est d'utiliser le référentiel géocentrique dans lequel toutes les quantités sont mesurées dans un repère construit à partir de la direction de l'accélération apparente du Soleil à un instant donné, noté $t_{0,par}$. Par conséquent, tous les paramètres du modèle fondamental sont à interpréter dans le référentiel géocentrique. Par exemple, t_E est le temps nécessaire pour que la source parcoure un rayon angulaire d'Einstein si son mouvement relatif était en permanence le même que celui observé depuis la Terre à l'instant $t_{0,par}$. Bien sûr, comme la Terre est en mouvement perpétuel autour du Soleil, tous ces paramètres dépendent du choix de $t_{0,par}$. En particulier, l'orientation du vecteur

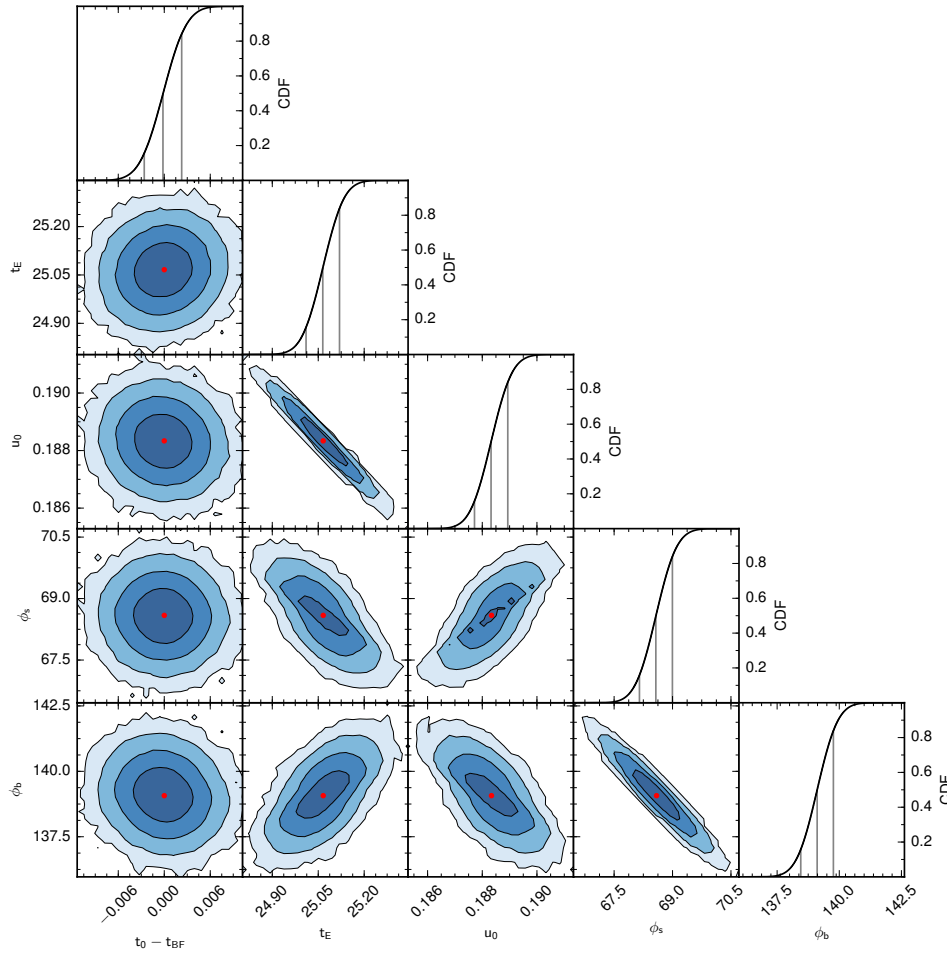


Fig. 5.5 – Corrélations entre les paramètres à l’issue de la modélisation de l’événement OGLE-2014-BLG-0874 (voir la courbe de lumière Fig. 5.4). Le paramètre t_{BF} correspond à la valeur de t_0 du meilleur modèle. Les différentes couleurs correspondent aux contours 1-4 σ autour du meilleur ajustement aux données (OGLE et SAAO combinées) indiqué par le point rouge. Le modèle utilisé est un modèle de lentille simple et les flux de source et de contamination sont traités de la même manière que tous les autres paramètres. Ne sont représentés dans cette figure que les flux obtenus pour le télescope de un mètre sud-africain.

π_E en dépend, sa norme en revanche n’en dépend pas. Dans la pratique, tout ceci ne pose aucun problème, car le choix de $t_{0,par}$ est libre et il est toujours choisi très proche de t_0 pour que l’interprétation des paramètres d’un modèle plus raffiné soit directement comparable avec celle des paramètres issus d’une modélisation réalisée uniquement avec les paramètres fondamentaux.

Enfin, si l’amplification est très importante, la taille finie de la source modifie la valeur de l’amplification et un paramètre supplémentaire doit être alors considéré :

- la taille de la source en unité du rayon d’Einstein ρ .

La grande majorité des événements détectés par la collaboration OGLE peut être modélisée par les trois paramètres (t_0, u_0, t_E) . S’il est commun de mesurer la taille de la source dans les événements de microlentille binaires, cela n’est possible que très rarement avec des événements de lentille simple, car la caustique se réduit à un point du plan source. Il est donc très peu probable que la source s’en rapproche assez pour permettre cette mesure. Nous laissons donc le traitement numérique particulier réservé à l’optimisation du calcul des effets de taille finie à la partie traitant de la modélisation des lentilles binaires.

Rappelons que si N_{obs} est le nombre de jeux de données à ajuster provenant de différents

télescopes, alors $2N_{\text{obs}}$ variables supplémentaires correspondant aux flux de source et de contamination doivent être évaluées à chaque étape du processus d'optimisation en suivant l'une des méthodes décrites dans la partie § 5.4.

5.5.3 Modélisation des effets de source étendue

Cas d'une source uniforme

Considérons une source circulaire de rayon $\rho = \theta_s/\theta_E$ en unité du rayon angulaire d'Einstein et dont l'intensité est uniforme. L'amplification du flux de source est l'intégrale de l'amplification d'une source ponctuelle (qui est de carré sommable sur \mathbb{R}^2) sur l'aire de la source dont le centre est à la distance $u(t)$ de l'origine. En utilisant les coordonnées cylindriques, l'amplification d'une source étendue s'écrit

$$\mu_{\text{ESPL}}(u|\rho) = \frac{1}{\pi\rho^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\rho \mu_{\text{PSPL}}(w(r, \theta)) r dr d\theta, \quad (5.18)$$

avec $w(r, \theta) = [u^2 + 2ur \cos \theta + r^2]^{1/2}$. Une expression exacte de cette intégrale est évaluée par Witt & Mao (1994). Dans le cas où $u \neq \rho$, l'intégrale précédente s'écrit

$$\begin{aligned} \mu_{\text{ESPL}}(u|\rho) = E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{u+\rho}{2\pi\rho^2} \sqrt{4+(u-\rho)^2} - F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{u-\rho}{2\pi\rho^2} \frac{8+(u^2-\rho^2)}{\sqrt{4+(u-\rho)^2}} \\ + \Pi\left(\frac{\pi}{2}, n, k\right) \frac{2(u-\rho)^2}{\pi\rho^2(u+\rho)} \frac{1+\rho^2}{\sqrt{4+(u-\rho)^2}}, \end{aligned} \quad (5.19)$$

où F , E et Π sont respectivement les intégrales elliptiques incomplètes du premier, deuxième et troisième ordre définies dans l'annexe § E.3.2 et

$$n = \frac{4u\rho}{(u+\rho)^2} \quad \text{et} \quad k = \sqrt{\frac{4n}{4+(u-\rho)^2}}. \quad (5.20)$$

Dans le cas où $u = \rho$, l'amplification de la source étendue s'écrit (Maeder, 1973; Witt & Mao, 1994),

$$\mu_{\text{ESPL}} = \frac{2}{\pi\rho} + \frac{1+\rho^2}{\pi\rho^2} \left[\frac{\pi}{2} + \text{Arcsin} \left(\frac{\rho^2-1}{\rho^2+1} \right) \right]. \quad (5.21)$$

Compte tenu du fait que le rayon de la source est très souvent faible, il est intéressant de faire un développement limité en zéro de l'Éq. (5.21) en utilisant la formule de Taylor-Young,

$$\mu_{\text{ESPL}} \underset{0}{=} \frac{4}{\pi\rho} + \frac{4}{3\pi}\rho - \frac{4}{15\pi}\rho^3 + o(\rho^4). \quad (5.22)$$

En réalité, l'écart relatif à la solution exacte de ce développement dont l'évaluation est immédiate est strictement inférieur à 0,1% si $\rho < 0,6$ (solution trouvée de manière numérique par dichotomie). Le développement limité peut donc être utilisé dans la quasi-totalité des cas pratiques. Le cas général $u \neq \rho$ est beaucoup plus long à étudier. En utilisant le développement en série calculé par Gradshteyn & Ryzhik (1980) de chaque intégrale elliptique qui intervient dans l'Éq. (5.19), nous pouvons calculer un développement limité en zéro qui s'écrit, après de longs calculs,

$$\mu_{\text{ESPL}} \underset{0}{=} \frac{2+u^2}{u\sqrt{4+u^2}} + \frac{4+4u^2}{u^3[4+u^2]^{5/2}}\rho^2 + o(\rho^3). \quad (5.23)$$

Cette expression est intéressante, car la limite lorsque le rayon de la source tend vers zéro permet de retrouver immédiatement l'expression de l'amplification d'une source ponctuelle. De plus,

l'écart relatif à la solution exacte donnée par l'Éq. (5.19) est inférieur à 0,1% pour une source dont le centre se trouve à plus de trois fois son rayon. Ceci aura des conséquences importantes dans le processus de modélisation numérique. Enfin, le terme d'ordre deux en ρ décroît en $4/u^6$ lorsque $u \gg 1$ alors que μ_{PSPL} tend vers un. À l'inverse, lorsque $u \ll 1$, il croît en $1/(8u^3)$ alors que μ_{PSPL} croît en $1/u$. Ceci démontre que les effets de source étendue deviennent prépondérants lorsque la source est très proche de la lentille.

C'est pour cette raison que le développement asymptotique de l'Éq. (5.19) a été étudié de manière approfondie dans la limite $u \ll 1$. L'approximation $\mu_{\text{PSPL}} \sim 1/u$ peut être utilisée pour les événements de grande amplification et introduite dans le premier terme du développement Éq. (4.31) (Gould, 1994) et dans l'Éq. (5.19). L'amplification d'une source étendue est alors donnée par la formule semi-analytique (Yoo et coll., 2004)

$$\mu_{\text{ESPL}}(u) = \mu_{\text{PSPL}}(u) B_0(x) \quad (5.24)$$

avec $x = u/\rho$ un paramètre qui mesure l'éloignement du centre de la source en nombre de rayons de cette dernière, paramètre clé dans le choix des approximations à utiliser. D'autre part (Yoo et coll., 2004),

$$B_0(x) = \frac{x}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{t}{\sqrt{x^2 + t^2 + 2xt \cos \theta}} dt d\theta \quad (5.25)$$

$$= \frac{4x}{\pi} E \left[\text{Arcsin} \left(\min \left\{ 1, \frac{1}{x} \right\} \right), x \right], \quad (5.26)$$

avec E l'intégrale elliptique incomplète de deuxième espèce (voir § E.3.2). Cette expression est en permanence utilisée dans l'analyse des données de microlentille. Elle est valable dans la limite $x/8 \ll 1$ et $u \ll 1$. L'allure du facteur B_0 est représentée sur la Fig. 5.6.

Assombrissement centre-bord

Déjà bien complexe, la modélisation décrite dans le paragraphe précédent fait l'hypothèse d'un profil d'intensité uniforme pour décrire la surface de l'étoile source. Il suffit de regarder le Soleil pour se convaincre que cette hypothèse est simpliste. Sur la photographie du Soleil Fig. 5.7 prise par le *Solar Dynamics Observatory* (observatoire spatial solaire), un assombrissement est très clairement visible depuis le centre de l'étoile vers les limbes : c'est le phénomène d'assombrissement centre-bord. Son origine physique réside d'une part dans le fait que la lumière qui nous parvient d'une position de l'étoile est la somme des émissions le long de la ligne de visée jusqu'au point où la profondeur optique vaut l'unité, d'autre part du fait que la température T de la photosphère diminue avec sa distance au centre (avant de remonter très fortement dans la couronne solaire). Ainsi, premièrement la profondeur optique ne peut pas être la même lorsque l'observateur regarde en direction du centre de l'étoile et en direction du bord car la densité de l'étoile diminue avec la distance au centre, deuxièmement, conformément à la loi de Stefan-Boltzmann, l'intensité lumineuse de la photosphère est proportionnelle à T^4 donc moins lumineuse à plus faible température. Enfin, en faisant l'hypothèse d'une loi d'émission de type corps noir qui décrit convenablement l'émission solaire en première approximation, les couches les moins chaudes de la photosphère émettent à de plus grandes longueurs d'onde. Avant de modéliser le profil d'intensité des sources observées en microlentille, commençons par rappeler la définition de l'intensité à partir de configurations géométriques.

Considérons l'énergie radiative émise par un élément de surface dS_A de normale \mathbf{n}_A (convention sortante) centrée sur A , et intéressons-nous à la fraction de cette énergie reçue par l'observateur

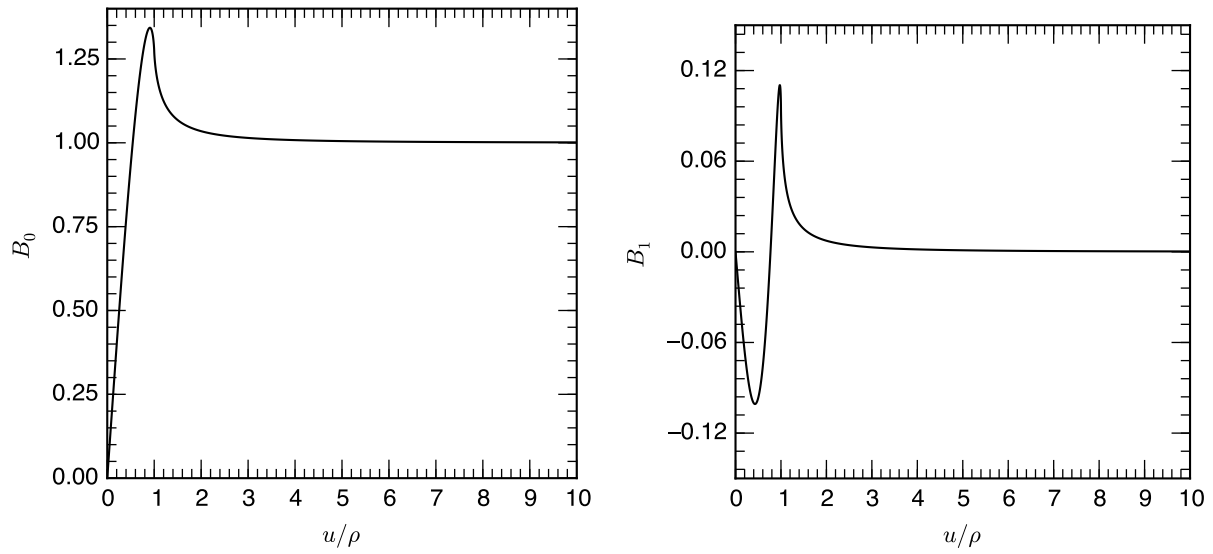


Fig. 5.6 – Figure montrant l’allure des deux facteurs correctifs B_0 et B_1 intervenant dans le calcul des effets de taille finie de la source. À gauche, le facteur B_0 tend vers l’unité ce qui correspond au fait qu’à plus de trois ou quatre rayons de la lentille (ou d’une caustique), l’amplification est donnée par un modèle de source ponctuelle. À droite, le facteur B_1 tend vers zéro à grande distance (trois ou quatre rayons de la source) ce qui indique que l’effet d’assombrissement centre-bord n’est prépondérant que dans une zone de typiquement deux rayons de la source autour de la lentille (ou bien d’une caustique).

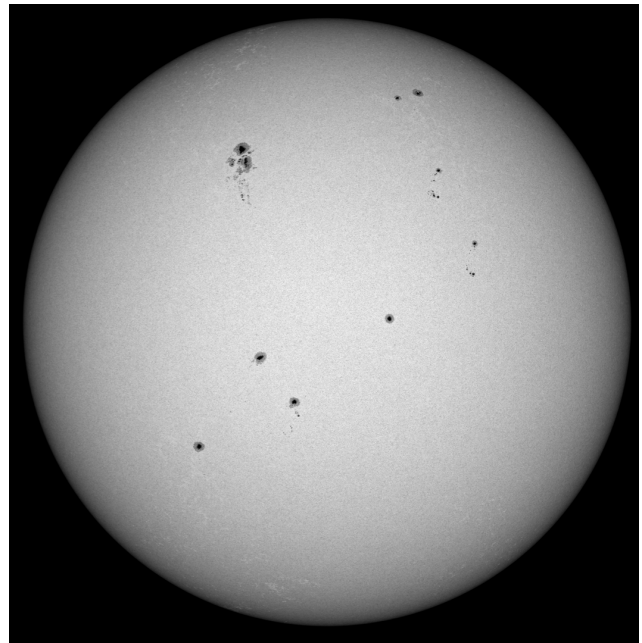


Fig. 5.7 – Photo du Soleil prise le 23 novembre 2011 par l’instrument HMI (large bande) du *Solar Dynamics Observatory*. Il existe un assombrissement du centre vers les limbes. Image publiée par NASA/SDO (2015).

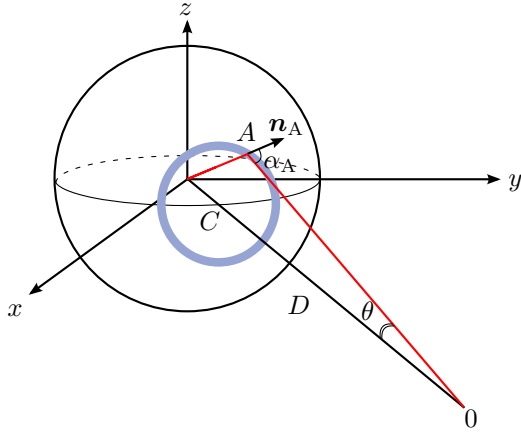


Fig. 5.8 – Géométrie du problème pour le calcul du flux reçu par un observateur en O et émis par une étoile sphérique de rayon R_* située à une distance D de l'observateur. L'angle $\alpha_A = (\mathbf{n}_A, \mathbf{AO})$ est identique sur une couronne circulaire centrée sur C et représentée en bleu.

situé en O . L'énergie reçue dE_0 par un élément de surface dS_O au niveau de l'observateur dépend de l'angle $\alpha_A = (\mathbf{n}_A, \mathbf{AO})$ (identique sur une couronne circulaire centrée sur C représentée en bleu sur la Fig. 5.8) et de l'angle solide Ω_{OA} sous lequel dS_A est vue depuis l'observateur. Ainsi, pour des éléments de surface aussi petits que l'on souhaite, $dE_0 = I_c dS_A \cos \alpha_A d\Omega_{OA} dt$. Cette expression sert de définition à l'intensité I_c au centre de l'étoile, vue depuis O . Le flux d'énergie reçu par l'observateur est $d\Phi_O = dE_0/(dS_A dt) = I_c \cos \alpha_A d\Omega_{OA}$. Une conséquence importante de l'équation du transfert radiatif est la conservation de l'intensité dans le vide¹, c'est-à-dire que $I_A = I_c$. En remarquant que $2\pi D^2 \sin \theta d\theta \approx 2\pi R_*^2 \sin \alpha_A d\alpha_A$ où $\theta = (\mathbf{OA}, \mathbf{OC})$, le flux reçu en O s'écrit $d\Phi_O = 2\pi I_A (R_*/D)^2 \cos \alpha_A \sin \alpha_A d\alpha_A$, après intégration autour de la ligne de visée (OC). Le cosinus de l'angle émergent à la surface de l'étoile en A est souvent noté $\mu = \cos \alpha_A$. Alors, le flux reçu en O par l'observateur s'écrit finalement

$$d\Phi_O = -2\pi I_A(\mu) \theta_s^2 \mu d\mu, \quad (5.27)$$

avec θ_s le rayon angulaire de la source. Le flux total reçu par l'observateur est

$$\Phi_O = 2\pi \theta_s^2 \int_0^1 I_A(\mu) \mu d\mu. \quad (5.28)$$

À ce stade, il faut faire une hypothèse sur le profil d'intensité de la source pour introduire des paramètres qui pourront être ajustés aux données. De nombreux profils d'intensité sont couramment utilisés. Dans le cas d'un profil linéaire, $I_A(\mu) = I_A(1) [1 - u(1 - \mu)]$. Dans ce cas, l'intégrale donne $\Phi_O = \pi \theta_s^2 I(1)(1 - u/3)$. Cette expression est utilisable si l'intensité au centre de l'étoile est connue ou mesurée. Pour une source dans le bulbe, il est bien plus pratique de travailler à flux constant plutôt que d'ajuster le profil à l'intensité au centre de l'étoile. Pour cela, en écrivant $I(1)$ en fonction de Φ_O , et en l'introduisant dans le profil d'intensité, on trouve

$$I(\mu) = \frac{\Phi_O}{\pi \theta_s^2} \left[1 - \Gamma \left(1 - \frac{3}{2} \mu \right) \right], \quad (5.29)$$

où Φ_O est le flux *total* reçu de la source qui est amplifié au cours de l'événement de microlentille et Γ est le coefficient d'absorption centre-bord. Signalons dès à présent que le profil d'intensité dépend généralement de la longueur d'onde λ (et de l'étoile) et qu'en conséquence les coefficients u et Γ en dépendent aussi. Nous les noterons donc u_λ et Γ_λ . Les relations permettant de jongler entre Γ_λ et u_λ sont

$$\Gamma_\lambda = \frac{2u_\lambda}{3 - u_\lambda} \quad \text{et} \quad u_\lambda = \frac{2\Gamma_\lambda}{2 + \Gamma_\lambda}. \quad (5.30)$$

1. Ceci est vrai en l'absence d'absorption et de diffraction.

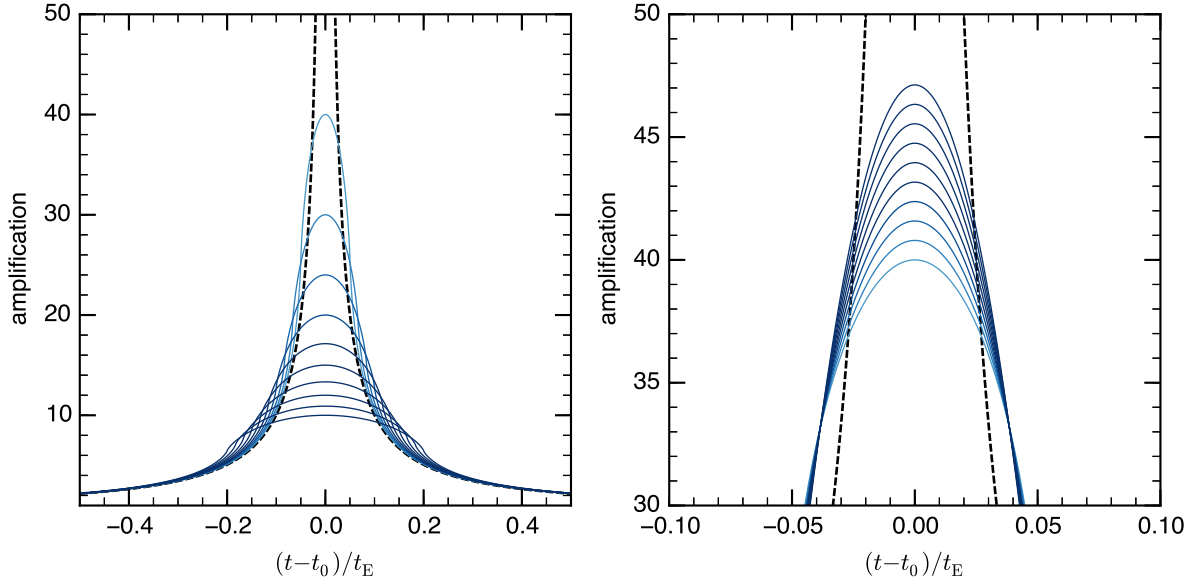


Fig. 5.9 – La figure de gauche illustre l’effet d’une source étendue. La prédiction du modèle point source figure en pointillés noirs. Tous paramètres étant égaux par ailleurs, les courbes bleues correspondent à l’amplification d’une source dont le rayon (en unité du rayon d’Einstein) ρ varie de 0,05 à 0,2 par pas de 0,017 (du bleu clair vers le bleu foncé). La figure de droite illustre l’effet de l’assombrissement centre-bord pour une source de rayon $\rho = 0,05$: Γ_λ varie de 0 à 1 par pas de 0,11 (du bleu clair vers le bleu foncé). Ces figures ont été calculées avec $u_0 = 0,0001$.

Enfin le terme $\Phi_O/\pi\theta_s^2$ est homogène à une intensité, il s’agit plus précisément de l’intensité moyenne à la surface de la source. Nous noterons dans la suite $\bar{I} = \Phi_O/\pi\theta_s^2$. Le calcul exact de l’amplification est

$$\mu_{\text{ESPL}}(u|\rho) = \frac{1}{\pi\rho^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\rho I\left(1 - \frac{r}{\rho}\right) \mu_{\text{PSPL}}(w(r, \theta)) r dr d\theta. \quad (5.31)$$

L’amplification d’une source étendue dont le profil d’intensité est linéaire peut alors s’écrire (Yoo et coll., 2004),

$$\mu_{\text{ESPL}} = \mu_{\text{PSPL}} [B_0(x) - \Gamma_\lambda B_1(x)] \quad (5.32)$$

avec

$$B_1(x) = \frac{x}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{t\sqrt{1-t^2}}{\sqrt{x^2+t^2+2xt\cos\theta}} d\theta dt. \quad (5.33)$$

L’allure du facteur B_1 est représentée sur la Fig. 5.6. Le calcul de l’amplification d’une source étendue par cette méthode présente un intérêt majeur : les facteurs B_0 et B_1 peuvent être calculés numériquement une fois pour toutes. Ensuite, une simple interpolation suffit pour déterminer la valeur voulue en fonction de la valeur des paramètres testés lors de la modélisation d’une courbe de lumière.

Discussion sur l’effet de source étendue

La Fig. 5.9 illustre l’effet d’une source étendue sur l’amplification. La Fig. 5.9 de gauche montre qu’une source uniforme supprime la divergence de l’amplification. Plus la taille de la source est importante, moins l’amplification maximale est grande. L’amplification maximale qui est

susceptible d'être atteinte est (Witt & Mao, 1994)

$$\mu_{\text{ESPL,max}} = \mu_{\text{ESPL}}(0) = \sqrt{\frac{4 + \rho^2}{\rho}}. \quad (5.34)$$

D'autre part, pour une source donnée présentant un profil d'intensité, plus le gradient d'intensité sur la surface est fort, plus l'amplification est importante.

Dans la suite, nous reviendrons sur la manière dont la taille de l'étoile source est prise en compte dans le processus d'analyse des données. Si le calcul de ces effets dans le cas d'une lentille simple n'est pas très exigeant en terme de ressources numériques, il devient très fastidieux dans le cas des lentilles binaires.

5.5.4 Propriétés de la lentille

Comment déterminer les propriétés de la lentille à partir de l'évaluation des paramètres par la modélisation d'une courbe de lumière? Cette question résume en réalité l'objectif que l'on se fixe lorsqu'on se lance dans la modélisation d'un événement.

Si les effets sur la courbe de lumière d'un événement simple de la taille de la source ρ est rarement mis en évidence, il est en revanche généralement possible de déterminer le rayon physique réel de la source θ_s grâce à la construction d'un diagramme magnitude-couleur $(I, V - I)$. Cette démarche est expliquée et illustrée au § 7.7 lors de l'étude de l'événement MOA-2007-BLG-197. Dans le cas exceptionnel où ρ est en plus mesuré, le rayon angulaire d'Einstein $\theta_E = \theta_s/\rho$ et le mouvement propre lentille-source $v_\perp = \theta_E/t_E$ sont alors contraints par les mesures. Ceci est également vrai lors de la modélisation d'une lentille binaire. Le raisonnement est exactement le même. Si d'autre part la parallaxe est également détectée et contrainte par la courbe de lumière, alors la masse de la lentille et la parallaxe relative entre la lentille et la source sont données par $M = \theta_E/(\kappa\pi_E)$ et $\pi_{\text{rel}} = \theta_E\pi_E$. Le mouvement propre ainsi déterminé est exprimé dans un repère géocentrique défini à $t_{0,\text{par}}$. La relation qui existe entre mouvement propre exprimé dans le repère géocentrique $v_{\perp,\text{geo}} = v_\perp \pi_E/\pi_E$ et héliocentrique $v_{\perp,\text{helio}}$ est (Janczak et coll., 2010)

$$v_{\perp,\text{helio}} - v_{\perp,\text{geo}} = \frac{v_{\perp,\text{E}}}{\text{UA}} \pi_{\text{rel}} = \frac{v_{\perp,\text{E}}}{\text{UA}} \frac{\theta_E^2}{\kappa M}, \quad (5.35)$$

avec $v_{\perp,\text{E}}$ la vitesse de la Terre à l'instant $t_{0,\text{par}}$ projetée dans le plan du ciel qu'il est possible de calculer à partir d'éphémérides.

5.5.5 Dégénérescences

La symétrie sphérique d'une lentille simple implique des symétries ou dégénérescences dans l'exploration de l'espace des paramètres. La première dégénérescence évidente que nous avons déjà signalée dans la partie de modélisation physique des microlentilles simples est l'invariance de l'amplification par la transformation $u_0 \mapsto -u_0$. En présence d'effet de parallaxe, les symétries deviennent beaucoup moins intuitives et certaines ont finalement été découvertes et comprises très récemment. Nous tentons ici de faire la synthèse des dégénérescences connues à ce jour.

- Dégénérescence $\pi_{E,\perp}$. Dans le cas où l'accélération apparente du Soleil projetée dans le plan du ciel \mathcal{A} est constante, il existe nécessairement, à u_0 constant, deux couples (t_E, \mathcal{A}) donnant la même courbe de lumière que celle obtenue avec un léger effet de parallaxe (Smith et coll., 2003). Cette dégénérescence n'est susceptible d'apparaître que dans des événements suffisamment courts pour que l'hypothèse d'une accélération constante reste valide et s'explique par le fait que la composante $\pi_{E,\perp}$ est d'autant plus mal contrainte

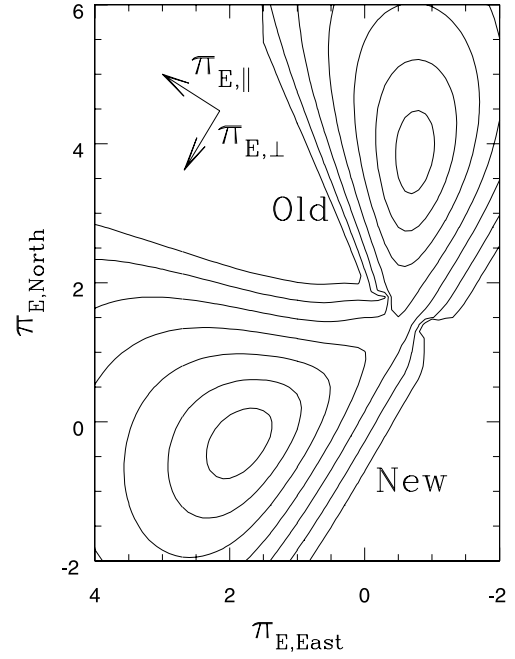


Fig. 5.10 – Iso-contours de la vraisemblance marginale dans le plan des deux composantes de la parallaxe π_E . Seuls deux des quatre minima locaux (dégénérescence *jerk*) sont représentés sur cette figure à la suite de l’analyse de l’événement MACHO-LMC-5. *Figure extraite de Gould (2004).*

que l’événement est court (en effet, plus l’événement est court et moins l’effet de parallaxe apparaît). Cette dégénérescence disparaît lorsque le signal de parallaxe est très important ou bien si l’événement dure plusieurs mois.

- **Dégénérescence $\pm u_0$.** Dans le cas où l’accélération apparente du Soleil projetée dans le plan du ciel est constante, Smith et coll. (2003) ont montré que la courbe de lumière était invariante par la transformation $u_0 \mapsto -u_0$.
- **Dégénérescence éclipse.** Si la direction de l’accélération apparente du Soleil projetée dans le plan du ciel est de direction constante (c’est-à-dire si la source se déplace le long de l’écliptique), la transformation $(u_0, \pi_{E,\perp}) \mapsto -(u_0, \pi_{E,\perp})$ produit exactement la même courbe de lumière (Jiang et coll., 2004 ; Poindexter et coll., 2005). Dans la pratique, cette dégénérescence est souvent observée de manière approchée et elle s’aggrave lorsque la Terre se dirige en direction du bulbe galactique (dans un sens ou dans l’autre), ce qui arrive proche des équinoxes, au moment où l’accélération apparente du Soleil varie le plus lentement (Skowron et coll., 2011).
- **Dégénérescence *jerk*.** Cette dégénérescence quadruple existe dans le cas d’événements de lentilles simples présentant, là encore des effets de parallaxe (voir Fig. 5.10). Elle se manifeste ou pas en fonction de l’événement. La description précise des quatre solutions dégénérées est technique et détaillée de manière éclairante par Gould (2004). Mentionnons simplement que deux des quatre solutions sont confondues avec les deux solutions apportées par la dégénérescence éclipse dans le cas où la source se déplace dans le plan de l’écliptique.

Ces symétries sont importantes à connaître pour bien interpréter les minima globaux ou locaux observés lors de l’exploration de l’espace des paramètres. Une analyse fine des dégénérescences approchées permet parfois de conclure. L’existence de nombreuses dégénérescences en microlentille est une des raisons de la difficulté associée à l’analyse des courbes de lumière.

5.6 Modélisation des lentilles binaires

La courbe de lumière d'une lentille binaire présente souvent une forte asymétrie qui oriente immédiatement le choix du premier modèle que nous essayons d'ajuster aux données. Toutefois, une courbe de lumière symétrique peut aussi être produite par des lentilles binaires que seul le processus de modélisation permet d'identifier. C'est la raison pour laquelle tous les événements de lentille simple sont modélisés de manière systématique. Le principe général de la modélisation des lentilles binaires est très semblable à celui des lentilles simples, mais le nombre de paramètres à considérer a augmenté.

5.6.1 Modèle statique fondamental

Une lentille binaire statique est caractérisée par trois paramètres additionnels à considérer en plus des paramètres introduits pour décrire les lentilles simples (voir § 4.2) :

- le rapport de masse $q = M_2/M_1$ de la lentille (M_1 étant la masse de la lentille primaire, M_2 celle de la lentille secondaire ;
- la séparation projetée s en unité du rayon d'Einstein ;
- la direction du mouvement relatif de la source par rapport à la lentille repérée par l'angle α entre l'axe de symétrie de la lentille et le mouvement apparent de la source.

5.6.2 Modèle raffiné

De même que pour les lentilles simples, les événements binaires qui durent plusieurs semaines sont susceptibles de présenter des déviations propres à l'effet de parallaxe. Les paramètres qu'il faut introduire sont les mêmes que ceux décrits dans la partie § 5.5.2 puisqu'ils ne concernent pas la lentille à proprement parler, mais simplement la description du mouvement apparent de la source. Une remarque néanmoins s'impose sur le libre choix de $t_{0,\text{par}}$. Ce dernier peut tout aussi bien être choisi proche du moment de plus grande approche entre la source et la lentille qu'au moment de la traversée d'une caustique. Ce choix qui semble anodin est en réalité important, car les valeurs des paramètres peuvent en être affectées, certes faiblement. La comparaison du résultat de deux modèles ne peut donc se faire rigoureusement que si la valeur du paramètre $t_{0,\text{par}}$ choisie² est la même.

En plus de la prise en compte d'effets de parallaxe, le mouvement orbital de la lentille est pris en compte en ajoutant deux paramètres supplémentaires :

- la dérivée temporelle de la séparation projetée \dot{s} à un instant particulier $t_{0,r}$;
- la dérivée temporelle de l'orientation de l'axe de symétrie de la lentille $\dot{\alpha}$ à l'instant $t_{0,r}$.

Le choix de $t_{0,r}$ est libre, comme $t_{0,\text{par}}$ et dans la pratique il est souvent pris égal à $t_{0,\text{par}}$. L'introduction de ces deux nouveaux paramètres induit un changement de la forme et de l'orientation de la caustique au cours du temps. La vitesse du mouvement orbital de la lentille s'écrit alors

$$\mathbf{v}_{\perp,1} = s \theta_E D_1 \boldsymbol{\gamma}, \quad (5.36)$$

avec le vecteur $\boldsymbol{\gamma} = {}^t[\dot{s}/s, \dot{\alpha}]$ dont les composantes sont souvent notées $(\gamma_{\parallel}, \gamma_{\perp})$. mots en compte du mouvement orbital est illustré par la Fig. 5.11 réalisée avec un temps d'Einstein très long et peu réaliste. Dans la pratique, l'effet reste subtil sur une échelle de temps d'un mois. D'autre part,

2. Nous insistons sur le fait que t_E dépend du choix de $t_{0,\text{par}}$ mais la norme du vecteur parallaxe et donc la masse de la lentille n'en dépend pas.

la Fig. 5.12 combine rotation de la lentille et effets de parallaxe dans une situation volontairement exagérée. Une situation réelle est représentée par la Fig. 5.14 et au § 7.7.

Du fait de leur grande extension spatiale, les caustiques se trouvent souvent proches ou sur la trajectoire de la source, créant de grandes variations d'amplification au cours desquelles la source est résolue. Ainsi, les événements intéressants font presque toujours intervenir des effets de source étendue dans certaines régions de la courbe de lumière. L'effet de source étendue sur une courbe d'amplification dans le cas d'une lentille binaire est illustrée par la Fig. 5.13. Comme dans le cas d'une lentille simple, l'amplification est en quelque sorte diluée. Le calcul de l'amplification exacte d'une source étendue consiste à intégrer l'amplification d'une source ponctuelle sur la surface de la source en appliquant la formule Éq. (5.31). Dans la pratique cette intégration requiert une décomposition de la source en un très fin maillage, en particulier dans les zones proches des caustiques. Le temps de calcul devient très long et l'erreur commise est mal maîtrisée lorsque le gradient de l'amplification sur la surface de la source est important.

5.6.3 Méthode du tir inverse de rayons

Dans la pratique, deux méthodes sont utilisées pour calculer le flux d'une étoile subissant un effet de microlentille. Nous les détaillons dans ce paragraphe et le suivant. La première est basée sur la construction de cartes d'amplification (Kayser et coll., 1986). Le principe de cette méthode est de lancer un grand nombre de rayons lumineux depuis l'observateur vers la lentille de manière isotrope. Ces rayons sont défléchis au niveau de la lentille puis rabattus vers le plan source. Au niveau du plan source, les rayons qui tombent sur la source sont considérés comme des rayons contribuant à l'amplification de son flux. Cette méthode est conceptuellement simple, elle permet de prendre en compte un assombrissement centre-bord de la source quelconque, les cartes d'amplification calculées peuvent être réutilisées pour calculer l'amplification d'une source le long de n'importe quelle trajectoire sans calcul coûteux additionnel et enfin elle permet sans difficulté supplémentaire de calculer les courbes de lumière dues à des systèmes multiples compliqués. C'est d'ailleurs dans ce dernier contexte que la technique a été développée pour l'analyse d'effets de lentille gravitationnelle créés par des galaxies (donc une lentille constituée de nombreuses étoiles, Schneider & Weiss, 1988). C'est aussi cette méthode qui est utilisée pour calculer les images produites par un trou noir en rotation (métrique de Kerr). Le problème majeur de cette méthode est le temps de calcul démesuré nécessaire pour créer une carte d'amplification. De nombreuses initiatives visant à l'optimiser ont été développées, en particulier dans le but de réutiliser des cartes précalculées (Wambsganss et coll., 1992 ; Wambsganss, 1997 ; Dong et coll., 2006).

Cette méthode repose sur la grande simplicité de l'équation des lentilles Éq. (4.38)

$$\zeta = z - \frac{1}{1+q} \left(\frac{1}{\bar{z}} + \frac{q}{\bar{z} + d} \right), \quad (5.37)$$

lorsque la position des images z est connue. En effet, à une affixe z correspond une unique affixe ζ . Le principe de la méthode du tir inverse de rayons est d'exploiter le principe du retour inverse de la lumière. Le point clé de cette méthode est de partir d'une densité homogène de rayons dans le plan lentille. En vertu de l'équation des lentilles, la densité de rayons obtenue au niveau du plan source est hétérogène, les zones de densité maximales décrivant les caustiques (voir par exemple la Fig. 5.14). Si la densité de rayons dans le plan lentille est $\rho_X(z)$ alors la densité de rayons obtenue dans le plan source se déduit de la transformation d'un élément de surface du plan lentille dans le plan source en respectant l'équation des lentilles : $\rho_Y(\zeta) = \sum_{\text{images}} |\text{Det } J| \rho_X(z)$ avec J_k la matrice jacobienne associée à la transformation $z(x, y) \mapsto \zeta(\xi, \eta)$ (Cassan, 2005). Par

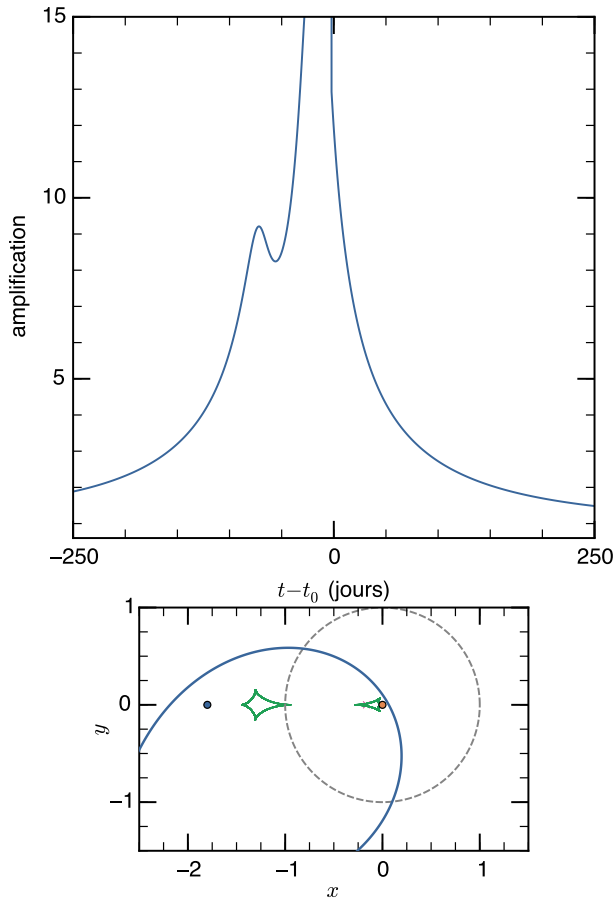


Fig. 5.11 – Courbe de lumière (figure du haut) d’une microlentille binaire dont les paramètres sont identiques avec la Fig. 4.22 à l’exception de $t_E = 400$ jours. Cette figure illustre l’effet de la rotation d’une lentille binaire. La courbe bleue du panneau du bas représente la trajectoire apparente de la source (elle entre par la gauche et sort par le bas) dans un repère où la direction étoile planète est fixe. Nous n’avons représenté la forme de la caustique qu’à l’instant t_0 . Dans cette simulation, $\dot{s} = 1,0 \text{ an}^{-1}$ et $\dot{\alpha} = 0,5 \text{ rad/an}$. Le t_E est ici volontairement long et irréaliste pour illustrer le phénomène. La source est ponctuelle.

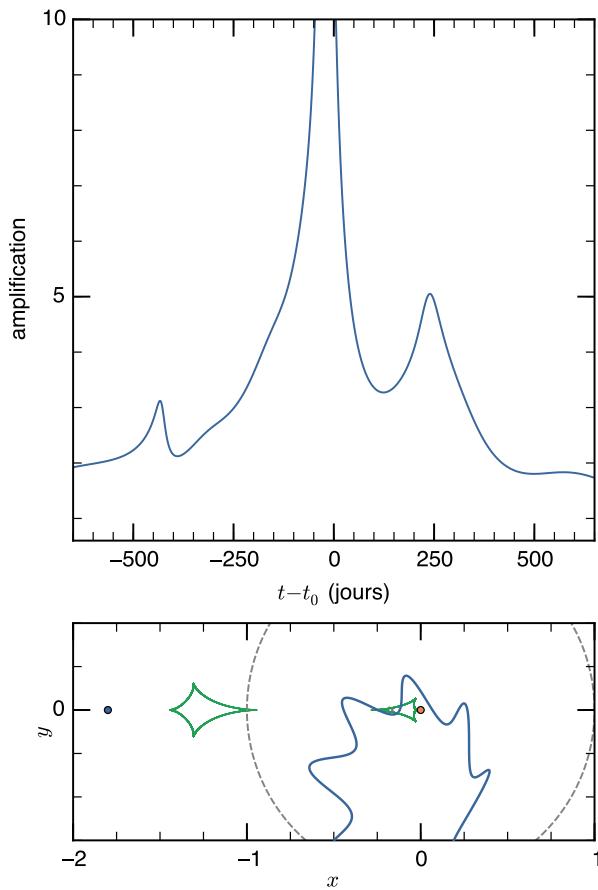
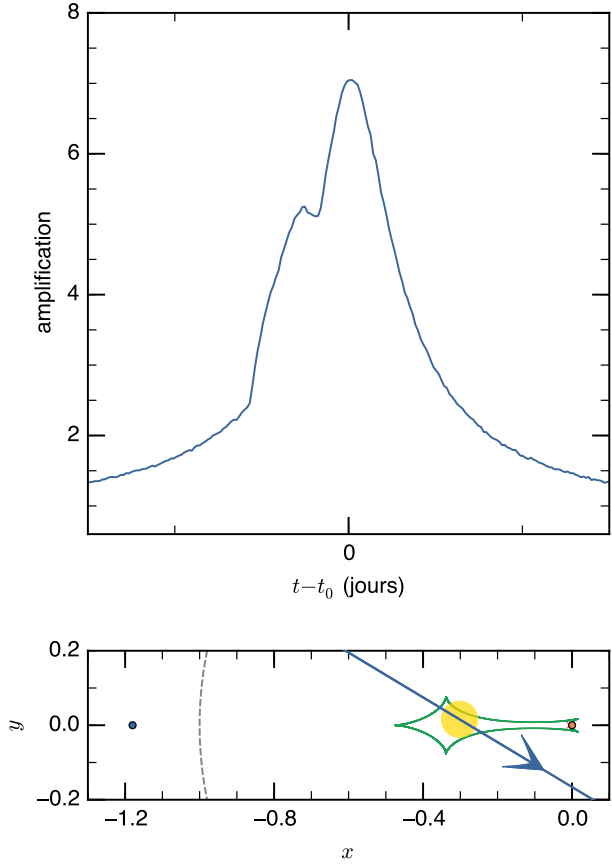


Fig. 5.12 – La situation est la même que celles décrites dans les Fig. 4.26 et Fig. 5.11 mais cette fois-ci la parallaxe est combinée avec la rotation de la lentille.

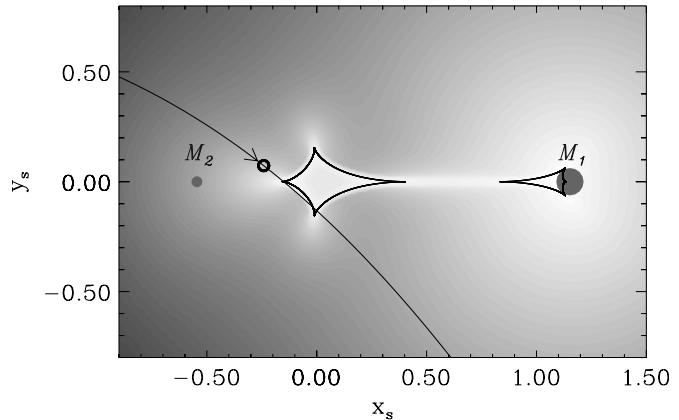
Fig. 5.13 – Courbe de lumière (figure du haut) d’une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,18$, $q = 0,0049$, $u_0 = -0,14$ et $\alpha = -0,54$ rad. La caustique résonante est en vert (figure du bas). Sur la figure du bas, la lentille primaire est indiquée en orange, la lentille secondaire en bleu, la trajectoire de la source est la courbe bleue et le rayon d’Einstein est en gris (pour référence). La configuration est identique à la figure Fig. 4.19 mais cette fois-ci la source est représentée en jaune et possède un rayon $\rho = 0,05$ en unité du rayon d’Einstein, qui a tendance à diluer l’effet de la caustique en diminuant de manière importante l’amplification par rapport au cas d’une source ponctuelle.



conséquent l’amplification (inverse du jacobien) est directement donnée par le rapport entre la densité de rayons dans le plan source et la densité de rayons dans le plan lentille.

Dans la pratique, une carte d’amplification est construite de manière à ce que la taille du pixel dans le plan source corresponde à la taille minimale de la source explorée dans le processus de minimisation. L’incertitude relative obtenue sur l’amplification varie typiquement en $\rho_X^{-1/4}$ (Kayser et coll., 1986 ; Cassan, 2005). Une densité typique $\rho_X > 10^4$ donne donc une incertitude raisonnable sur l’amplification. Une fois la carte d’amplification construite, il suffit d’additionner l’amplification associée à chaque pixel contenu à l’intérieur de la source à chaque pas de temps pour en déduire la courbe d’amplification. Si la source a un profil d’intensité non uniforme, alors l’amplification est pondérée par le profil choisi en fonction de la distance du pixel au centre de la

Fig. 5.14 – Carte d’amplification (fond), caustique (courbes noires), trajectoire de la source (courbe fléchée) obtenue pour le meilleur modèle de l’événement OGLE-2012-BLG-0358. Les zones claires correspondent à une amplification plus forte. L’amplification la plus forte est observée au niveau des caustiques. M_1 et M_2 indiquent la position de la lentille primaire et secondaire. *Figure extraite de Han et coll. (2013).*



source. Le tir de rayons est la méthode la plus précise et la plus simple pour décrire les effets de taille finie de la source. Cependant, le calcul d'une carte d'amplification prend un temps de calcul de l'ordre de grandeur de l'heure, ce qui est considérable au regard de l'espace des paramètres à explorer. De plus, la prise en compte de la rotation orbitale de la lentille est très fastidieuse, car elle exige le calcul de plusieurs cartes successives à mesure que la séparation projetée change au cours du temps. Il est donc crucial d'identifier précisément les zones de la courbe de lumière dans lesquelles les effets de taille finie doivent être calculés par cette méthode pour restreindre, autant que possible, les zones où sont lancés les rayons (Bennett & Rhie, 1996). En dehors de ces zones où la taille de la source domine, des approximations de l'amplification peuvent être utilisées.

5.6.4 Intégration sur le contour des images

Pour éviter d'avoir recours à une grande densité surfacique de points sur la source pour calculer l'intégrale Éq. (5.31), l'idée développée par Gould & Gaucherel (1997) et Dominik (1998) est de calculer l'amplification du flux de la source en évaluant directement l'aire des images qui, divisée par l'aire de la source, donne l'amplification. L'idée est ingénieuse car il suffit d'échantillonner le contour de la source pour déterminer la position des images correspondantes dans le plan lentille. Ensuite, le théorème de Green-Riemann permet d'évaluer l'aire des images en intégrant sur leur contour selon l'Éq. (4.21). Cette méthode est très efficace et précise si le contour de la source est convenablement échantillonné. En pratique, elle est souvent utilisée même s'il existe de réelles difficultés numériques dans sa mise en œuvre : d'abord, cette méthode exige d'identifier à quelle image appartiennent les solutions de l'équation des lentilles double résolue numériquement ; ensuite, elle exige un traitement particulier lorsque la source se trouve à la frontière d'une caustique puisque certains points de la source possèdent dans cette situation trois images, d'autres en ont cinq, la situation la plus complexe à gérer étant lorsque le contour de la source traverse plusieurs caustiques pour une position unique de la source ; enfin, la modélisation d'une source non uniforme exige de réaliser différentes coupes circulaires de la source pour pondérer les surfaces obtenues par le profil d'intensité (Bozza, 2010). J' ai utilisé cette méthode dans les simulations traitant d'observations par interférométrie (voir dernier chapitre).

Quelle que soit la méthode adoptée pour le calcul de l'amplification d'une source étendue, il est important de délimiter les intervalles temporels à l'intérieur desquels l'approximation d'une source ponctuelle n'est plus valable. La suite de ce chapitre décrit les méthodes les plus couramment utilisées pour le calcul de l'intégrale Éq. (5.31).

5.6.5 Développement en série de Taylor

Un régime intermédiaire particulier a été identifié par Gould (2008) et Pejcha & Heyrovsky (2007) entre un domaine complètement dominé par les effets de taille finie de la source et le domaine où ces effets deviennent négligeables. Dans ce régime intermédiaire, l'amplification peut être calculée de manière très précise en développant son expression en puissances successives de ρ . Cette méthode est de plusieurs ordres de grandeur plus rapide qu'un calcul faisant intervenir une carte d'amplification, mais environ dix fois plus lent à calculer que l'amplification d'une source ponctuelle. Nous en proposons ici une démonstration légèrement différente de celle présentée par Gould (2008) et Pejcha & Heyrovsky (2007). Commençons par remarquer que l'Éq. (5.31) exacte qui permet de calculer l'amplification du flux d'une source étendue peut s'écrire

$$\mu_{\text{ESPL}}(u|\rho) = \frac{1}{\pi\rho^2} \int_0^\rho r \int_0^{2\pi} f(r, \theta|\rho) d\theta dr, \quad (5.38)$$

avec

$$f(r, \theta | \rho) = \mu_{\text{PSPL}}(w(r, \theta)) \quad (5.39)$$

si le profil d'intensité est considéré comme uniforme. La fonction f se développe en série de Taylor autour du point (x_0, y_0) , centre de la source dans le plan du ciel en écrivant

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} c_{ij} (x - x_0)^i (y - y_0)^j \quad \text{avec} \quad c_{ij} = \frac{1}{i! j!} \frac{\partial^{i+j} f}{\partial^i x \partial^j y}(x_0, y_0). \quad (5.40)$$

Si nous supposons la source à symétrie sphérique, les coordonnées cylindriques (r, θ) sont mieux adaptées au problème : $x - x_0 = r \cos \theta$ et $y - y_0 = r \sin \theta$. À présent, intégrons d'abord f sur la variable θ :

$$\int_0^{2\pi} f(r, \theta | \rho) d\theta = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} c_{ij} r^{i+j} \int_0^{2\pi} (\cos \theta)^i (\sin \theta)^j d\theta \stackrel{\text{déf.}}{=} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} c_{ij} r^{i+j} \mathcal{I}_{ij}. \quad (5.41)$$

Évaluons l'intégrale \mathcal{I}_{ij} . Le cosinus est une fonction paire, le sinus une fonction impaire et toutes deux sont des fonctions 2π -périodiques, donc \mathcal{I}_{ij} s'annule pour toute valeur de j impair. Ensuite, en utilisant l'Éq. (E.5) de l'annexe § E.3.3 avec $p = 2$ et $q = 3$ il vient par un raisonnement par récurrence que l'intégrale \mathcal{I}_{ij} s'annule pour les combinaisons i impaire et j paire. Par conséquent,

$$\int_0^{2\pi} f(r, \theta | \rho) d\theta = \sum_{i=0}^{\infty} A_{2i} r^{2i}. \quad (5.42)$$

En présence d'assombrissement centre-bord,

$$f(r, \theta | \rho) = I(\mu) \mu_{\text{PSPL}}(w(r, \theta)), \quad (5.43)$$

avec $\mu = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2}$ indépendant de la variable θ . Ainsi,

$$\int_0^{2\pi} f(r, \theta | \rho) d\theta = I\left(\sqrt{1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2}\right) \sum_{i=0}^{\infty} A_{2i} r^{2i}. \quad (5.44)$$

Enfin, l'amplification est finalement donnée par

$$\mu_{\text{ESPL}}(u | \rho) = \frac{1}{\pi \rho^2} \int_0^{\rho} I\left(\sqrt{1 - \left(\frac{r}{\rho}\right)^2}\right) \sum_{i=0}^{\infty} A_{2i} r^{2i+1} dr. \quad (5.45)$$

Si un profil d'intensité linéaire donné par l'Éq. (5.29) est choisi en première approximation, les premiers termes de l'intégrale précédente sont exactement ceux trouvés par Gould (2008)

$$\mu_{\text{ESPL}}(u | \rho) = A_0 + \frac{A_2 \rho^2}{2} \left(1 - \frac{1}{5} \Gamma\right) + \frac{A_4 \rho^4}{3} \left(1 - \frac{11}{35} \Gamma\right) + \dots \quad (5.46)$$

où les coefficients A_0 , A_2 et A_4 s'expriment en fonction des c_{ij} . Toutefois, une méthode astucieuse pour éviter le calcul explicite des différents coefficients est proposée par Gould (2008) et repose sur le fait que les coefficients $A_2 \rho^2$ et $A_4 \rho^4$ s'expriment très simplement en fonction de la moyenne de l'amplification μ_{PSPL} prédite par un modèle de source ponctuelle en douze points particuliers de la surface de la source : c'est l'approximation hexadécapolaire. Après quelques calculs, on trouve

$$A_2 \rho^2 = \frac{16A_{\rho/2,+} - A_{\rho,+}}{3} \quad \text{et} \quad A_4 \rho^4 = \frac{A_{\rho,+} + A_{\rho,\times}}{2} - A_2 \rho^2. \quad (5.47)$$

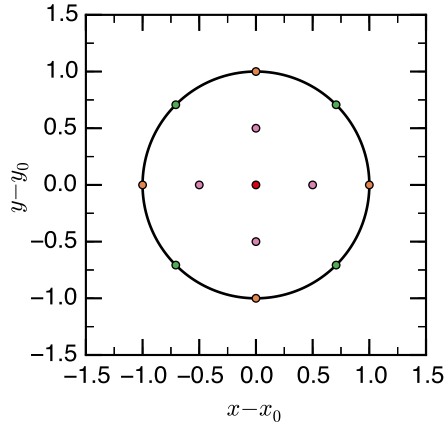


Fig. 5.15 – Le contour d’une source dont le centre est en (x_0, y_0) est représenté en noir. L’approximation de l’hexadécapole consiste à évaluer l’amplification d’une source étendue à partir de l’amplification d’une source ponctuelle évaluée en treize points. L’amplification au centre est notée A_0 , la moyenne de l’amplification des points violets est notée $A_0 + A_{\rho/2,+}$, celle des points oranges $A_0 + A_{\rho,+}$ et celle des points verts $A_0 + A_{\rho,\times}$ de sorte que les quantités $A_{\rho/2,+}$, $A_{\rho,+}$ et $A_{\rho/2,\times}$ représentent un excès (ou un défaut) moyen d’amplification par rapport au centre de la source.

Les notations sont explicitées sur la Fig. 5.15.

L’erreur relative commise en utilisant cette méthode est inférieure à 0,1% si le centre de la source se trouve à une distance typique de quelques rayons ρ d’une caustique ou d’un point de rebroussement (Gould, 2008). Sur la totalité d’une courbe de lumière, habituellement une bonne moitié des points pour lesquels l’hypothèse d’une source ponctuelle n’est pas valable tombent tout à fait dans un domaine de validité de l’approximation hexadécapolaire. C’est ce qui explique la grande popularité de cette méthode.

5.6.6 Exploration des dégénérescences

Une microlentille binaire possède un degré de symétrie en moins qu’une lentille simple, ce qui a tendance à briser certaines dégénérescences. En revanche, la prise en compte d’effets particuliers comme le mouvement orbital de la lentille, eux en rajoutent. Comme dans le cas des lentilles simples, nous listons ci-dessous les dégénérescences bien connues qu’il faut explorer durant le processus de modélisation.

Lentilles binaires statiques

- Pour les microlentilles binaires de très faible rapport de masse q , il existe une dégénérescence entre une solution à grande séparation, et une solution à petite séparation. Cette situation est illustrée par la Fig. 5.16.
- En l’absence de parallaxe, la transformation $(u_0, \alpha) \mapsto -(u_0, \alpha)$ laisse inchangée la courbe de lumière. Il s’agit d’une dégénérescence exacte.

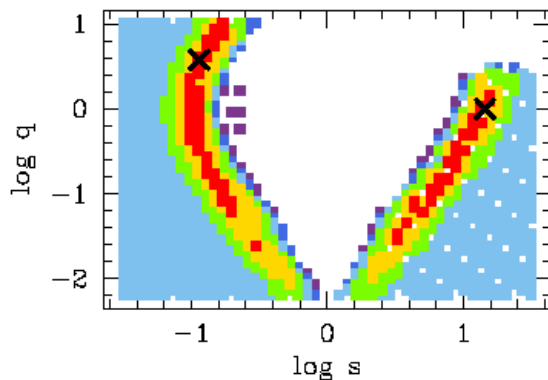
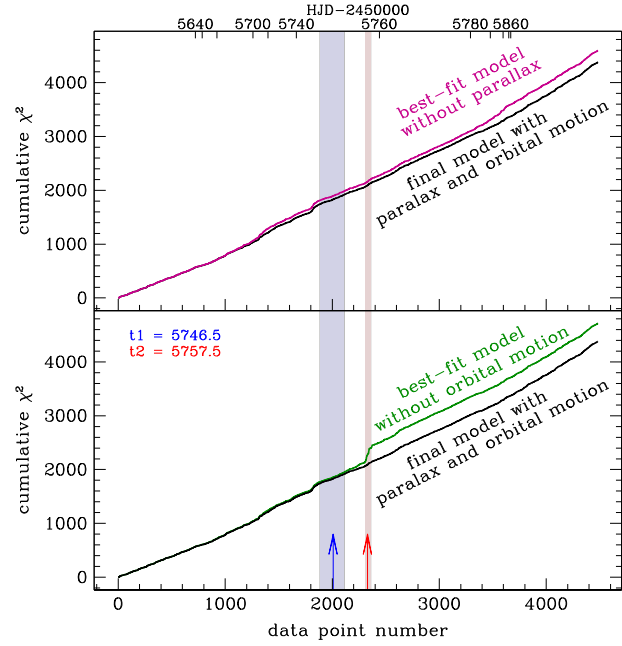


Fig. 5.16 – Domaines 1-6 σ (du rouge au violet) autour des deux meilleurs modèles (croix noire). Il existe deux solutions dégénérées. Cette figure illustre la dégénérescence $s \leftrightarrow 1/s$. *Figure extraite de Bachelet et coll. (2012).*

Fig. 5.17 – Le χ^2 cumulé est représenté en fonction du point de mesure, après renormalisation des barres d'erreur. Il apparaît que chaque point du modèle final contribue de manière équivalente au χ^2 . Les deux flèches correspondent à l'approche d'un point de rebroussement. Sans le mouvement orbital de la lentille, il est impossible de modéliser l'approche du second point de rebroussement. *Figure extraite de l'article Skowron et coll. (2015) présenté § 5.9.2.*



- **Dégénérescence écliptique.** En présence d'effets de parallaxe, si la direction de l'accélération apparente du Soleil projetée dans le plan du ciel est constante (c'est-à-dire si la source se déplace le long de l'écliptique), la transformation $(u_0, \alpha, \pi_{E,\perp}) \mapsto -(u_0, \alpha, \pi_{E,\perp})$ laisse inchangée la courbe de lumière.

Lentilles binaires avec mouvement orbital

En plus des dégénérescences précédentes, il faut ajouter celles qui sont reportées ci-dessous.

- Une dégénérescence continue entre $\pi_{E,\perp}$ et γ_\perp . Le degré de liberté supplémentaire mime la symétrie sphérique de la lentille simple.
- **Dégénérescence écliptique.** En présence d'effets de parallaxe, si la direction de l'accélération apparente du Soleil projetée dans le plan du ciel est de direction constante (c'est-à-dire si la source se déplace le long de l'écliptique), la transformation $(u_0, \alpha, \pi_{E,\perp}, \gamma_\perp) \mapsto -(u_0, \alpha, \pi_{E,\perp}, \gamma_\perp)$ laisse inchangée la courbe de lumière. Cette dégénérescence est discrète.

5.7 Renormalisation des barres d'erreur

Il est connu depuis longtemps que les incertitudes estimées par le *pipeline* PySIS (et par la plupart des codes de réduction des données) sont souvent légèrement sous-estimées. La raison à cela est que le champ dans lequel toutes les mesures sont faites correspond au bulbe de la Voie lactée. Ces champs sont très encombrés, c'est d'ailleurs pour cela qu'il est possible chaque année d'observer de tels effets en dépit de la très faible probabilité qu'un événement se produise. De plus, lors d'un événement de très forte amplification, le flux peut varier de plus de deux ordres de grandeur. Il est très délicat d'obtenir une évaluation systématique et robuste de l'incertitude sur des mesures de magnitude allant de plus de dix-neuf à moins de onze. Enfin, l'évaluation des barres d'erreur peut changer significativement d'un jeu de données à l'autre, à cause de la spécificité du télescope qui a fait les mesures. Si rien n'est fait pour ajuster les barres d'erreurs, il se pourrait que les données prises par un télescope dominant sur les autres, et biaisent la recherche de modèles. La méthode souvent utilisée pour éviter ces inconvénients est la renormalisation des incertitudes pour chaque jeu de données (un jeu par télescope), en fonction du meilleur modèle trouvé pour décrire les

données. Pour chaque jeu de données, le χ^2 obtenu avec le modèle les décrivant le mieux est ramené au nombre de degrés de liberté en ajustant le facteur f défini par $\sigma'^2 = \sigma_0^2 + f^2 \sigma^2$, avec σ' et σ les incertitudes normalisées et originales sur les mesures de magnitude, et $\sigma_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ mag est une constante. Lorsque l'amplification est grande, la magnitude de l'objet et son incertitude sont plus faibles. Cette constante permet d'éviter de trop sous-estimer l'incertitude associée aux points dont l'amplification est la plus importante. Cette constante ne joue aucun rôle pour les points qui se trouvent dans la ligne de base.

Le processus de renormalisation des incertitudes est itératif et permet de converger vers une solution stable. Un exemple est présenté Fig. 5.17 (Skowron et coll., 2015). Cette manière de modifier les barres d'erreur peut paraître surprenante en première analyse. Néanmoins, sans un travail approfondi sur les barres d'erreurs, il n'est pas possible de détecter les effets les plus fins, comme la parallaxe ou le mouvement orbital. Un critère convainquant est qu'il n'est jamais possible de trouver un bon modèle pour lequel chaque point de mesure contribue de manière équivalente au χ^2 final, et ce quel que soit l'événement. Par ailleurs, il est parfois nécessaire d'enlever des points aberrants causés par des rayons cosmiques.

5.7.1 Discussion sur le processus de modélisation

Nous avons présenté au début de ce chapitre l'ensemble des méthodes utilisées pour explorer l'espace des paramètres. Au cours de cette thèse, l'une ou l'autre de ces méthodes a été utilisée en fonction du besoin. En raison des nombreuses dégénérescences exactes ou approchées, il est toujours plus prudent de réaliser une première large exploration le long d'une grille. Cette méthode est beaucoup plus efficace qu'un MCMC classique pour se faire une première opinion des solutions possibles du problème. Elle consiste à tester des modèles décrits par les trois paramètres principaux (s, q, α) dont les valeurs sont prises aux nœuds d'une grille avec typiquement s dans l'intervalle 0,1-10, q dans l'intervalle 10^{-6} -1 et α dans l'intervalle 0- 2π régulièrement espacés (typiquement trois mille nœuds). À chaque itération, les autres paramètres sont laissés libres d'évoluer selon un algorithme de type MCMC. Ce type d'exploration menée en parallèle sur huit processeurs de l'IAP nécessite plus d'une journée de calculs. Cette étape est répétée aussi longtemps que nécessaire pour localiser les modèles possibles.

Dans une seconde étape, un MCMC partant du voisinage des modèles possibles est lancé de manière à échantillonner la distribution *a posteriori* associée aux paramètres. Il est nécessaire de lancer un grand nombre de MCMC pour explorer toutes les solutions possibles et leur dégénérescence exacte ou approchée éventuelle. Jusqu'ici, seuls les effets dominants sont inclus dans le modèle : la parallaxe, les solutions impliquant des sources binaires et éventuellement le mouvement orbital de la lentille sont laissés de côté (il semble que le mouvement orbital puisse être introduit rapidement, car il est intrinsèque à la lentille et peut être efficacement contraint).

Dans une troisième étape, la plus longue, les effets tels que la rotation de la lentille, la parallaxe, etc. sont introduits les uns après les autres. Il faut alors explorer à nouveau les dégénérescences. C'est dans cette étape qu'il est souvent possible de briser les dégénérescences approchées et de conclure l'analyse d'une courbe de lumière.

Toutes ces étapes requièrent beaucoup de temps de calcul et d'efforts, la troisième étape étant la plus longue. Il faut aussi ajouter le raffinement des barres d'erreurs à traiter dans la troisième étape.

5.8 Sonder les étoiles de la Voie lactée grâce aux microlentilles simples

5.8.1 Présentation

La grande quantité d'événements de microlentille simple détectée chaque année (environ 2000) représente une base de données unique sur les astres qui peuplent notre Voie lactée. Le défi majeur qui se présente est d'arriver, par la modélisation de tels événements, à déterminer la masse et la distance de la lentille.

Il est toujours possible d'obtenir une bonne estimation de t_E et donc une première contrainte des propriétés de la lentille par l'Éq. (4.60). Cependant, l'expression de t_E est une combinaison dégénérée de la distance à la lentille, de sa masse et de la vitesse orthoradiale relative de la lentille par rapport à la source projetée dans le plan lentille. Le temps d'Einstein dépend aussi de la distance à la source, mais cette distance est assez bien connue, car elle se trouve dans le bulbe galactique. De plus, une incertitude de plusieurs kiloparsecs sur la position de la source n'a pas grande d'influence sur la valeur de t_E . La détection d'effets de taille finie de la source reste rare sur des effets de microlentille simple, car elle n'est possible que si le mouvement relatif de la lentille par rapport à la source fait passer cette dernière à une distance de l'ordre de son rayon de la lentille.

L'idée d'utiliser l'effet de parallaxe Terre-Espace sur une échelle typique d'une unité astronomique pour mesurer la masse et la distance d'une lentille a été proposée il y a cinquante ans par Refsdal (1966) comme le meilleur moyen de résoudre les dégénérescences. Dans cet article de Calchi Novati et coll. (2015), la parallaxe Terre-Espace a été mesurée sur vingt et un événements de lentille simple au cours d'un programme pilote du satellite Spitzer dont le but était de démontrer la faisabilité de telles mesures. Les mesures au sol ont été réalisées grâce aux réseaux de télescopes des collaborations OGLE, PLANET, MOA, RoboNet et Mindstep.

J'ai pris part à cette étude en tant qu'observateur-modélisateur pour la collaboration PLANET. L'exploitation de la parallaxe Terre-Espace nécessite une bonne contrainte de la courbe de lumière par la photométrie faite depuis le sol, c'est-à-dire que les événements observés par Spitzer doivent impérativement faire l'objet d'un suivi dense de leur courbe de lumière. En particulier, je me suis chargé de réduire les données prises avec le télescope Elizabeth³ d'un mètre de diamètre à Sutherland en Afrique du Sud (SAAO), à l'aide de `pySIS` (six événements sur les vingt-et-un). J'ai également modélisé ces données conjointement aux données d'OGLE pour vérifier la qualité de la réduction. La réduction et la modélisation ont été utilisées dans l'analyse. Les courbes de lumières, ainsi que les valeurs des paramètres obtenues à l'issue de l'ajustement du modèle aux données sont présentées dans l'annexe A.1. Cette modélisation a été réalisée à l'aide d'un MCMC différentiel.

Cette analyse pionnière a montré qu'il était possible à partir d'arguments simples basés sur l'expérience de donner de bonnes contraintes sur la distance aux lentilles détectées (incertitude faible par rapport au rayon de la Galaxie) en estimant leur masse à l'aide d'un modèle galactique. La force de cette analyse réside dans le caractère systématique de la méthode. En dépit de l'absence de contraintes observationnelles sur le rayon d'Einstein de chaque événement en particulier, la statistique obtenue sur la répartition de ces événements dans la Galaxie est tout à fait fondée. Le détail de l'analyse est présenté dans l'article § 5.8.2. Ce travail s'inscrit dans un contexte foisonnant de découvertes au cours d'une année riche en avancées majeures. Après la toute

3. Nom donné en l'honneur de la reine Elizabeth II, couronnée en 1953, la même année que l'accord de principe pour construire ce télescope.

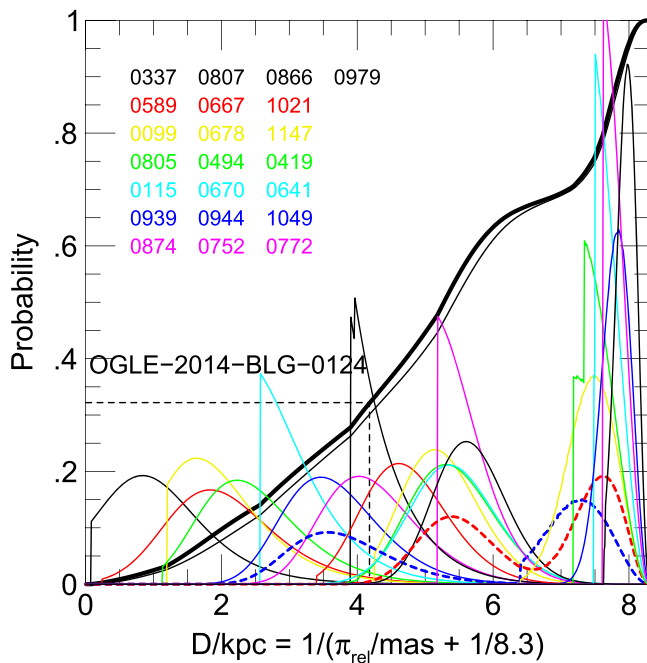


Fig. 5.18 – Estimation de la distance des vingt-et-un événements, ainsi que de OGLE-2014-BLG-0939 (Yee et coll., 2015c). La distribution cumulée est représentée par une courbe noire fine. La seule exoplanète de l'échantillon est en noir (OGLE-2014-BLG-0124, Udalski et coll. (2015c)). *Figure extraite de l'article Calchi Novati et coll. (2015).*

première mesure de parallaxe Terre-Espace sur un événement de microlentille due à une étoile binaire de très grande amplification avec seulement quatre points de mesures par Spitzer (Dong et coll., 2007), de nouvelles mesures sont obtenues en 2014 formant une courbe de lumière presque complète dont l'analyse a permis la détection de la première exoplanète ($0,5 M_J$ en orbite autour d'une étoile de $0,7 M_\odot$) dont la masse est contrainte par une parallaxe Terre-Espace mesurée à deux pour cent près (Udalski et coll., 2015c). D'autre part, la faisabilité de telles mesures sur un événement de lentille simple est démontrée la même année (Yee et coll., 2015c) et laisse présager le potentiel de cette méthode pour construire la distribution des planètes à l'échelle de la Galaxie. Désormais, c'est une chose en cours... la Fig. 5.18 en présente une première version préliminaire.

Le résultat majeur de cette analyse est la construction de la première distribution expérimentale des distances de vingt-et-une microlentilles simples. Lorsque plusieurs planètes auront été observées de cette manière, cette distribution fournira la première distribution de planètes dans la Voie lactée. Comme le choix des cibles à observer avec Spitzer se fait avant la détection d'anomalies (les contraintes propres à la communication avec le satellite exigent un choix de cibles très en avance), la statistique ne risque pas d'être biaisée par le choix délibéré de délaissier les événements simples au profit d'événements « plus intéressants » (cet argument est central dans l'analyse). Si l'objectif est la caractérisation de la distribution des planètes dans la Galaxie, l'intérêt à plus court terme de ces observations est de construire la fonction de masse des lentilles simples (y compris d'éventuels objets de matière noire) – une source nouvelle et originale de contraintes pour les modèles galactiques comme celui de Besançon. Au moment de la rédaction de ces lignes, la saison des observations Spitzer en direction du bulbe galactique bat son plein.

5.8.2 Article

PATHWAY TO THE GALACTIC DISTRIBUTION OF PLANETS: COMBINED *SPITZER* AND GROUND-BASED MICROLENS PARALLAX MEASUREMENTS OF 21 SINGLE-LENS EVENTS

S. CALCHI NOVATI^{1,2,3,53}, A. GOULD^{4,52}, A. UDALSKI^{5,46}, J. W. MENZIES^{6,47}, I. A. BOND^{7,48}, Y. SHVARTZVALD^{8,49},
 R. A. STREET^{9,50,51}, M. HUNDERTMARK^{10,11,50,51}, C. A. BEICHMAN¹, J. C. YEE^{12,52,54}, S. CAREY¹³,
 R. POLESKI^{5,4}, J. SKOWRON⁵, S. KOZŁOWSKI⁵, P. MRÓZ⁵, P. PIETRUKOWICZ⁵, G. PIETRZYŃSKI^{5,14}, M. K. SZYMAŃSKI⁵,
 K. ULACZYK⁵, Ł. WYRZYKOWSKI^{5,15}
 (THE OGLE COLLABORATION),
 M. ALBROW¹⁶, J. P. BEAULIEU^{17,18}, J. A. R. CALDWELL¹⁹, A. CASSAN¹⁷, C. COUTURES¹⁷, C. DANIELSKI²⁰, D. DOMINIS PRESTER²¹,
 J. DONATOWICZ²², K. LONČARIĆ²¹, A. McDUGALL¹⁶, J. C. MORALES¹⁸, C. RANC¹⁷, W. ZHU⁴
 (THE PLANET COLLABORATION),
 F. ABE²³, R. K. BARRY²⁴, D. P. BENNETT²⁵, A. BHATTACHARYA²⁵, D. FUKUNAGA²³, K. INAYAMA²⁶, N. KOSHIMOTO²⁷, S. NAMBA²⁷,
 T. SUMI²⁷, D. SUZUKI²⁵, P. J. TRISTRAM²⁸, Y. WAKIYAMA²³, A. YONEHARA²⁶
 (THE MOA COLLABORATION),
 D. MAOZ⁸, S. KASPI⁸, M. FRIEDMANN⁸
 (THE WISE GROUP),
 E. BACHELET²⁹, R. FIGUERA JAIMES^{11,30,51}, D. M. BRAMICH^{29,51}, Y. TSAPRAS^{9,31,51}, K. HORNE¹¹, C. SNODGRASS^{32,33,51},
 J. WAMBSGANSS^{34,51}, I. A. STEELE³⁵, N. KAINS³⁰
 (THE ROBO NET COLLABORATION),
 V. BOZZA^{2,36}, M. DOMINIK^{11,50,55}, U. G. JØRGENSEN¹⁰, K. A. ALSUBAI²⁹, S. CICERI³⁷, G. D'AGO^{2,36,50}, T. HAUGBØLLE¹⁰,
 F. V. HESSMAN³⁸, T. C. HINSE³⁹, D. JUNCHER¹⁰, H. KORHONEN^{10,40}, L. MANCINI³⁷, A. POPOVAS¹⁰, M. RABUS^{37,41}, S. RAHVAR⁴²,
 G. SCARPETTA^{2,3,36}, R. W. SCHMIDT^{34,50}, J. SKOTTFELT¹⁰, J. SOUTHWORTH⁴³, D. STARKEY¹¹, J. SURDEJ⁴⁴, O. WERTZ⁴⁴,
 M. ZARUCKI³
 (THE MINDSTEP CONSORTIUM),
 AND
 B. S. GAUDI⁴, R. W. POGGE⁴, D. L. DEPOY⁴⁵
 (THE μ FUN COLLABORATION)

¹ NASA Exoplanet Science Institute, MS 100-22, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125, USA² Dipartimento di Fisica “E. R. Caianiello,” Università di Salerno, Via Giovanni Paolo II, I-84084 Fisciano (SA), Italy³ Istituto Internazionale per gli Alti Studi Scientifici (IIASS), Via G. Pellegrino 19, I-84019 Vietri Sul Mare (SA), Italy⁴ Department of Astronomy, Ohio State University, 140 W. 18th Ave., Columbus, OH 43210, USA⁵ Warsaw University Observatory, Al. Ujazdowskie 4, 00-478 Warszawa, Poland⁶ South African Astronomical Observatory, P.O. Box 9, Observatory 7935, South Africa⁷ Institute of Natural and Mathematical Sciences, Massey University, Private Bag 102-904, North Shore Mail Centre, Auckland, New Zealand⁸ School of Physics and Astronomy, Tel-Aviv University, Tel-Aviv 69978, Israel⁹ Las Cumbres Observatory Global Telescope Network, 6740 Cortona Drive, Suite 102, Goleta, CA 93117, USA¹⁰ Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet, Juliane Maries Vej 30, DK-2100 København Ø, Denmark¹¹ SUPA, School of Physics & Astronomy, North Haugh, University of St Andrews, KY16 9SS, Scotland, UK¹² Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 60 Garden St., Cambridge, MA 02138, USA¹³ Spitzer Science Center, MS 220-6, California Institute of Technology, Pasadena, CA, USA¹⁴ Universidad de Concepción, Departamento de Astronomía, Casilla 160-C, Concepción, Chile¹⁵ Institute of Astronomy, University of Cambridge, Madingley Road, Cambridge CB3 0HA, UK¹⁶ University of Canterbury, Dept. of Physics and Astronomy, Private Bag 4800, 8020 Christchurch, New Zealand¹⁷ Institut d'Astrophysique de Paris, UPMC-CNRS, UMR 7095, 98bis Boulevard Arago, F-75014 Paris, France¹⁸ LESIA, Observatoire de Paris, Section de Meudon 5, place Jules Janssen, F-92195 Meudon, France¹⁹ McDonald Observatory, 16120 St Hwy Spur 78 #2, Fort Davis, TX 79734, USA²⁰ Institut d'Astrophysique Spatiale, UMR 8617, Université Paris Sud, F-91405 Orsay, France²¹ Department of Physics, University of Rijeka, Radmile Matej vcić 2, 51000 Rijeka, Croatia²² Technical University of Vienna, Department of Computing, Wiedner Hauptstrasse 10, A-1040 Wien, Austria²³ Solar-Terrestrial Environment Laboratory, Nagoya University, Nagoya 464-8601, Japan²⁴ Astrophysics Science Division, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD 20771, USA²⁵ Department of Physics, University of Notre Dame, Notre Dame, IN 46556, USA²⁶ Department of Physics, Faculty of Science, Kyoto Sangyo University, 603-8555 Kyoto, Japan²⁷ Department of Earth and Space Science, Graduate School of Science, Osaka University, Toyonaka, Osaka 560-0043, Japan²⁸ Mt. John University Observatory, P.O. Box 56, Lake Tekapo 8770, New Zealand²⁹ Qatar Environment and Energy Research Institute, Qatar Foundation, P.O. Box 5825, Doha, Qatar³⁰ European Southern Observatory, Karl-Schwarzschild-Str. 2, D-85748 Garching bei München, Germany³¹ School of Physics and Astronomy, Queen Mary University of London, Mile End Road, London E1 4NS, UK³² The Open University, Walton Hall, Milton Keynes MK7 6AA, UK³³ Max Planck Institute for Solar System Research, Justus-von-Liebig-Weg 3, D-37077 Göttingen, Germany³⁴ Astronomisches Rechen-Institut, Zentrum für Astronomie der Universität Heidelberg (ZAH), Mönchhofstraße 12-14, D-69120 Heidelberg, Germany³⁵ Astrophysics Research Institute, Liverpool John Moores University, Liverpool CH41 1LD, UK³⁶ Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Napoli, Via Cintia, I-80126 Napoli, Italy³⁷ Max Planck Institute for Astronomy, Königstuhl 17, D-69117 Heidelberg, Germany³⁸ Institut für Astrophysik, Georg-August-Universität Göttingen, Friedrich-Hund-Platz 1, D-37077 Göttingen, Germany

³⁹ Korea Astronomy and Space Science Institute, 776 Daedeokdae-ro, Yuseong-gu, 305-348 Daejeon, Korea⁴⁰ Finnish Centre for Astronomy with ESO (FINCA), University of Turku, Väisälantie 20, FI-21500 Piikkiö, Finland⁴¹ Instituto de Astrofísica, Facultad de Física, Pontificia Universidad Católica de Chile, Av. Vicuña Mackenna 4860, 7820436 Macul, Santiago, Chile⁴² Department of Physics, Sharif University of Technology, P.O. Box 11155-9161 Tehran, Iran⁴³ Astrophysics Group, Keele University, Staffordshire, ST5 5BG, UK⁴⁴ Institut d'Astrophysique et de Géophysique, Université de Liège, 4000 Liège, Belgium⁴⁵ Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station, TX 77843-4242, USA

Received 2014 November 26; accepted 2015 February 23; published 2015 April 24

ABSTRACT

We present microlens parallax measurements for 21 (apparently) isolated lenses observed toward the Galactic bulge that were imaged simultaneously from Earth and *Spitzer*, which was ~ 1 AU west of Earth in projection. We combine these measurements with a kinematic model of the Galaxy to derive distance estimates for each lens, with error bars that are small compared to the Sun's galactocentric distance. The ensemble therefore yields a well-defined cumulative distribution of lens distances. In principle, it is possible to compare this distribution against a set of planets detected in the same experiment in order to measure the Galactic distribution of planets. Since these *Spitzer* observations yielded only one planet, this is not yet possible in practice. However, it will become possible as larger samples are accumulated.

Key words: gravitational lensing: micro – planetary systems – planets and satellites: dynamical evolution and stability

1. INTRODUCTION

It has been known for 50 yr (Liebes 1964; Refsdal 1964) that microlensing measurements are plagued by a severe degeneracy between the lens mass M , the source-lens relative parallax $\pi_{\text{rel}} = \text{AU}(D_L^{-1} - D_S^{-1})$, and the geocentric lens-source relative proper motion μ_{geo} (Gaudi 2012, Equations (1) and (17)),

$$t_E = \frac{\theta_E}{\mu_{\text{geo}}}; \quad \theta_E^2 \equiv \kappa M \pi_{\text{rel}}; \quad \kappa \equiv \frac{4G}{c^2 \text{AU}} \simeq 8.14 \frac{\text{mas}}{M_\odot}. \quad (1)$$

Here θ_E is the angular Einstein radius and t_E is the Einstein-radius crossing time in the ground-based reference frame. It has also been known for 50 yr (Refsdal 1966) that the best way to systematically ameliorate this degeneracy is to observe the events simultaneously from solar orbit in order to measure the microlens parallax vector π_E ,

$$\pi_E \equiv \frac{\pi_{\text{rel}}}{\theta_E} \frac{\mu}{\mu}, \quad (2)$$

where μ can be the lens-source relative proper motion in either the geocentric or heliocentric frame, in which cases π_E is the representation in the same frame. (Note that, as the ratio of two angles, π_E is dimensionless.) If π_E is measured, one obtains

strong constraints on M and π_{rel} from

$$M = \frac{\theta_E}{\kappa \pi_E} = \frac{\mu_{\text{geo}} t_E}{\kappa \pi_E}, \quad \pi_{\text{rel}} = \theta_E \pi_E = \mu_{\text{geo}} t_E \pi_E. \quad (3)$$

Hence, even if θ_E is not measured (as it almost never is for single-lens microlenses), M and π_{rel} can be estimated fairly robustly just from the fact that the great majority of the microlenses have μ_{geo} within a factor 2 of $\mu_{\text{geo}} \sim 4 \text{ mas yr}^{-1}$. However, without the additional information from π_E , the three physical quantities M , π_{rel} , and μ_{geo} cannot be disentangled from the single measured parameter t_E , so that, for example, M remains uncertain by an order of magnitude (Gould 2000).

Nevertheless, before 2014, there was only one space-based parallax measurement out of more than 10,000 recorded microlensing events: Dong et al. (2007) used *Spitzer* to measure the microlens parallax of a rare (almost unique) bright event toward the Small Magellanic Cloud, OGLE-2005-SMC-001.

Spitzer (Werner et al. 2004) has several advantages but also important disadvantages as a possible “microlens parallax satellite” for observations toward the Galactic bulge. First, of course, it is in solar orbit, gradually drifting behind Earth at somewhat more than 0.1 AU yr^{-1} . Hence, by now it trails Earth by almost 90° . Second, at $3.6 \mu\text{m}$, its IRAC camera (Fazio et al. 2004) has relatively good resolution of $\sim 2''$, not much worse than the resolutions of the ground-based surveys that discover and monitor the events. Third, it can be pointed at targets on relatively short notice. This is important because microlensing events typically peak (and then decline) within a few weeks of their discovery. Hence, either the satellite must be able to respond quickly (Refsdal 1966; Gould 1994) or it must, like ground observatories, survey an extended field in hope of detecting events from previously unidentified sources (Gould & Horne 2013).

Spitzer's most important disadvantage is that due to Sun-angle viewing restrictions, it can observe any given target that lies near the ecliptic (including the entire Galactic bulge, which hosts $>99\%$ of all recorded microlensing events) for only two ~ 38 -day intervals per year. Moreover, during only one of these is it possible to simultaneously observe the bulge from Earth (and so measure parallaxes). Second, while *Spitzer*'s real-time

⁴⁶ The OGLE collaboration.⁴⁷ The PLANET collaboration.⁴⁸ The MOA collaboration.⁴⁹ The Wise group.⁵⁰ The RoboNet collaboration.⁵¹ The MiNDSTeP consortium.⁵² The μFUN collaboration.⁵³ Sagan Visiting Fellow.⁵⁴ Sagan Fellow.⁵⁵ Royal Society University Research Fellow.

response can in principle be extremely rapid, such rapid responses are also very disruptive to its overall mission and science return. By contrast, the normal (non-disruptive) response time to unexpected requests for data is of order a month, which would be useless for the great majority of microlensing events. For completeness, we mention that the fact that *Spitzer* observes at wavelengths far redward of those used for ground-based microlensing observations was initially believed to be a problem (e.g., Gould 1999), but this now appears to be relatively minor (e.g., Yee et al. 2015).

The observations reported here derive from a 100 hr “pilot program” awarded by the Director to demonstrate the feasibility of *Spitzer* microlens parallax observations. The scientific objectives were of course driven by the overall potential of *Spitzer* to determine microlens masses, particularly for planetary events. However, these objectives were also sculpted by the challenges discussed in the previous paragraph, and in particular by the need to demonstrate concretely that these challenges could be met. For example, working with *Spitzer* operations, we developed a new observing protocol for “regular” (non-disruptive) target-of-opportunity observations with a turnaround of 3–9 days. The times of the microlensing observations were preplanned to occur in blocks approximately once per 24 hr, but the targets for a given week were not finalized until a few days before they were uploaded to the spacecraft (Section 2 and Figure 1 of Udalski et al. 2015 and also Section 2.2 of this paper). In particular, the weekly observing decisions made under this protocol were aimed primarily at maximizing the number of successful parallax measurements, while making an extra effort to measure parallaxes for as many binary and planetary events as possible.

An alternative strategy might have been to develop purely objective criteria for the weekly choices of targets and cadences. The ensemble of parallax measurements of isolated lenses made using such an objective protocol could then be forward modeled to extract the underlying mass function, as envisaged by Han & Gould (1995).

The reasons for not using purely objective criteria were threefold. First, as stated above, the overwhelming objective was to determine feasibility, which can best be done by learning from successful measurements. Second, it is very difficult to develop objective criteria without concrete experience (exactly the point of a “pilot program”). Finally, the lens mass function is not the most important scientific result that can be extracted from an ensemble of isolated-lens measurements.

Rather, the most critical application of an ensemble of isolated-lens parallaxes is to serve as the comparison sample by which the planet detections can be transformed into a measurement of the Galactic distribution of planets. That is, as long as the planetary events are not chosen for *Spitzer* observations because they are known to have planets, then the planetary events can be considered to be “drawn fairly” from the ensemble of (mainly) isolated-lens events, regardless of whether the process by which the latter are chosen can be modeled or not. This also means that if, during successive years of observations, the selection criteria change, the planet sample and the isolated-lens sample can each be concatenated, and they will still yield a fair comparison. This situation is analogous to the selection of high-magnification events for intensive follow-up that led to the first microlens-planet frequency analysis (Gould et al. 2010), the most relevant point in both cases being that events are selected for

observations without regard to whether or not they have planets in them.

Now, since there was only one planet⁵⁶ in the *Spitzer* “pilot program” sample (Udalski et al. 2015), it is not yet possible to derive a Galactic distribution of planets. Nevertheless, it is important to make an initial effort to measure the distance distribution of the isolated lens sample, partly to learn practically how to do this from real data and partly to understand what type of lenses were effectively selected by the selection procedures used in the “pilot program.” Even though these procedures cannot be comprehensively quantified, they do have quantifiable elements (like delay times of 3–9 days) that by themselves select for certain types of lenses. Even a qualitative understanding of these effects may influence the choice of objective selection criteria in future years. Thus, although it is clearly too early to measure the Galactic distribution of planets, it is actually quite urgent to begin those components of the analysis that can be done.

Making a statistical estimate of the distance distribution of the ensemble of isolated lenses requires that a probability distribution be assigned to the distance of each lens. In general, this probability distribution will be much more compact if the well-known parallax degeneracy (Refsdal 1966; Gould 1994) is broken, as it was by Yee et al. (2015) for the case of OGLE-2014-BLG-0939. That is, because u (and so u_0) enters the lensing magnification equation quadratically (Equation (8) below), space-based parallax measurements generically have a fourfold degeneracy in the vector microlens parallax π_E ,

$$\pi_E = \frac{\text{AU}}{D_\perp} \left(\frac{\Delta t_0}{t_E}, \Delta u_{0,\pm,\pm} \right), \quad (4)$$

where the x -axis is defined by the direction of the projected Earth-satellite separation vector D_\perp , $\Delta t_0 = t_{0,\text{sat}} - t_{0,\oplus}$ is the difference in times of maximum as seen at the two locations, $\Delta u_{0,-,\pm} = \pm(|u_{0,\text{sat}}| - |u_{0,\oplus}|)$ is the difference in impact parameters assuming that they are on the same side of the lens, and $\Delta u_{0,+,\pm} = \pm(|u_{0,\text{sat}}| + |u_{0,\oplus}|)$ is their difference assuming that they are on the opposite sides. While the two solutions $\Delta u_{0,-,\pm}$ (or two solutions $\Delta u_{0,+,\pm}$) yield very similar π_E (so M and π_{rel}), these two sets of solutions can have very different π_E from each other. The overall sign of Δu_0 , which is designated by the second “ \pm ” subscript, is positive if $u_{0,\oplus} > 0$, which by convention occurs if “the lens passes the moving source on its right as seen from Earth” (Gould 2004). See his Figure 2.

⁵⁶ In fact, OGLE-2014-BLG-0298, which showed a perturbation that was strongly suspected to be planetary in nature well before the commencement of *Spitzer* observations, was aggressively monitored during this campaign. However, exactly because these observations were triggered by the (suspected) presence of a planet, this event is not part of the “fair sample” and is therefore not considered in the present work. The value of these *Spitzer* observations, as with *Spitzer* observations of known binary microlensing events, is to measure the mass of a potentially interesting object, rather than for statistical studies. To date, planetary anomalies far out on the rising wing of the light curve (like OGLE-2014-BLG-0298) have constituted roughly 8% of all planetary events, so elimination of these events from the Galactic distribution sample is not likely to be a major loss. However, if future planet surveys have more uniform light-curve coverage than past ones (e.g., Henderson et al. 2014), then this fraction will increase somewhat.

1.1. Rich Argument

The present *ensemble* of parallax measurements provides the first opportunity to test an idea that to our knowledge was first suggested by J. Rich (ca. 1997, private communication), but never (to our knowledge) written up. Rich’s original idea was that the two components of $\pi_E D_\perp/\text{AU}$ (namely, $\Delta\tau = \Delta t_0/t_E$ and Δu_0) should in general be of the same order. This is true for different classes of lenses for different reasons. If the lens is in the bulge, then the direction of relative proper motion μ (and so π_E) is nearly randomly distributed over a circle. Similarly, if the lens is close to the Sun (i.e., within about 1 kpc), then the direction of proper motion is primarily determined by the lens peculiar motion and is again basically random. Finally, if the lens is at intermediate distances in the Galactic disk, then its proper motion should be roughly aligned with Galactic rotation, which in ecliptic coordinates (relevant since D_\perp is closely aligned with the ecliptic) has comparable components.

According to Rich’s original idea, in the case that the true solution is one of $\Delta u_{0,\pm}$ solutions, the two components will generally be roughly equal $|\Delta\tau| \sim |\Delta u_{0,\pm}|$. If these components are themselves small, $|\Delta u_{0,\pm}| \ll |u_{0,\oplus}|$, then the components for the other solution will be highly unequal, $|\Delta u_{0,+,\pm}| \sim 2|u_{0,\oplus}| \gg |\Delta u_{0,-,\pm}|$ and consequently $|\Delta u_{0,+,\pm}| \gg |\Delta\tau|$. Hence, seeing such roughly equal components for one solution and highly unequal components for the other, one should conclude that the first solution is probably correct.

In the course of working on the events in this paper, we realized that Rich’s argument can be extended to apply constraints from two degrees of freedom, rather than just one. This increases the argument’s statistical power considerably. Properly speaking, it should then be called the “Extended Rich argument,” but for simplicity we continue to simply say “Rich argument.” We begin by noting that the parallax amplitude basically has a twofold degeneracy, which we denote $\pi_{E,\pm}$, corresponding to⁵⁷ $(|\Delta u_{0,\pm}|, \Delta\tau)$. One of these is the actual parallax $\pi_{E,\text{true}}$, and the other is spurious, $\pi_{E,\text{false}}$. However, it is often the case that the light curve does not distinguish between these. Nevertheless, we can define a theoretical quantity

$$\epsilon = \frac{\pi_{E,\text{false}}}{\pi_{E,\text{true}}} = \frac{\left(\left(|u_{0,\text{sat}}| - |u_{0,\oplus}| \right)^2 + (\Delta\tau)^2 \right)^{\pm 1/2}}{\left(\left(|u_{0,\text{sat}}| + |u_{0,\oplus}| \right)^2 + (\Delta\tau)^2 \right)^{\pm 1/2}} = \frac{\left(\left(|\Delta u_{0,-}| \right)^2 + (\Delta\tau)^2 \right)^{\pm 1/2}}{\left(\left(|\Delta u_{0,+}| \right)^2 + (\Delta\tau)^2 \right)^{\pm 1/2}}, \quad (5)$$

where the sign refers to the cases $\pi_{E,\text{true}} = \pi_{E,\pm}$. Hence, for $\pi_{E,\text{true}} = \pi_{E,+}$, $\epsilon < 1$, and if $\pi_{E,+} \gg \pi_{E,-}$, then $\epsilon \ll 1$. We can test the hypothesis that $\pi_{E,\text{true}} = \pi_{E,+} \gg \pi_{E,-}$ by asking what is the probability of $\epsilon \leq \epsilon_0$ where $\epsilon_0 \ll 1$. This can be divided into two questions: first, what is the prior probability of $\epsilon < 1$ given that π_E has some given true value, and second, what is the conditional probability $\epsilon < \epsilon_0$ given that $\epsilon < 1$.

The first probability (namely, that $\pi_{E,\text{true}} = \pi_{E,+}$) is certainly less than unity, and typically of order one-half. We do not further investigate this probability because it depends on the

details of event selection and because its specific value has marginal impact on the overall result.

If $\epsilon \ll 1$, then $|\Delta u_{0,-}| \lesssim \epsilon |\Delta u_{0,+}|$ and $\Delta\tau \lesssim \epsilon |\Delta u_{0,+}|$. Under this hypothesis, the latter condition gives highly unequal components for $\pi_{E,\text{true}} = \pi_{E,+}$, implying a very special angle α for the lens-source relative motion with respect to the direction perpendicular to the Earth-satellite axis, $|\sin \alpha| < \epsilon$, whereas a priori, α could assume any direction over the circle. This is the basis of the original Rich argument. However, the first condition also constrains $|\Delta u_{0,-}|$ to a very narrow interval relative to the full range of possibilities $-|\Delta u_{0,+}| < |\Delta u_{0,-}| < |\Delta u_{0,+}|$ over which this quantity would be expected to be uniformly distributed. Eliminating duplicate geometries, we should evaluate the probability that $[\alpha^2 + (\Delta u_{0,-}/\Delta u_{0,+})^2] < \epsilon_0^2$ under conditions where α is uniformly distributed over $[-\pi/2, \pi/2]$ and $(\Delta u_{0,-}/\Delta u_{0,+})$ is uniformly distributed over $[-1, 1]$. This probability is just

$$P(\epsilon < \epsilon_0 | \epsilon < 1) = \frac{\pi \epsilon_0^2}{2\pi} = \frac{\epsilon_0^2}{2}. \quad (6)$$

That is, the probability of $\epsilon < \epsilon_0 \ll 1$ (which requires $\pi_{E,\text{true}} = \pi_{E,+}$) is very small.

We next note that if $\pi_{E,\text{true}} \ll 1$, then the probability of $\epsilon \gg 1$ is of order unity. This is because $\pi_{E,\text{true}} \ll 1$ requires that $|\Delta u_0| \ll 1$ (and $\Delta\tau \ll 1$). Hence, under typical conditions, i.e., $u_0 \sim \mathcal{O}(0.5)$, we have $\Delta u_{0,+} \sim 2|u_0| \sim \mathcal{O}(1) \gg \Delta u_{0,-}$ and similarly $\Delta u_{0,+} \gg \Delta\tau$.

Hence, if we find $\pi_{E,+} \gg \pi_{E,-}$, then it is highly likely that the $\pi_{E,-}$ solution is correct. This is because, if $\pi_{E,-}$ is correct, then we naturally expect the alternate solution ($\pi_{E,+}$) to be much bigger (i.e., $|\Delta u_{0,+}| \gg |\Delta u_{0,-}|$ and $|\Delta u_{0,+}| \gg \Delta\tau$). However, if the $\pi_{E,+}$ solution were correct, then we would expect the alternate solution ($\pi_{E,-}$) to be of the same general order, and, in particular, the chance that the alternate solution was as small as observed or smaller would be $\epsilon^2/2$.

Such an argument cannot be considered decisive in any particular case because the proper motion can by chance be very nearly perpendicular to D_\perp and the values of Δu_0 as seen from Earth and the satellite can by chance happen to have very nearly equal magnitudes but opposite signs. Nevertheless, if the objective is to find the cumulative distribution of lens distances (rather than to securely determine the distance to a particular lens), then it is appropriate to give unequal-component solutions lower statistical weight when combining the distance estimates of the ensemble to form a cumulative distribution.

2. OBSERVATIONS

2.1. OGLE Observations

All 21 of the events analyzed in this paper were discovered by the Optical Gravitational Lens Experiment (OGLE) based on observations with the 1.4 deg² camera on its 1.3 m Warsaw Telescope at the Las Campanas Observatory in Chile using its Early Warning System real-time event detection software (Udalski et al. 1994; Udalski 2003). The observations reported here are entirely in *I* band, although some *V* observations were also taken with the aim of determining the source color. The specific role of such source-color measurements in the present study is discussed in Section 2.4.

⁵⁷ For simplicity of notation we will neglect the second \pm in $\Delta u_{0,\pm,\pm}$ for the remainder of this section.

2.2. *Spitzer* Observations

The structure of our *Spitzer* observing protocol is described in detail in Section 3.1 of Udalski et al. (2015). In brief, observations were made during 38 2.63 hr windows between $HJD' \equiv HJD - 2,450,000 = 6814.0$ and 6850.0 . Each observation consisted of six dithered 30 s exposures in a fixed pattern using the $3.6 \mu\text{m}$ channel on the IRAC camera. Observation sequences were uploaded to *Spitzer* operations on Mondays at UT 15:00, for observations to be carried out Thursday to Wednesday (with slight variations). As described in Udalski et al. (2015), J.C.Y. and A.G. balanced various criteria to determine which targets to observe and how often. In general, there were too many targets to be able to observe all viable targets during each epoch. The relation between weekly “decision dates” and subsequent observations is illustrated in Figure 1 of Udalski et al. (2015).

With three exceptions, the OGLE alerts for all 21 events occurred prior to the first “decision date” (June 2 UT 15:00, $HJD' 6811.1$). The alerts for OGLE-2014-BLG-1021, OGLE-2014-BLG-1049, and OGLE-2014-BLG-1147 were announced on June 4, 6, and 18, respectively. Hence, the first two could be observed only during 4 weeks, while the third could be observed only during the final 2 weeks.

Table 1 lists the equatorial coordinates, ecliptic latitude, and number of *Spitzer* observations for each event. The ecliptic latitude is important because in the limit that both the event and the *Spitzer* spacecraft were directly on the ecliptic, the directional degeneracies $\Delta u_{0,-,\pm}$ and $\Delta u_{0,+,\pm}$ could not be broken, even in principle (Jiang et al. 2005; Skowron et al. 2011).

2.3. Additional Light-curve Data

Additional light-curve data were obtained for a total of 15 of the 21 events reported here from a total of 13 telescopes. The MOA collaboration (Bond et al. 2001; Sumi et al. 2013) obtained data on seven events as part of their normal survey operations using a broad R/I filter on their 1.8 m telescope at Mt. John, New Zealand. Similarly, the Wise Collaboration (Shvartzvald & Maoz 2012) obtained survey data on five events using an *I*-band filter on their 1.0 m telescope at Mitzpe Ramon, Israel.

Four other teams specifically targeted the *Spitzer* sample for follow-up observations, all in *I* band (or SDSS *i* band). The PLANET collaboration (Albrow et al. 1998) observed six events using the 1.0 m Elizabeth telescope at Sutherland, South Africa. The RoboNet/LCOGT (Las Cumbres Observatory Global Telescope Network) collaboration (Tsapras et al. 2009) observed a total of four events from a total of eight 1.0 m telescopes in CTIO, Chile, Sutherland, South Africa, and Siding Spring, Australia. The MiNSTEP (Microlensing Network for the Detection of Small Terrestrial Exoplanets) consortium (Dominik et al. 2010) observed four events from their 1.54 m telescope at ESO La Silla, Chile, and four events using the 0.35 m Salerno University telescope in Salerno, Italy.

Of the 21 events, (6, 9, 1, 1, 2, 1, 1) were observed by (1, 2, 3, 4, 9, 10, 11) telescopes, respectively. We refer to Table 1 for full details on the additional data set used.

2.4. Additional Color Data

The μFUN (Microlensing Follow Up Network) collaboration obtained a very limited quantity of data on each of the 21 events using the ANDICAM (DePoy et al. 2003) dichroic camera on the SMARTS-CTIO 1.3 m telescope. These observations were made simultaneously in *I* and *H* band and were for the specific purpose of inferring the $I - [3.6]$ source color using an $(I - H)$ versus $(I - [3.6])$ instrumental color-color diagram. Yee et al. (2012) demonstrated for the case of MOA-2011-BLG-293 that this color-color method could reliably constrain the source flux even if a given data set lacked sufficient coverage for an independent flux determination from the model. The incorporation of this constraint is discussed further in Section 3.

At the time of the decision to acquire these data, it was deemed especially important to acquire *H*-band data because it was unknown whether the extrapolation from the (more routinely taken) *V/I* data to $3.6 \mu\text{m}$ would be feasible. In fact, in most cases, the OGLE *V*-band data did prove adequate to determine the $(I - [3.6])_S$ source color, but in five cases the source was either too red to obtain reliable *V*-band data or OGLE did not happen to observe the event in *V* band when it was sufficiently magnified to determine $V - I$. In all but one of these cases (OGLE-2014-BLG-0337), the *H*-band data could be used to determine the source color (OGLE-2014-BLG-0805, OGLE-2014-BLG-0866, OGLE-2014-BLG-0944, OGLE-2014-BLG-1021).

2.5. Reductions

With one exception the *Spitzer* data were reduced using the photometry tools available within MOPEX, a package designed to analyze IRAC data (Makovoz & Marleau 2005): the analysis has been carried out with aperture photometry for six events (OGLE-2014-BLG-0099, OGLE-2014-BLG-0337, OGLE-2014-BLG-0589, OGLE-2014-BLG-0805, OGLE-2014-BLG-0944, and OGLE-2014-BLG-1021) and, to better deal with crowding, for all the remaining ones, with a point source response function (PRF) based photometry.⁵⁸ The exception was OGLE-2014-BLG-1049, which was reduced using DoPhot (Schechter et al. 1993). All other light-curve data were reduced using image subtraction (Alard & Lupton 1998). The CTIO *H*-band data were reduced using DoPhot.

Error bars from each observatory were rescaled in order to impose $\chi^2/\text{dof} \simeq 1$ based on the best-fit model.

3. LIGHT-CURVE ANALYSIS

The light curves were fitted to five-parameter models (plus two parameters for each observatory *i*, the source flux $F_{S,i}$, and the blended flux $F_{B,i}$),

$$F_i(t) = F_{S,i} A_i(t; t_0, u_0, t_E, \pi_{E,N}, \pi_{E,E}) + F_{B,i} \quad (7)$$

⁵⁸ For a specific discussion of PRFs fitting in IRAC data we refer to the online manual for MOPEX <http://irsa.ipac.caltech.edu/data/SPITZER/docs/dataanalysis/tools/mopex/mopexusersguide/>.

where (Paczynski 1986)

$$A_i(u_i) = \frac{u_i^2 + 2}{\sqrt{u_i^4 + 4u_i^2}}; \quad u_i^2 \equiv (\tau'_i)^2 + (\beta'_i)^2; \\ \tau' = \frac{t - t_0}{t_E} + \Delta\tau_i(t); \quad \beta' = u_0 + \Delta\beta_i(t) \quad (8)$$

and where, following closely the procedure based on a geocentric point of view outlined in Gould (2004), $(\Delta\tau_i(t), \Delta\beta_i(t))$ is the apparent lens-source offset in the Einstein ring relative to a uniform trajectory, as seen by the i th observatory, due to the physical offset (in AU) of this observatory from a rectilinear trajectory defined by Earth's position and velocity vectors at the peak of the event, (t_0, \oplus) .

The physical offset of the observatory $\Delta\mathbf{p}_i(t) = (\Delta p_{i,N}(t), \Delta p_{i,E}(t))$ is the sum of two terms

$$\mathbf{p}_i(t) = \mathbf{s}(t) + \mathbf{t}_i(t). \quad (9)$$

The first term (common to all observatories) is the offset of the apparent position of the Sun (projected on the plane of the sky) relative to where it would be if Earth were in rectilinear motion (see Gould 2004, and specifically his Figure 2). The second term (called “ t ” because it usually reflects so-called “terrestrial parallax,” as opposed to the “orbital parallax”) is the projected separation of Earth's center from the i th observatory. Both terms are, by convention, scaled to 1 AU. The sign convention is due to the explicitly “geocentric” framework. For terrestrial observatories, for which we use Earth's ephemerides and the location of each observatory relative to Earth's center, $|t_i| \ll 1$, although this term can in principle be important, particularly for high-magnification events (Gould 1997; Gould et al. 2009; Yee et al. 2009; Gould & Yee 2013). For *Spitzer* $|t_i| \sim \mathcal{O}(1)$, with the spacecraft position relative to Earth being available as a function of time from the Horizons Ephemeris System.⁵⁹ Then, in analogy to Equation (8) of Gould (2004),

$$\Delta\tau_i = -\frac{\Delta p_{i,N}\pi_{E,N} + \Delta p_{i,E}\pi_{E,E}}{\text{AU}} \\ \Delta\beta_i = -\frac{-\Delta p_{i,E}\pi_{E,N} + \Delta p_{i,N}\pi_{E,E}}{\text{AU}}. \quad (10)$$

As discussed in Section 2.4, for each event (except OGLE-2014-BLG-0337) we measured the instrumental source color in either $(V - I)_S$ or $(I - H)_S$. We then determined the $(I - [3.6])_S$ color using a $VI[3.6]$ or $IH[3.6]$ color-color relation derived from field stars. These estimates typically have errors of $\sigma_{I-[3.6]} = 0.06\text{--}0.1$ mag, although they are larger in a few cases. These color measurements were then incorporated into the fit by

$$\chi_{\text{color}}^2 = \frac{\left[(I - [3.6]) - 2.5 \log(F_{S,\text{Spitzer}}/F_{S,\text{OGLE}})\right]^2}{\sigma_{I-[3.6]}^2}. \quad (11)$$

In most cases inclusion of this term made almost no difference, generally because the fit values of $F_{S,\text{Spitzer}}$ and $F_{S,\text{OGLE}}$ already yielded an $(I - [3.6])_S$ color that was consistent with the one derived from the color-color diagram. However, in a few cases,

particularly when the *Spitzer* observations covered only a fragment of the Paczynski (1986) curve, this constraint proved to be important.

To locate the four solutions (with different parallax vectors π_E) that are predicted from theory (Refsdal 1966; Gould 1994), we begin by fitting the ground-based light curve to the standard Paczynski (1986) three parameters $(t_0, \oplus, u_0, \oplus, t_E)$, i.e., without parallax. We then add in *Spitzer* data and include two additional parameters π_E and apply Newton's method (Simpson 1970, p. 81). This quickly locates the $\Delta u_{0,-,+}$ solution. We then reverse the signs of $(u_0, \pi_{E,N})$ (Skowron et al. 2011) and again apply Newton's method, which locates the $\Delta u_{0,-,-}$ solution. We then take the original solution, put in a large value for $\pi_{E,N}$, and apply Newton's method, which locates the $\Delta u_{0,+,+}$ solution, and finally we reverse the signs of $(u_0, \pi_{E,N})$ for this solution and again apply Newton's method to obtain the fourth solution.

The only event for which this procedure failed was OGLE-2014-BLG-1049. The reason for the failure is that the event was high magnification as seen from Earth ($u_{0,\oplus} < 0.01$) and was also high magnification as seen from *Spitzer*. However, because the first *Spitzer* point was 1 day after peak, $u_{0,\text{Spitzer}}$ is consistent with both zero and values that are significantly larger than $u_{0,\oplus}$. These characteristics lead to a merger of the two solutions $\Delta u_{0,\pm,+}$ and also a merger of the solutions $\Delta u_{0,\pm,-}$. Nevertheless, although the merged solutions are unstable to Newton's method, they have quite well behaved minima and constitute an interesting limiting case of the standard fourfold degeneracy.

Table 2 lists the fitted parameters for each of the four solutions for each of the 21 events. The $\Delta\chi^2$ offset between each of the other three solutions and the best one is shown in the second column.

An additional analysis we might in principle address is related to the determination of the parallax from ground-based data alone. While formally it is extremely straightforward to fit the light curves after excluding the *Spitzer* data (and indeed, within our fit procedure, the effect of parallax for ground-based data from orbital motion is automatically included), historical experience with ground-based parallax measurements shows that a more cautious approach is required. In contrast to space-based parallaxes, in which the signal derives from obvious differences in the peaks of the event as seen from well-separated observatories, ground-based parallaxes derive from subtle distortions of the light curves. These can be caused or corrupted by “xallarap” (binary motion of the source during the event), very small distortions due to unrecognized binary lenses, or just systematics in the data. These problems can be mitigated by the presence of well-understood structures in the light curve for events that contain a planet (e.g., Muraki et al. 2011), but for point-lens events, which are otherwise featureless, ground-based parallaxes are especially prone to such corruption. Indeed, in the only systematic study of point-lens ground-based parallaxes (Poindexter et al. 2005), even within a restricted sample of parallax detections with $\Delta\chi^2 > 100$, there was a strong evidence for xallarap in 23% of cases. As described in some detail by Poindexter et al. (2005), the tests for xallarap (and related systematics) are quite involved and are well beyond the scope of the present work, which relies on much more straightforward space-based parallaxes.

⁵⁹ <http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons>

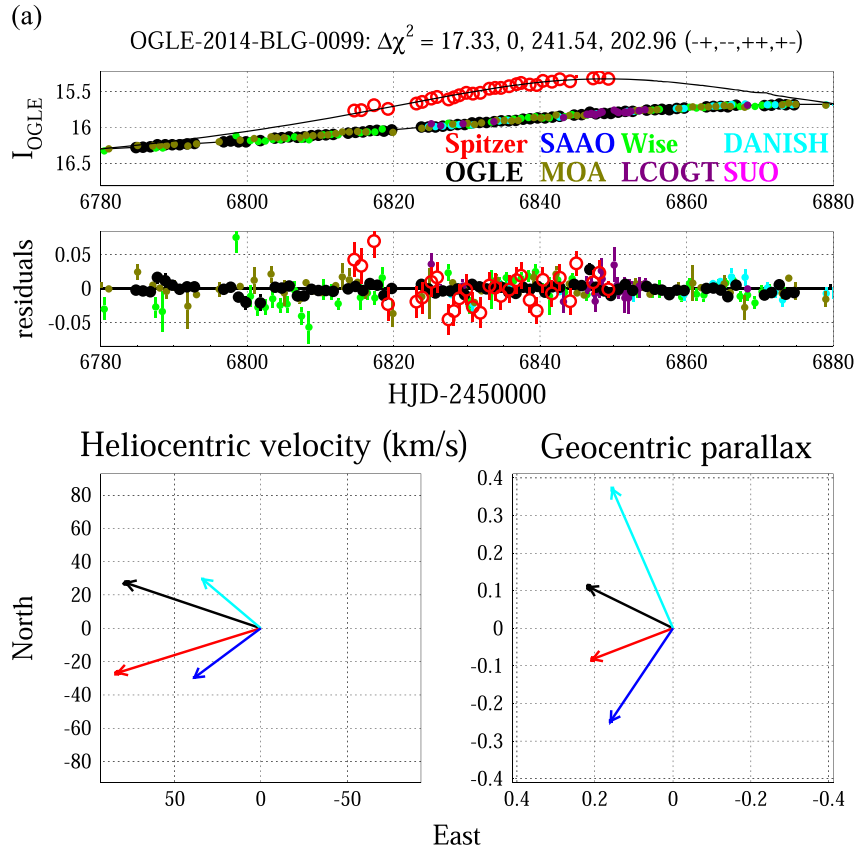


Figure 1. (a) OGLE-2014-BLG-0099. Top: light-curve data together with the *Spitzer* and the ground-based best-fit models. Second panel from top: residual light curve. In both panels the *Spitzer* and the ground-based data are shown as empty and filled circles, respectively. For purposes of display, all the data sets are binned with 1 point per epoch. The color codes are indicated in the top panel: red, black, blue, olive green, green and purple for *Spitzer*, OGLE, SAAO (PLANET), MOA, Wise, LCOGT (RoboNet; the details of the different telescopes of the network used are given in Table 1) and for the MiNDSTeP collaboration the Danish (cyan) and the Salerno University Telescope (magenta). In the two bottom panels we show the projected heliocentric velocity \tilde{v}_{hel} (left) and the geocentric parallax vectors $\pi_{\text{E,geo}}$ and ellipse errors (which can, however, be too small to be seen), in the northeast equatorial frame, as given in Table 2. The values of the $\Delta\chi^2$, as reported in the title, are color-coded as black, red, cyan and blue, from the best solution to the worst. (b) OGLE-2014-BLG-0115. Panels and symbols as in (a). (c) OGLE-2014-BLG-0337. Panels and symbols as in (a). (d) OGLE-2014-BLG-0419. Panels and symbols as in (a). (e) OGLE-2014-BLG-0494. Panels and symbols as in (a). (f) OGLE-2014-BLG-0589. Panels and symbols as in (a). (g) OGLE-2014-BLG-0641. Panels and symbols as in (a). (h) OGLE-2014-BLG-0667. Panels and symbols as in (a). (i) OGLE-2014-BLG-0670. Panels and symbols as in (a). (j) OGLE-2014-BLG-0678. Panels and symbols as in (a). (k) OGLE-2014-BLG-0752. Panels and symbols as in (a). (l) OGLE-2014-BLG-0772. Panels and symbols as in (a). (m) OGLE-2014-BLG-0805. Panels and symbols as in (a). (n) OGLE-2014-BLG-0807. Panels and symbols as in (a). (o) OGLE-2014-BLG-0866. Panels and symbols as in (a). (p) OGLE-2014-BLG-0874. Panels and symbols as in (a). (q) OGLE-2014-BLG-0939. Panels and symbols as in (a). (r) OGLE-2014-BLG-0944. Panels and symbols as in (a). (s) OGLE-2014-BLG-0979. Panels and symbols as in (a). (t) OGLE-2014-BLG-1021. Panels and symbols as in (a). (u) OGLE-2014-BLG-1147. Panels and symbols as in (a).

4. VISUAL REPRESENTATIONS OF SOLUTIONS

Figure 1 gives a visual representation of all the key information for 20 of the 21 events (except OGLE-2014-BLG-1049). For each event, the upper panel shows the light-curve data from all observatories. All have been aligned to OGLE fluxes (and then converted to OGLE magnitudes) in the standard fashion. That is,

$$F_{\text{OGLE,sys}} = (F - F_{B,i}) \frac{F_{S,\text{OGLE}}}{F_{S,i}} + F_{B,\text{OGLE}}, \quad (12)$$

where the F_S and F_B are determined from the fit. This panel also shows the model(s), i.e., the model light curve as seen from Earth and from *Spitzer*. Note that the model is extended beyond the range of *Spitzer* observations although *Spitzer* could not actually observe the events at these times due to Sun-angle restrictions. The $\Delta\chi^2$ values for the four solutions are

listed above this panel, always in the same order (−+, −−, ++, +−). The next panel shows the residuals.

The lower two panels show two different representations of the four parallax solutions. In each case, the solutions are color coded in order of increasing χ^2 , namely, black, red, cyan, and blue. The right panel shows the $\pi_{\text{E,geo}}$ vectors and error ellipses in the geocentric frame, i.e., those that are directly returned by the fit. As described below, the $\pi_{\text{E,geo}}$ vectors would have exactly the same lengths but slightly different directions compared to the $\pi_{\text{E,geo}}$ vectors that are shown.

In the left panel, we show the heliocentric projected velocities \tilde{v}_{hel} , defined as

$$\tilde{v}_{\text{hel}} = \tilde{v}_{\text{geo}} + \mathbf{v}_{\oplus,\perp}; \quad \tilde{v}_{\text{geo}} = \frac{\pi_{\text{E,geo}}}{\pi_{\text{E}}^2} \frac{\text{AU}}{t_{\text{E,geo}}}, \quad (13)$$

where $\mathbf{v}_{\oplus,\perp}$ is the velocity of Earth projected on the plane of the sky and evaluated at $t_{0,\oplus}$. While this quantity varies slightly from event to event in the sample, most are quite close to

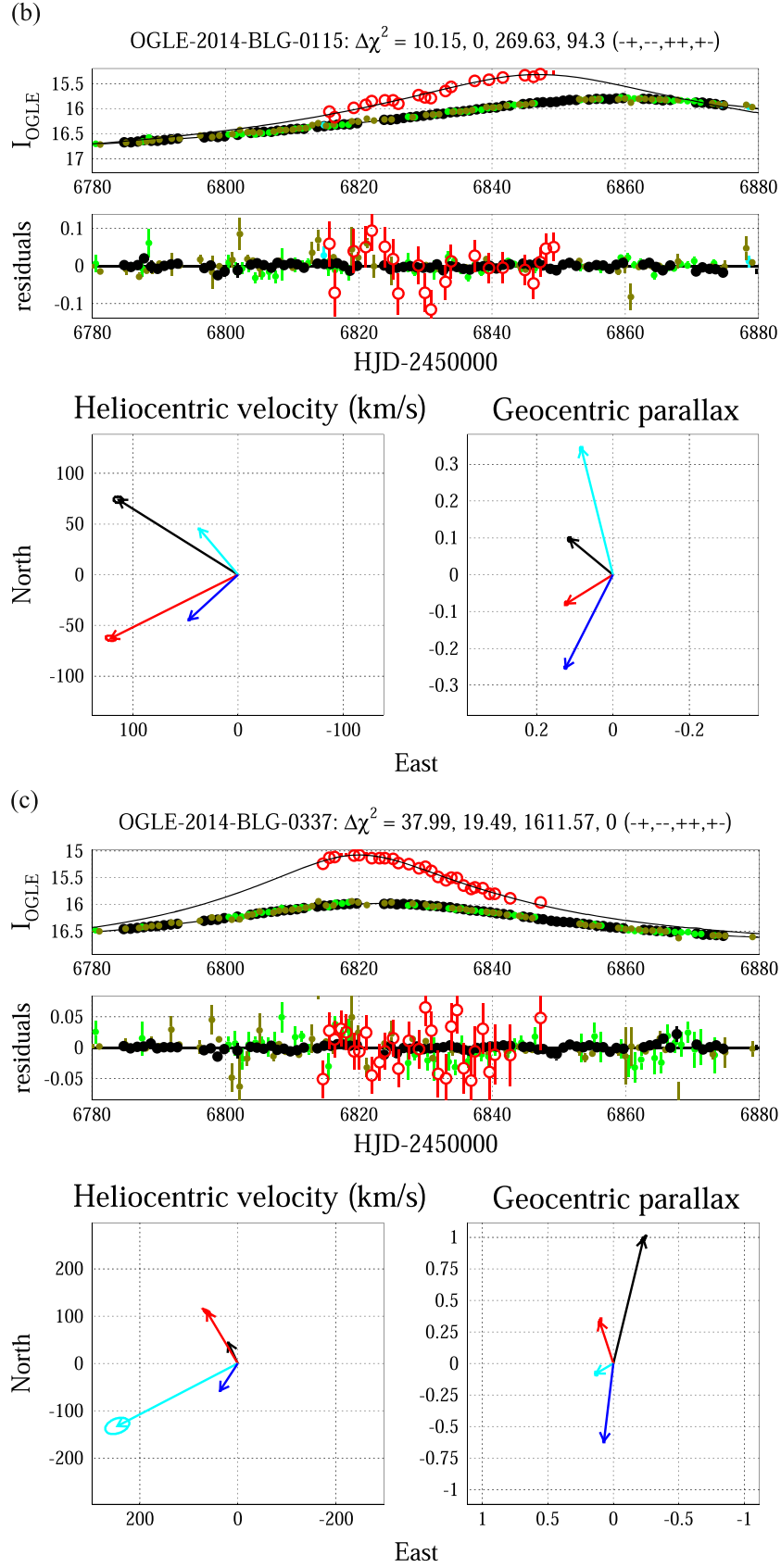


Figure 1. (Continued.)

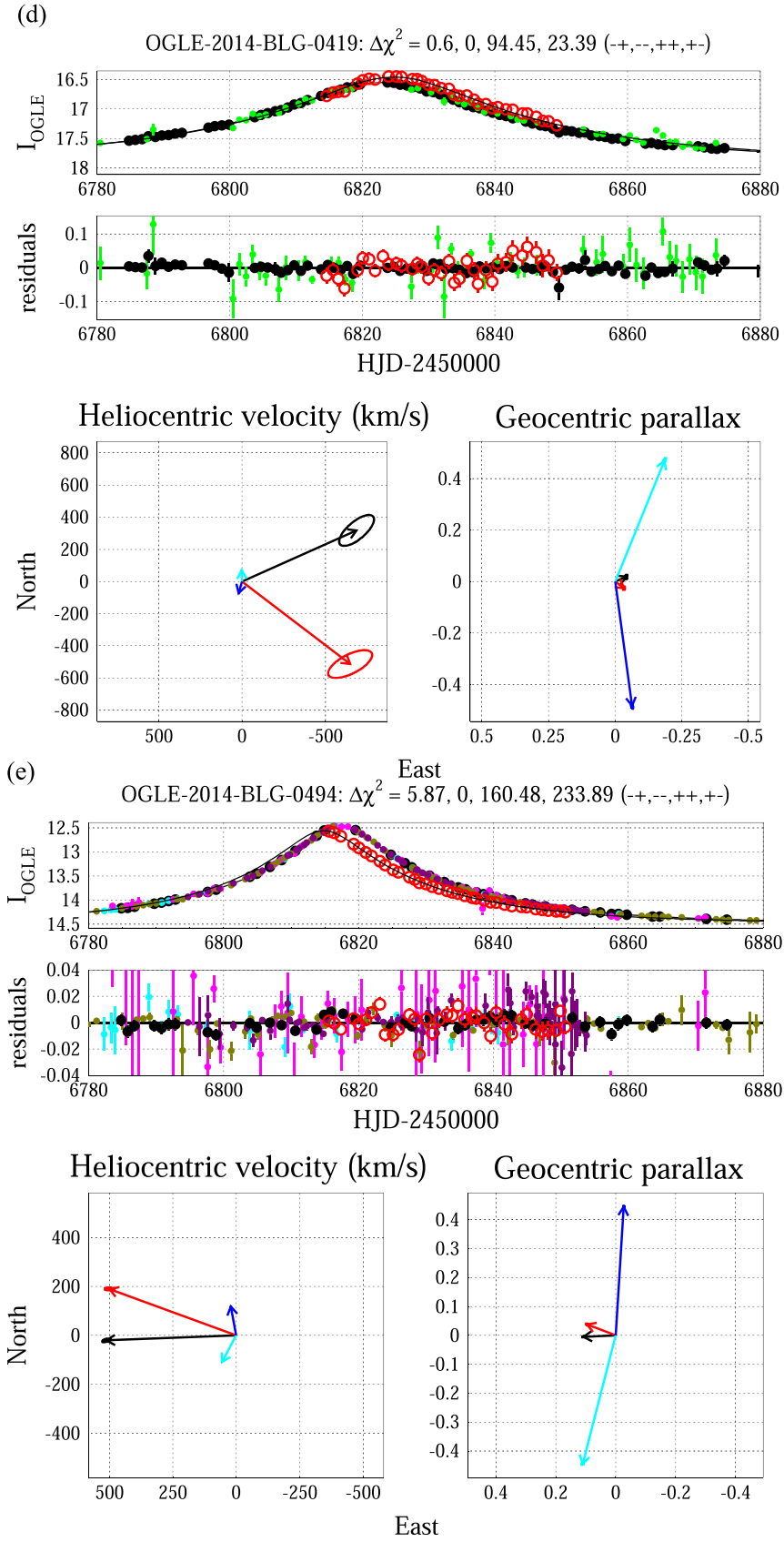


Figure 1. (Continued.)

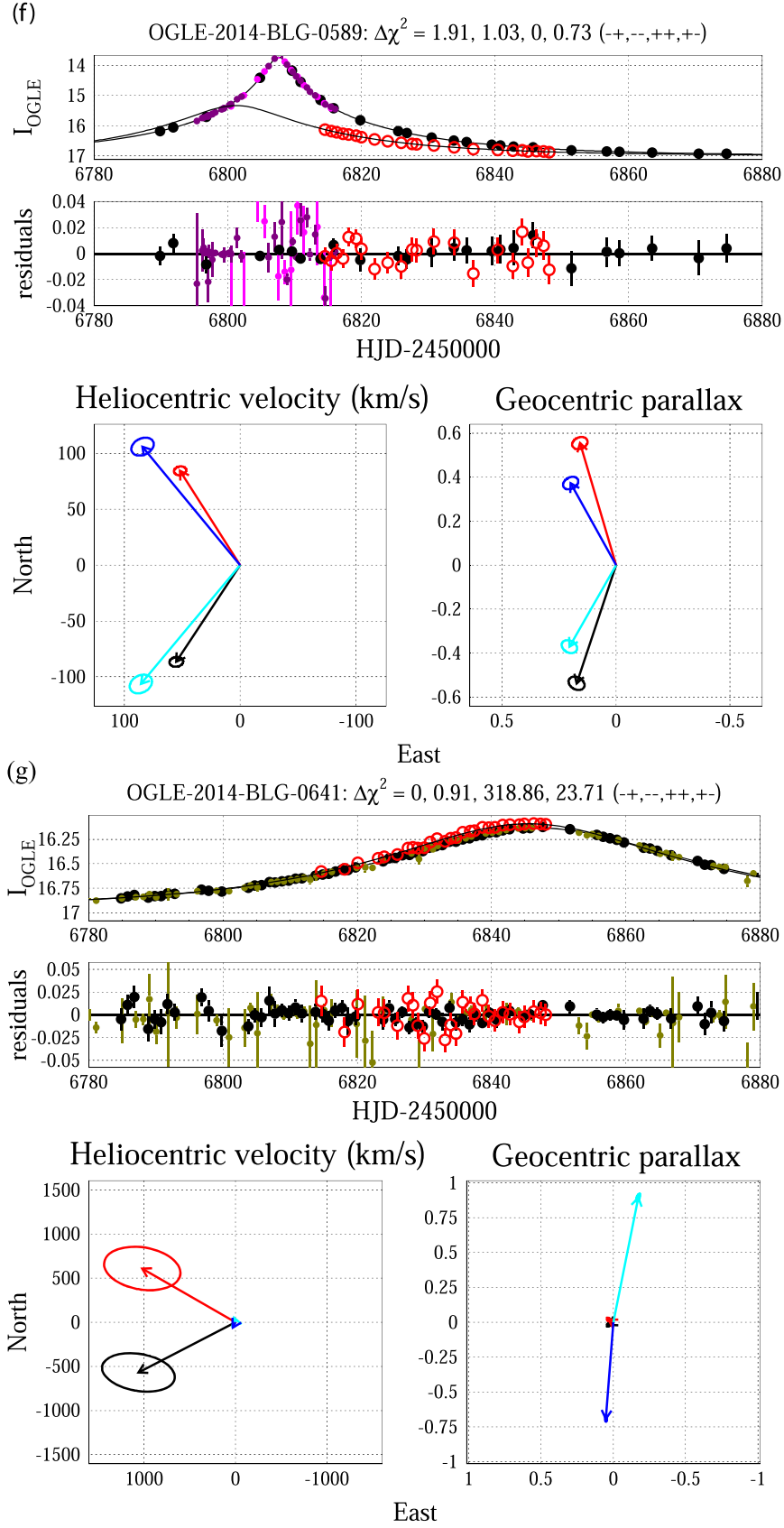


Figure 1. (Continued.)

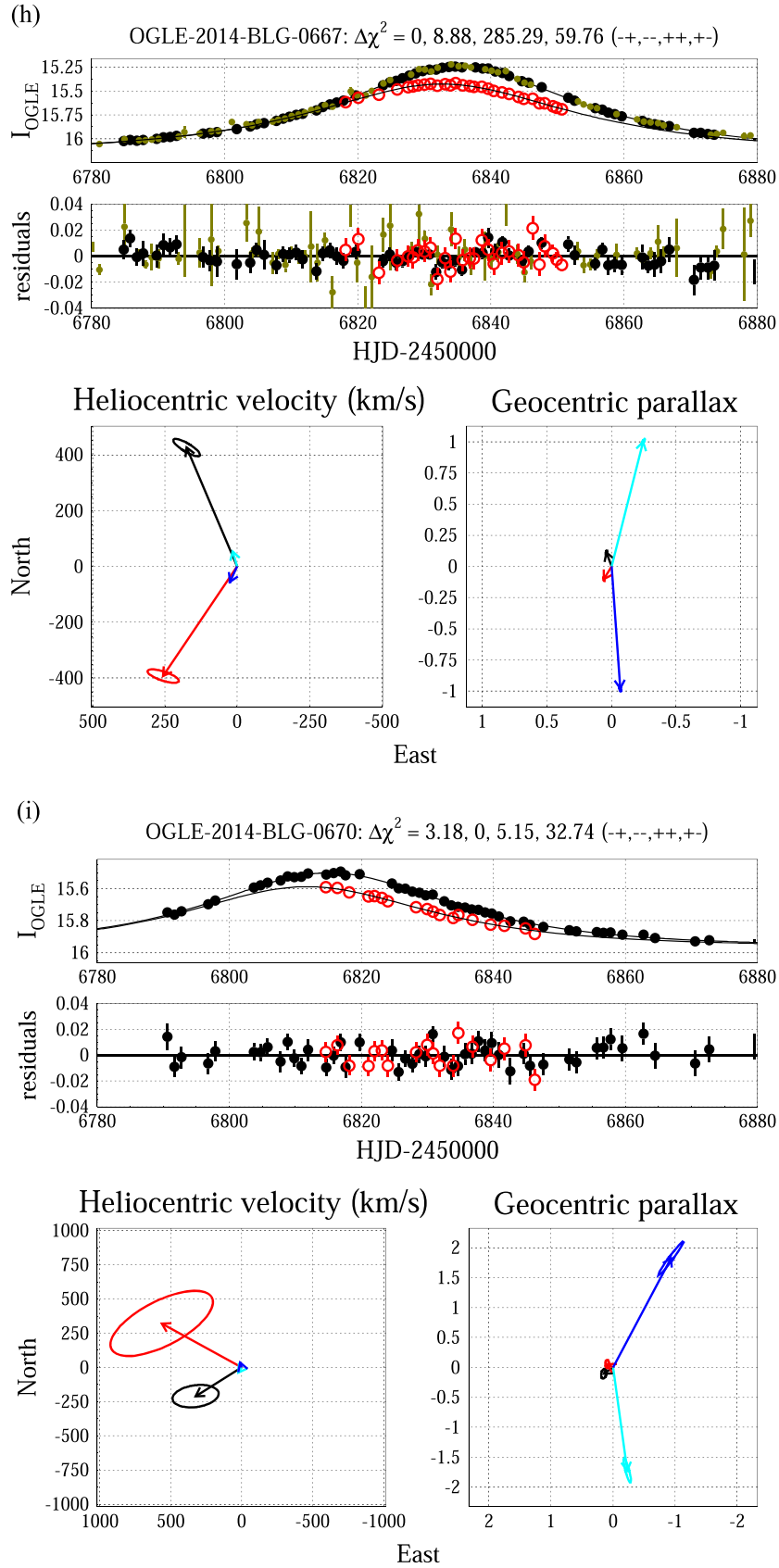


Figure 1. (Continued.)

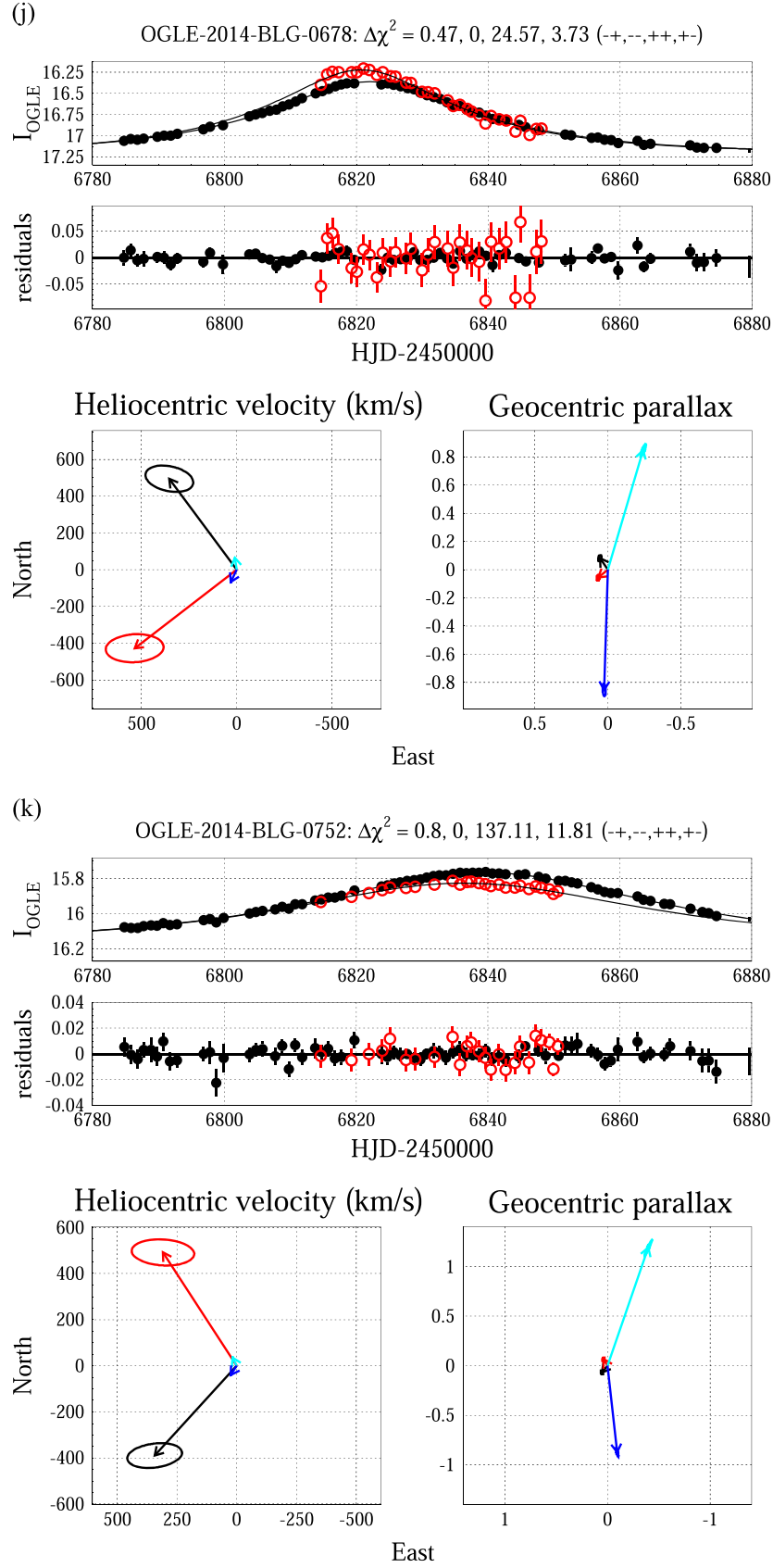


Figure 1. (Continued.)

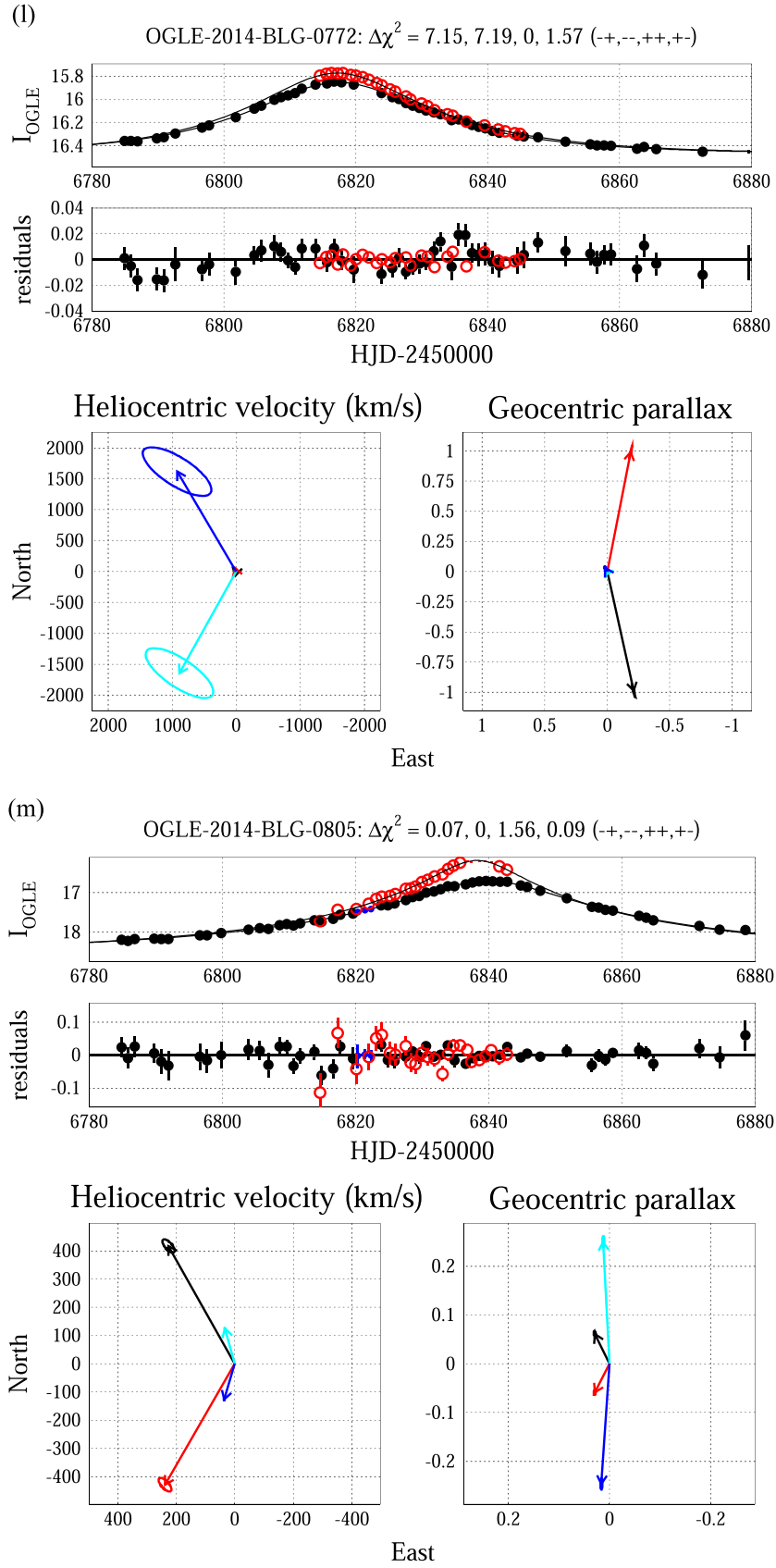


Figure 1. (Continued.)

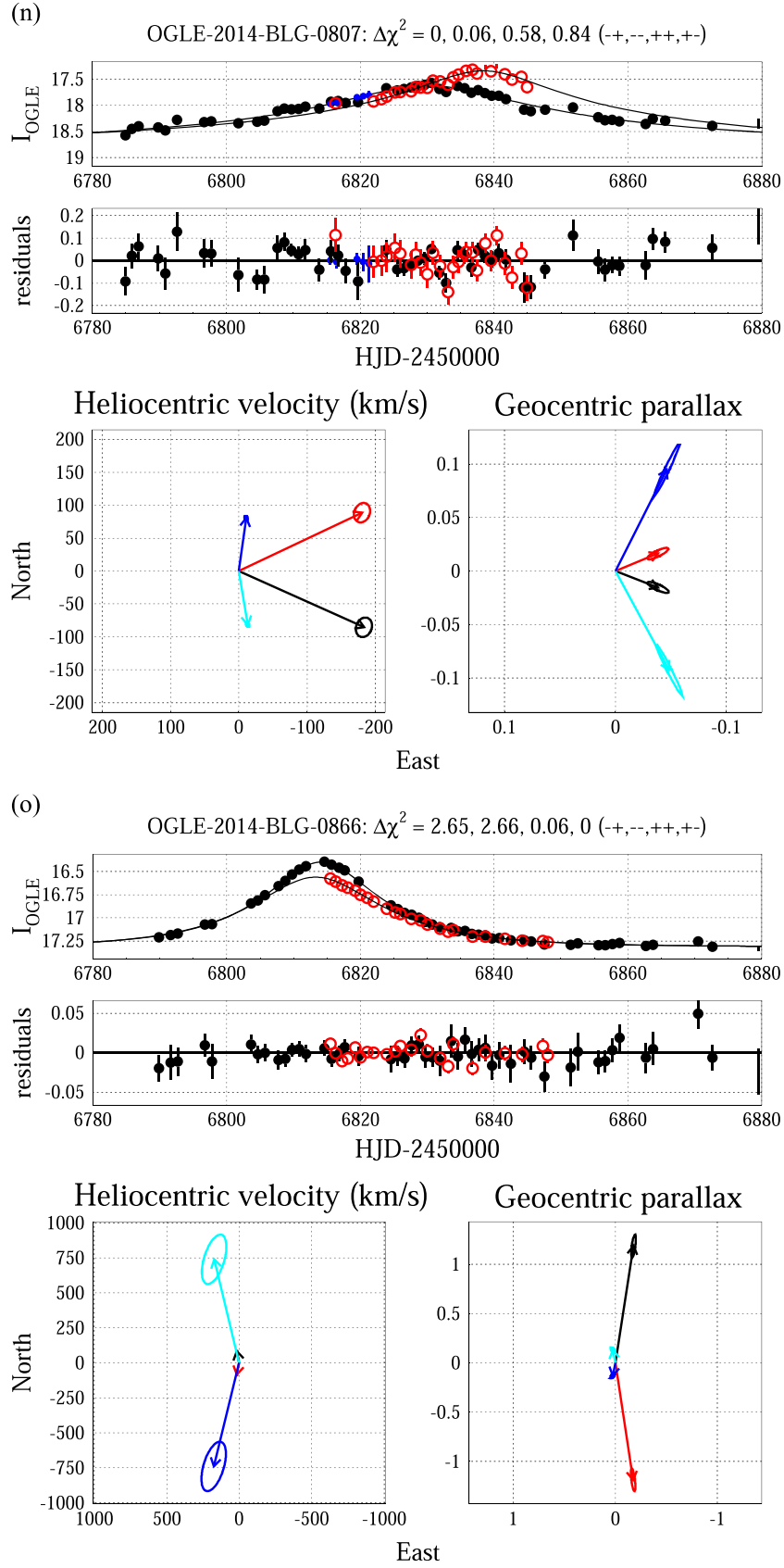


Figure 1. (Continued.)

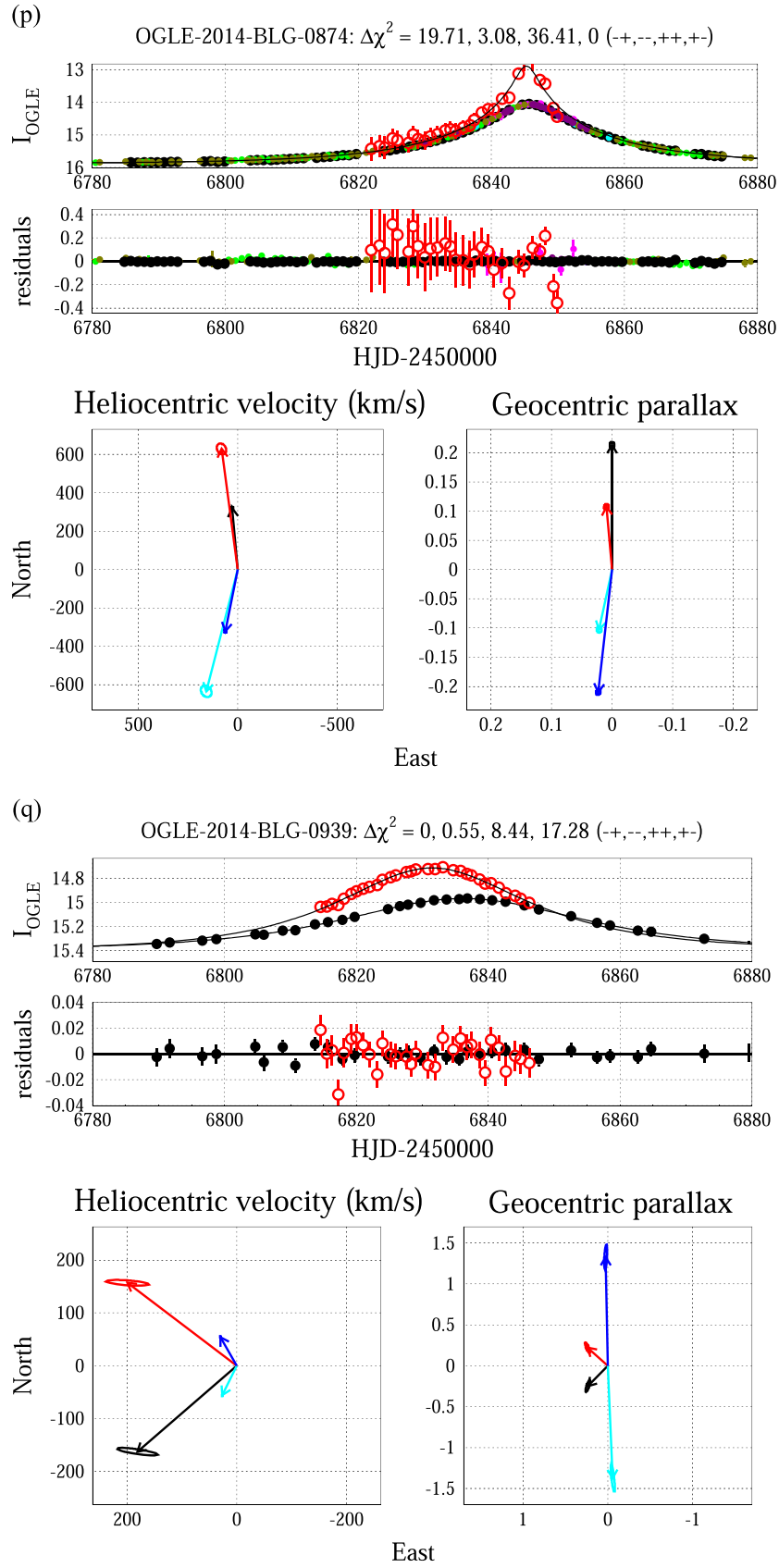


Figure 1. (Continued.)

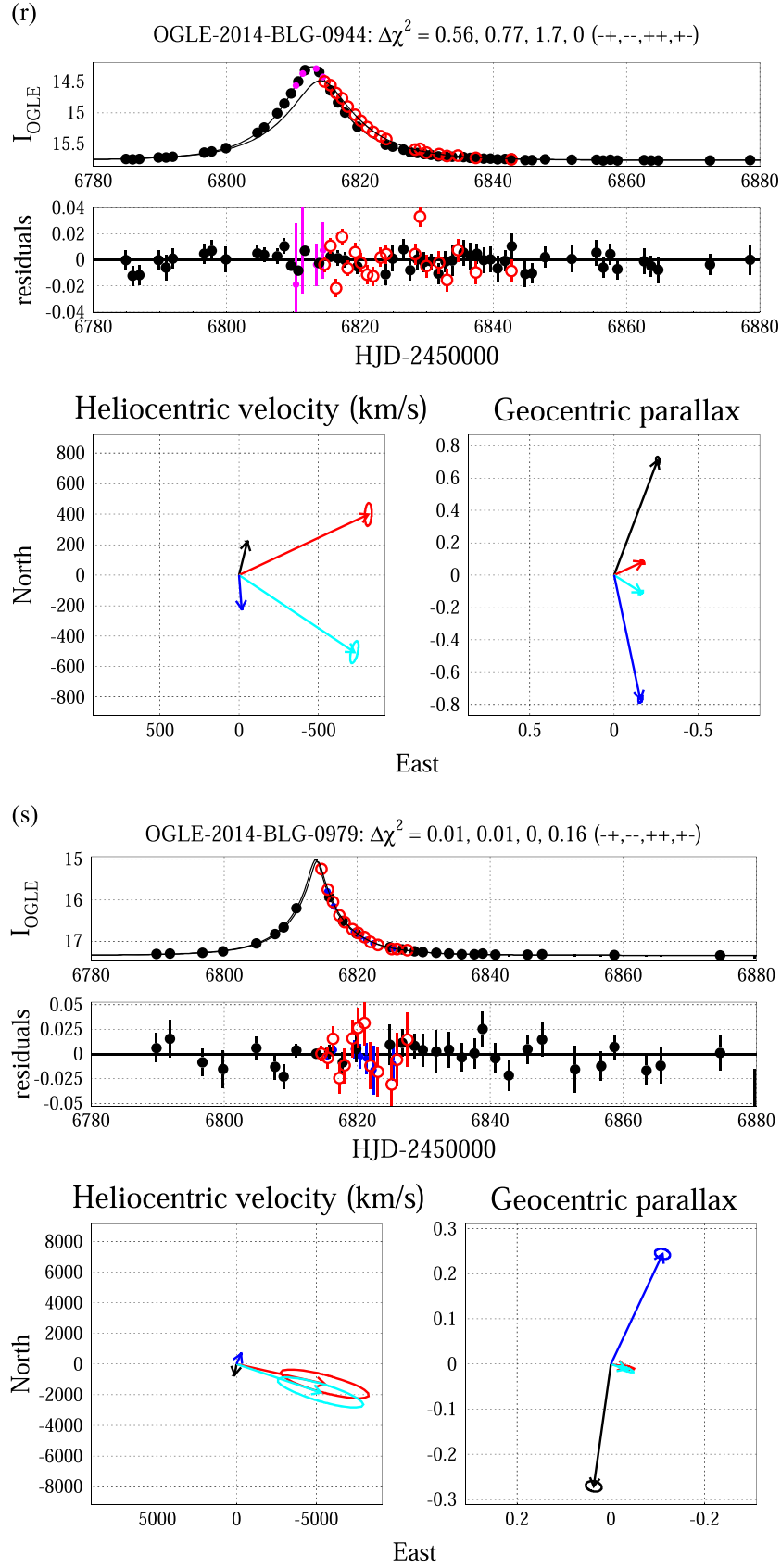


Figure 1. (Continued.)

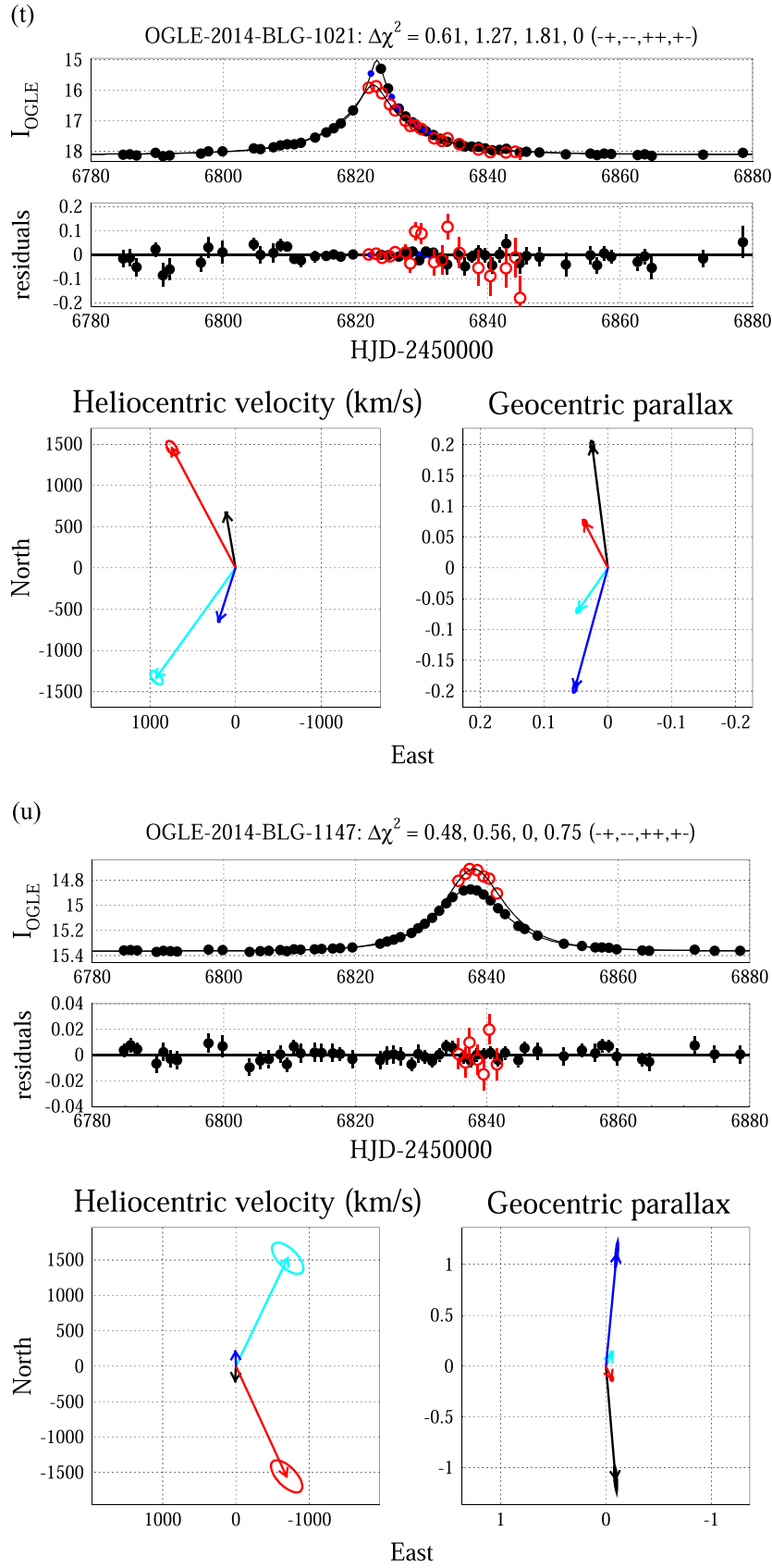


Figure 1. (Continued.)

$\mathbf{v}_{\oplus,\pm}(\mathbf{N}, \mathbf{E}) \sim (0, 30) \text{ km s}^{-1}$. Hence, $\tilde{\mathbf{v}}_{\text{geo}}$ can easily be estimated from these diagrams by eye simply by displacing all vectors by 30 km s^{-1} to the west. (For completeness we note that $\pi_{\text{E, hel}} = (\tilde{\mathbf{v}}_{\text{hel}}/\tilde{v}_{\text{hel}})\pi_{\text{E, geo}}$.)

These diagrams can be used to judge the relative plausibility of the four solutions. Consider, for example, OGLE-2014-BLG-0678. The *Spitzer* and ground-based light curves are very similar, i.e., similar t_0 and u_0 . This is what would be expected if π_{E} were very small, and indeed such small π_{E} is apparent for the black (—+) and red (—) solutions in the lower right panel. However, this panel also shows the two (+±) solutions, which have similarly small Δt_0 (so similar $\pi_{\text{E,E}}$) to the (—±) solutions, but very different Δu_0 (so $\pi_{\text{E,N}}$). These correspond roughly to $\Delta u_0 \sim \pm 2u_0$. One of these solutions can clearly be ruled out by its high $\Delta\chi^2(++) = 24.6$, but the other is only slightly disfavored, $\Delta\chi^2(+-) = 3.7$.

Nevertheless, following the previously noted argument of James Rich (Section 1.1), both of the (+±) solutions for OGLE-2014-BLG-0678 are highly disfavored. To make the general argument more concrete, we present a “worked example” for this case.

We first note the values, $|\Delta\tau| \sim 0.04$, $|\Delta u_{0,-,\pm}| \sim 0.07$, and $u_{0,\oplus} \sim 0.43$ (here $\Delta\tau \equiv \Delta t_0/t_{\text{E},\oplus}$), with therefore $|\Delta\tau| \sim |\Delta u_{0,-,\pm}|$ and additionally $|\Delta u_{0,-,\pm}| \ll |u_{0,\oplus}|$. As expected on general grounds, we also find $|\Delta u_{0,+,\pm}| \sim 0.8 \sim 2|u_{0,\oplus}|$. We therefore fall within the situation for which the Rich argument applies, $\pi_{\text{E,-}} \ll \pi_{\text{E,+}}$, and we can conclude that the $\pi_{\text{E,-}}$ solution is correct. Indeed, according to Equations (5) and (6), if $\pi_{\text{E,+}}$ were correct, with $\epsilon_0 = 0.1$ in this case, the probability of finding such a small ratio would be about $P \sim 0.5\%$.

More generally, we evaluate the impact of the Rich argument using Equation (6), which was derived in Section 1.1. The argument applies strongly (in the sense that $\pi_{\text{E},\pm\pm} \gtrsim 8\pi_{\text{E},-\pm}$, i.e., $P < 1/128$) to a total of 10 events. Of these 10, the argument is strongly confirmed by $\Delta\chi^2 > 16$ for three cases (OGLE-2014-BLG-0419, OGLE-2014-BLG-0641, OGLE-2014-BLG-0667), and moderately ($\Delta\chi^2 > 9$) and marginally ($\Delta\chi^2 > 4$) confirmed for one each, OGLE-2014-BLG-0752 and OGLE-2014-BLG-0670, respectively. For four other cases (OGLE-2014-BLG-0678, OGLE-2014-BLG-0866, OGLE-2014-BLG-0979, OGLE-2014-BLG-1147) there is no significant information from $\Delta\chi^2$. Finally, there is one case (OGLE-2014-BLG-0772) for which Rich’s argument is marginally contradicted by $\Delta\chi^2 = 7.2$.

The argument applies with moderate strength ($2.5 \lesssim \pi_{\text{E},\pm\pm}/\pi_{\text{E},-\pm} \lesssim 8$) to five events (OGLE-2014-BLG-0337, OGLE-2014-BLG-0494, OGLE-2014-BLG-0805, OGLE-2014-BLG-0807, OGLE-2014-BLG-0944). There is strong confirmation from $\Delta\chi^2$ for the third of these, strong contradiction for the second, and no information from the remaining three.

We conclude that this argument can be reliably applied only to strong cases and should be applied to moderate cases only when significantly confirmed by $\Delta\chi^2$. In particular, we note that of the six cases for which the Rich argument was strongly tested by $\Delta\chi^2$, the only case for which it was contradicted was OGLE-2014-BLG-0337, i.e., a moderate case with $\pi_{\text{E},+}/\pi_{\text{E,-}} \sim 2.5$.

Finally, we note that we have included OGLE-2014-BLG-0939 in Figure 1, which was previously analyzed by Yee et al.

(2015), to allow easy comparison with the other isolated-lens events. At the level of analysis of the current paper this would be ranked as a case for which the Rich argument is moderately applicable and is marginally confirmed by χ^2 . In fact, the source proper-motion measurement carried out by Yee et al. (2015) actually strongly confirms the (—) solution.

Figure 2 illustrates the special case of OGLE-2014-BLG-1049. The Earth-based light curve (upper panel) is quite well determined by the combination of OGLE and PLANET SAAO data, which later begin just 7 hr after the high-magnification ($u_{0,\oplus} = 0.01$, $A_{\text{max},\oplus} = 100$) peak. By contrast, the *Spitzer* data, which begin about 13 hr later, leave the peak magnification as seen by *Spitzer* relatively unconstrained. In particular, $u_{0,\text{Spitzer}}$ is consistent with zero, implying that there are a continuum of viable solutions across this “boundary” from $u_{0,\text{Spitzer}} > 0$ to $u_{0,\text{Spitzer}} < 0$ and hence a merger of the $\Delta u_{0,\pm,+}$ solutions (also of the $\Delta u_{0,\pm,-}$ solutions). The $\pi_{\text{E,geo}}$ distribution for the $\Delta u_{0,\pm,+}$ solutions is shown in the lower right panel and the corresponding $\tilde{\mathbf{v}}_{\text{hel}}$ distribution in the lower left. The $\Delta u_{0,\pm,-}$ solutions (not shown) look extremely similar and have a nearly identical χ^2 minimum.

5. DISTRIBUTION OF LENS DISTANCES

For each of the 22 isolated-lens events (21 analyzed here plus OGLE-2014-BLG-0939), we calculate the relative likelihood of the lens being at different distances and display our results in Figure 3. As explained below, the abscissa is not the lens distance but rather

$$D \equiv \frac{\text{kpc}}{\pi_{\text{rel}}/\text{mas} + 1/8.3}, \quad (14)$$

which has limiting forms

$$\begin{aligned} D &\rightarrow D_L \quad (D_L \lesssim D_S/2); \\ (8.3 \text{ kpc} - D) &\rightarrow (D_S - D_L) \quad (D_L \gtrsim D_S/2). \end{aligned} \quad (15)$$

The probability distribution is calculated using a restricted set of Bayesian priors, i.e., primarily *kinematic* priors, combined with the measured values of $\tilde{\mathbf{v}}_{\text{hel}}$ and π_{E} , as well as discrimination among the four solutions based on χ^2 and the Rich argument. That is, there are essentially three factors (in addition to the light-curve-based measurements): phase-space density, $\Delta\chi^2$ (displayed above the light curve for each event in Figure 1 and color coded in the bottom panels), and the Rich argument. As discussed in Section 4, the last was applied by suppressing the (+±) solutions, but only for the 10 “strong cases” listed there.

The phase-space density combines the observed value of $\tilde{\mathbf{v}}_{\text{hel}}$ with the kinematic priors. It is computed as an integral along the line of sight, with four factors derived from the generic rate equation “ $\Gamma = n\sigma v$.” The first is a volume element $D_L^2 \Delta D_L$. The second is the value of the expected $\tilde{\mathbf{v}}$ distribution at the measured value, which we describe below. The third is the “cross section,” which is $2\theta_{\text{E}} = 2\pi_{\text{rel}}/\pi_{\text{E}}$. Since π_{E} is constant along the integral, this factor is effectively $\propto \pi_{\text{rel}}$. The fourth is the “velocity” $\mu = \pi_{\text{rel}}\tilde{v}/\text{AU}$. Again, since \tilde{v} is constant, this term is also $\propto \pi_{\text{rel}}$. Hence, ignoring for the moment the projected-velocity distribution term, the integrand is just $(\pi_{\text{rel}}D_L)^2 \rightarrow (1 - D_L/D_S)^2$, which falls off fairly slowly in the disk and then drops rapidly in the bulge.

Table 1
Event Parameters

Event	R.A. (J2000)	Decl. (J2000)	β_{cc} (J2000)	$I - [3.6]$	<i>Spitzer</i>	Ground-based Data
OGLE-2014-BLG-	(degree)	(degree)	(degree)		(epochs)	
0099	269.607333	-28.279833	-4.94030	-0.69 ± 0.06	32	OGLE, MOA, Wise, RoboNet ^{a,b,c} , MiNDSTeP ^d
0115	269.156917	-28.515750	-5.17792	-0.86 ± 0.06	22	OGLE, MOA, Wise, MiNDSTeP ^d
0337	267.841125	-29.733250	-6.40733	...	37	OGLE, Wise
0419	269.629708	-30.100639	-6.76105	-1.01 ± 0.07	37	OGLE, Wise
0494	273.191542	-28.227139	-4.91827	-1.41 ± 0.15	43	OGLE, MOA, RoboNet ^{a,b,c} , MiNDSTeP ^{d,e}
0589	268.380625	-21.014917	2.31661	0.54 ± 0.08	23	OGLE, RoboNet ^{a,b,c} , MiNDSTeP ^e
0641	267.682667	-33.905972	-10.58165	-1.11 ± 0.06	28	OGLE, MOA
0667	272.704625	-26.418028	-3.10071	-1.20 ± 0.07	36	OGLE, MOA
0670	265.542000	-33.495472	-10.21366	1.16 ± 0.20	20	OGLE
0678	267.976667	-31.903389	-8.57554	0.03 ± 0.10	33	OGLE
0752	270.657333	-29.594694	-6.25600	-1.13 ± 0.06	29	OGLE
0772	265.581875	-23.618861	-0.34067	-0.34 ± 0.07	26	OGLE
0805	263.152708	-28.163667	-4.96693	0.34 ± 0.17	25	OGLE, PLANET
0807	265.186792	-23.863722	-0.59693	-0.86 ± 0.09	25	OGLE, PLANET
0866	268.025458	-23.409194	-0.08156	-0.47 ± 0.10	25	OGLE
0874	270.230125	-27.545861	-4.20602	-1.26 ± 0.08	34	OGLE, PLANET, MOA, Wise, RoboNet ^{a,b} , MiNDSTeP ^{d,e}
0944	263.204125	-28.439028	-5.23984	0.42 ± 0.15	19	OGLE, MiNDSTeP ^e
0979	267.682500	-35.709139	-12.38457	-1.50 ± 0.12	13	OGLE, PLANET
1021	264.315042	-29.194722	-5.95271	0.02 ± 0.10	18	OGLE, PLANET
1049	274.107125	-31.012333	-7.72275	-2.31 ± 0.06	19	OGLE, PLANET
1147	261.205875	-29.600222	-6.49370	-0.35 ± 0.08	7	OGLE

Note. For the ensemble of the 21 events we report the name, according to the OGLE naming scheme, the coordinates, the instrumental color, $I - [3.6]$, evaluated as discussed in the text, the number of epochs of *Spitzer* observations, and the ground-based data used for the analysis. The reported instrumental colors are suitable for *Spitzer* data reduced by a PRF-based analysis; for data reduced by aperture photometry we use an aperture correction factor.

^a Siding Spring LCOGT telescope (Australia).

^b Sutherland LCOGT telescope (South Africa).

^c Cerro Tololo LCOGT telescope (Chile).

^d Danish telescope, La Silla (Chile).

^e Salerno University Telescope (Italy).

All sources were assumed to be in the bulge and to have an isotropic proper-motion dispersion in the bulge frame of $\sigma_\mu = 3.0 \text{ mas yr}^{-1}$ (corresponding to $\sim 120 \text{ km s}^{-1}$) in each direction. Bulge lenses were assumed to have the same proper-motion distribution. Disk lenses were assumed to be moving with peculiar motions of dispersions 18 km s^{-1} and 33 km s^{-1} in the vertical and rotation directions relative to a flat rotation curve at $v_{\text{rot}} = 240 \text{ km s}^{-1}$. The Sun was taken to be moving at 7 and 12 km s^{-1} relative to the same rotation curve.

For disk lenses we simply assumed that the source was at $D_S = 8.3 \text{ kpc}$. Of course, these sources are actually at a range of distances, and the mean distance varies as a function of Galactic longitude due to the tilt of the Galactic bar. However, to first order, our determinations are sensitive only to π_{rel} (rather than to D_L and D_S separately), so stepping over a discrete set of D_S would just yield extremely similar distributions in π_{rel} . It is for this reason that we report the quantity “ D ” in Figure 3, which is a monotonic function of the quantity (π_{rel}) that we are actually measuring (Equation (14)). The reasons for reporting D rather than π_{rel} itself are twofold. First, π_{rel} is not commonly used as an independent variable, and hence intuition about it is not widespread. This is particularly problematic because many lenses would be bunched up at low π_{rel} . More importantly however, the figure as plotted gives direct information about D_L for essentially all lenses in the disk (just from the value of D), and it gives direct information about the distance from the lens to the source for all lenses in or near the bulge from $D_S - D_L \simeq 8.3 \text{ kpc} - D$.

For bulge lenses we conducted an integral over lens distances for each value of “ D ” by first translating this quantity into π_{rel} and then holding this fixed while allowing D_L to vary. We adopted an r^{-2} profile for the bulge, flattened in the vertical direction by a factor 0.6, and we truncated it at 2 kpc . That is, in the above integrals, we weighted by the product of the densities of the lenses and sources, according to the Galactic coordinates of the source.

Since π_E is measured, each π_{rel} implies a mass $M = \pi_{\text{rel}} / \kappa \pi_E^2$. We truncated the bulge lenses at $M > 1.1 M_\odot$ and the disk lenses at $M > 1.5 M_\odot$ due to the paucity of such stars in each population. There may be additional modest constraints on lens mass from (lack of) blended light, but we did not attempt to evaluate these.

As can be seen from Figure 3, the great majority of disk lenses have distance distributions that are relatively compact and characterized by a single peak. This can be understood by inspection of Figure 1. In many cases, one solution is strongly preferred by χ^2 . OGLE-2014-BLG-0678 provides a good example for which there is no strong preference in χ^2 between the two allowed solutions. However, one of the two solutions (black) is closely aligned with the direction of Galactic rotation (roughly 30° east of north) and so is strongly favored by the kinematic priors. The second (red) solution then contributes almost nothing to the total probability. OGLE-2014-BLG-0670 provides another instructive case. Here the kinematically preferred solution (red) is marginally disfavored by $\Delta\chi^2 = 3.2$. These two factors roughly cancel, but the two solutions predict very similar distance distributions, so the

Table 2
Event Fit Parameters

Event	$\Delta\chi^2$	$t_0 - 6800$ HJD	u_0	t_E	$\pi_{E,N}$	$\pi_{E,E}$	$\tilde{v}_{\text{hel, N}}$	$\tilde{v}_{\text{hel, E}}$	I_{OGLE}	f_{OGLE}^a	$\text{mag}_{\text{Spitzer}}^b$	f_{Spitzer}^a
OGLE-2014-BLG-		-2,450,000		day			(km s ⁻¹)	(km s ⁻¹)				
0099	17.3	76.910	0.3828	116.2	-0.0823	0.2060	-26.7	82.9	16.831	0.147	17.849	0.230
		0.383	0.0067	1.3	0.0045	0.0033	1.0	1.5	0.026	0.028	0.078	0.161
	0.0	76.920	-0.4075	111.1	0.1092	0.2157	27.3	78.0	16.734	0.049	17.748	0.140
		-0.407	0.0057	1.0	0.0056	0.0036	1.0	1.4	0.021	0.021	0.071	0.137
	241.5	76.949	0.2033	178.2	-0.2468	0.1594	-29.6	38.4	17.728	1.618	19.042	3.534
		0.203	0.0023	1.6	0.0025	0.0022	0.2	0.2	0.015	0.035	0.047	0.385
	203.0	76.713	-0.2962	127.1	0.3698	0.1551	29.5	33.6	17.214	0.632	18.558	1.368
		-0.296	0.0029	0.9	0.0039	0.0024	0.2	0.2	0.013	0.020	0.051	0.254
	0115	59.612	0.2687	105.6	-0.0777	0.1215	-62.6	121.3	17.303	0.187	18.170	0.378
		0.269	0.0036	1.0	0.0050	0.0039	2.6	4.7	0.018	0.020	0.069	0.196
0115	0.0	59.645	-0.2867	100.5	0.0963	0.1128	73.9	113.9	17.212	0.091	18.094	0.332
		-0.287	0.0033	0.8	0.0057	0.0040	3.1	4.6	0.016	0.016	0.063	0.179
	269.6	59.257	0.2011	129.0	-0.2519	0.1232	-44.4	46.7	17.693	0.701	18.818	1.704
		0.201	0.0022	1.1	0.0034	0.0024	0.4	0.5	0.014	0.021	0.052	0.334
	94.3	59.395	-0.2622	102.9	0.3416	0.0824	45.1	36.8	17.337	0.225	18.375	0.362
		-0.262	0.0027	0.8	0.0049	0.0033	0.4	0.5	0.014	0.015	0.056	0.227
	0337	22.967	0.5315	45.0	-0.0790	0.1298	-131.9	245.7	16.759	-0.021	15.711	-0.381
		0.531	0.0077	0.4	0.0152	0.0088	17.2	24.5	0.024	0.022	0.084	0.091
	19.5	23.016	-0.5465	44.4	0.3282	0.1015	108.3	62.8	16.711	-0.063	16.670	1.242
		-0.547	0.0079	0.4	0.0294	0.0102	6.4	7.6	0.024	0.021	0.157	0.439
0337	1611.6	22.472	0.4691	48.8	-0.6151	0.0715	-57.1	35.8	16.959	0.178	18.399	14.687
		0.469	0.0056	0.4	0.0091	0.0039	0.5	0.4	0.019	0.021	0.078	1.295
	0.0	23.022	-0.6558	38.9	0.9844	-0.2310	42.7	19.1	16.385	-0.306	16.616	1.036
		-0.656	0.0121	0.5	0.0295	0.0208	1.1	0.4	0.034	0.022	0.161	0.427
	0419	22.886	0.2401	48.6	-0.0253	-0.0334	-513.3	-648.8	18.202	0.328	19.391	0.430
		0.240	0.0048	0.7	0.0071	0.0033	86.6	132.2	0.026	0.031	0.058	0.136
	0.0	22.896	-0.2414	48.4	0.0185	-0.0417	318.3	-687.2	18.195	0.320	19.400	0.441
		-0.241	0.0049	0.7	0.0077	0.0032	96.5	104.5	0.026	0.031	0.058	0.136
	94.4	22.763	0.2345	49.4	-0.4832	-0.0630	-70.9	19.8	18.230	0.363	19.447	0.578
		0.235	0.0047	0.7	0.0114	0.0040	1.1	0.4	0.026	0.032	0.058	0.144
0419	23.4	22.954	-0.2549	46.5	0.4700	-0.1851	68.9	2.1	18.122	0.234	19.419	0.325
		-0.255	0.0052	0.6	0.0107	0.0058	1.0	0.4	0.027	0.030	0.059	0.141
	0494	17.310	0.1540	33.2	0.0381	0.0953	189.5	499.7	14.493	-0.004	16.138	0.212
		0.154	0.0005	0.1	0.0027	0.0029	5.4	18.8	0.004	0.004	0.016	0.021
	0.0	17.306	-0.1539	33.3	-0.0048	0.1074	-20.4	511.8	14.493	-0.003	16.129	0.204
		-0.154	0.0005	0.1	0.0018	0.0037	7.3	17.0	0.004	0.004	0.017	0.021
	160.5	17.278	0.1547	33.2	-0.4448	0.1101	-109.0	55.6	14.488	-0.008	16.131	0.216
		0.155	0.0005	0.1	0.0028	0.0029	0.8	0.4	0.004	0.004	0.016	0.021
	233.9	17.340	-0.1552	33.1	0.4445	-0.0276	118.5	21.0	14.482	-0.014	16.199	0.268
		-0.155	0.0005	0.1	0.0032	0.0022	0.7	0.7	0.004	0.004	0.016	0.022
0589	1.9	7.622	0.0518	33.9	0.3727	0.1983	106.1	84.3	16.942	-0.052	16.703	0.118
		0.052	0.0006	0.3	0.0286	0.0333	8.0	9.7	0.012	0.010	0.070	0.075
	1.0	7.624	-0.0516	34.0	-0.3700	0.2040	-106.3	85.7	16.946	-0.049	16.657	0.071
		-0.052	0.0006	0.3	0.0293	0.0337	8.3	9.6	0.012	0.010	0.071	0.073
	0.0	7.624	0.0517	34.1	-0.5368	0.1728	-86.6	55.2	16.945	-0.049	16.639	0.051
		0.052	0.0006	0.3	0.0303	0.0350	4.4	5.9	0.012	0.010	0.072	0.072
	0.7	7.622	-0.0519	33.9	0.5544	0.1583	84.4	51.8	16.939	-0.054	16.701	0.115
		-0.052	0.0006	0.3	0.0277	0.0335	4.0	5.3	0.012	0.010	0.071	0.075
	0641	46.959	0.5398	38.6	-0.0182	0.0333	-568.5	1062.6	16.876	-0.071	18.015	0.311
		0.540	0.0162	0.7	0.0106	0.0100	218.1	398.3	0.050	0.043	0.080	0.110
0641	0.9	46.974	-0.5411	38.6	0.0202	0.0327	610.3	1021.2	16.871	-0.075	17.992	0.277
		-0.541	0.0163	0.7	0.0121	0.0103	246.1	418.0	0.050	0.043	0.077	0.104
	318.9	46.465	0.4434	42.9	-0.6919	0.0509	-60.2	32.1	17.197	0.251	18.614	1.451
		0.443	0.0116	0.7	0.0194	0.0069	0.8	0.7	0.041	0.047	0.064	0.165
	23.7	46.971	-0.5893	35.1	0.8950	-0.1728	51.0	17.5	16.722	-0.193	17.882	0.028
		-0.589	0.0188	0.7	0.0286	0.0140	0.8	0.5	0.055	0.041	0.082	0.097
	0667	35.115	0.4672	32.3	0.1128	0.0386	426.1	174.8	16.161	0.022	17.280	0.224
		0.467	0.0096	0.4	0.0135	0.0061	31.2	46.1	0.032	0.030	0.075	0.106
	8.9	35.093	-0.4656	32.4	-0.1021	0.0588	-392.9	255.8	16.166	0.027	17.311	0.275
		-0.466	0.0095	0.4	0.0146	0.0050	23.9	54.2	0.032	0.031	0.075	0.109
0667	285.3	34.818	0.4739	31.7	-0.9800	-0.0669	-54.9	25.5	16.137	0.000	17.485	0.553
		0.474	0.0102	0.4	0.0234	0.0086	0.8	0.4	0.034	0.031	0.076	0.132

Table 2
(Continued)

Event	$\Delta\chi^2$	$t_0 - 6800$ HJD	u_0	t_E	$\pi_{E,N}$	$\pi_{E,E}$	$\tilde{v}_{\text{hel, N}}$	$\tilde{v}_{\text{hel, E}}$	I_{OGLE}	f_{OGLE}^a	$\text{mag}_{\text{Spitzer}}^b$	f_{Spitzer}^a
OGLE-2014-BLG-		-2,450,000		day			(km s ⁻¹)	(km s ⁻¹)				
0670	59.8	34.999	-0.5000	30.6	1.0009	-0.2452	53.8	16.2	16.050	-0.078	17.261	0.144
		-0.500	0.0111	0.4	0.0231	0.0122	0.8	0.3	0.036	0.031	0.079	0.109
	3.2	15.144	0.7697	25.6	0.0557	0.0928	321.4	564.3	16.049	0.084	14.946	0.539
		0.770	0.0934	2.0	0.0697	0.0300	238.6	360.8	0.239	0.239	0.296	0.425
	0.0	15.105	-0.7478	26.2	-0.1053	0.1485	-210.1	325.2	16.106	0.142	14.777	0.310
0678		-0.748	0.0890	2.0	0.0809	0.0436	82.1	162.6	0.232	0.243	0.291	0.355
	5.2	14.597	0.7250	27.0	-1.7211	-0.2294	-36.5	23.9	16.162	0.203	14.978	0.579
		0.725	0.0881	2.1	0.2054	0.0596	2.1	0.7	0.233	0.258	0.289	0.428
	32.7	15.481	-0.9690	21.9	1.8265	-0.9361	34.4	11.3	15.560	-0.309	14.635	0.074
		-0.969	0.1709	2.5	0.2888	0.2070	2.5	0.6	0.391	0.248	0.437	0.453
0752	0.5	22.017	0.4260	30.3	-0.0556	0.0660	-426.8	536.0	17.467	0.267	17.381	0.309
		0.426	0.0212	1.0	0.0199	0.0105	76.4	151.7	0.076	0.088	0.107	0.156
	0.0	22.034	-0.4284	30.2	0.0810	0.0532	494.6	353.8	17.459	0.257	17.389	0.313
		-0.428	0.0214	1.0	0.0212	0.0117	71.5	125.6	0.076	0.088	0.108	0.156
	24.6	21.863	0.4149	30.8	-0.8523	0.0245	-65.7	31.0	17.506	0.312	17.413	0.383
0772		0.415	0.0207	1.0	0.0455	0.0111	1.9	0.9	0.075	0.091	0.107	0.162
	3.7	22.111	-0.4541	29.0	0.8474	-0.2429	65.2	10.5	17.367	0.155	17.395	0.215
		-0.454	0.0235	1.0	0.0446	0.0193	1.8	0.7	0.081	0.086	0.111	0.160
	0.8	39.353	0.6781	39.7	0.0669	0.0381	491.7	309.0	16.682	0.609	17.816	0.409
		0.678	0.0500	1.9	0.0165	0.0106	56.8	131.1	0.138	0.204	0.154	0.209
0805	0.0	39.311	-0.6611	40.5	-0.0664	0.0537	-389.6	343.6	16.730	0.681	17.857	0.474
		-0.661	0.0482	1.9	0.0189	0.0107	53.7	114.8	0.134	0.208	0.149	0.212
	137.1	38.384	0.4633	49.7	-0.8725	-0.0944	-39.7	24.8	17.340	1.949	18.565	1.878
		0.463	0.0261	1.9	0.0469	0.0132	0.8	0.4	0.090	0.244	0.107	0.307
	11.8	38.951	-0.7303	36.1	1.1933	-0.3988	35.8	16.9	16.537	0.408	17.682	0.079
0807		-0.730	0.0564	1.9	0.0831	0.0384	0.9	0.2	0.149	0.193	0.163	0.183
	7.2	17.428	0.4645	26.9	-0.0308	0.0161	-1643.0	886.4	17.066	0.727	17.353	0.417
		0.464	0.0308	1.1	0.0124	0.0046	404.1	528.5	0.104	0.166	0.089	0.112
	7.2	17.429	-0.4644	26.9	0.0304	0.0168	1618.8	923.9	17.066	0.727	17.353	0.417
		-0.464	0.0308	1.1	0.0125	0.0046	394.7	536.3	0.104	0.166	0.089	0.112
0866	0.0	17.403	0.4684	26.8	-0.9883	-0.2107	-63.3	15.7	17.051	0.703	17.403	0.462
		0.468	0.0308	1.1	0.0583	0.0150	1.3	0.3	0.104	0.162	0.084	0.111
	1.6	17.415	-0.4687	26.8	0.9903	-0.1883	62.1	17.0	17.050	0.701	17.412	0.472
		-0.469	0.0308	1.1	0.0583	0.0136	1.3	0.2	0.104	0.162	0.084	0.111
	0.1	39.907	0.1794	55.8	-0.0586	0.0289	-428.4	238.4	18.593	0.067	18.583	2.236
0874		0.179	0.0092	2.1	0.0054	0.0023	24.1	21.9	0.064	0.062	0.069	0.290
	0.0	39.919	-0.1808	55.4	0.0609	0.0288	417.1	226.3	18.582	0.056	18.588	2.241
		-0.181	0.0093	2.1	0.0056	0.0023	23.5	21.0	0.064	0.062	0.069	0.291
	1.6	39.865	0.1759	56.4	-0.2461	0.0157	-126.2	36.1	18.618	0.092	18.593	2.283
		0.176	0.0091	2.1	0.0120	0.0021	2.0	1.2	0.064	0.063	0.069	0.291
0886	0.1	39.918	-0.1823	54.8	0.2497	0.0120	124.2	34.2	18.572	0.047	18.614	2.299
		-0.182	0.0094	2.1	0.0121	0.0021	2.0	1.1	0.064	0.061	0.068	0.295
	0.0	30.101	0.0630	182.8	-0.0153	-0.0385	-85.4	-183.3	20.963	5.784	21.898	6.906
		0.063	0.0170	43.7	0.0051	0.0096	14.8	11.8	0.308	1.900	0.315	2.765
	0.1	30.103	-0.0632	182.2	0.0164	-0.0383	88.7	-180.5	20.958	5.755	21.894	6.859
0887		-0.063	0.0171	43.4	0.0053	0.0095	14.7	11.8	0.306	1.884	0.314	2.745
	0.6	30.059	0.0626	183.2	-0.0921	-0.0483	-81.5	-13.0	20.969	5.831	21.910	6.824
		0.063	0.0170	44.0	0.0248	0.0124	3.0	2.5	0.309	1.926	0.318	2.790
	0.8	30.069	-0.0636	180.5	0.0947	-0.0464	80.7	-10.8	20.951	5.717	21.890	6.612
		-0.064	0.0172	43.0	0.0253	0.0118	3.0	2.4	0.308	1.881	0.312	2.697
0888	2.7	14.116	0.4062	17.3	0.1300	0.0254	739.8	172.9	17.523	0.211	17.813	0.450
		0.406	0.0383	1.0	0.0284	0.0226	176.7	84.4	0.142	0.158	0.172	0.228
	2.7	14.115	-0.4062	17.3	-0.1298	0.0259	-740.2	175.9	17.523	0.211	17.814	0.450
		-0.406	0.0383	1.0	0.0283	0.0227	177.0	84.1	0.142	0.158	0.172	0.228
	0.1	14.119	0.4183	17.1	-1.1858	-0.1739	-84.0	16.2	17.478	0.162	17.801	0.429
0889		0.418	0.0405	1.0	0.1158	0.0220	3.4	1.5	0.147	0.157	0.175	0.229
	0.0	14.121	-0.4186	17.1	1.1861	-0.1788	83.2	15.9	17.477	0.161	17.799	0.427
		-0.419	0.0406	1.0	0.1159	0.0223	3.4	1.5	0.147	0.157	0.175	0.229
	19.7	45.665	0.1852	25.5	-0.1028	0.0212	-635.1	159.2	15.908	0.023	17.350	1.387
		0.185	0.0007	0.1	0.0052	0.0040	29.9	26.9	0.005	0.004	0.059	0.247
0890	3.1	45.668	-0.1855	25.4	0.1074	0.0092	629.0	82.1	15.906	0.021	17.377	1.456
		-0.186	0.0007	0.1	0.0049	0.0039	27.9	23.9	0.005	0.004	0.059	0.252

Table 2
(Continued)

Event	$\Delta\chi^2$	$t_0 - 6800$ HJD	u_0	t_E	$\pi_{E,N}$	$\pi_{E,E}$	$\tilde{v}_{\text{hel, N}}$	$\tilde{v}_{\text{hel, E}}$	I_{OGLE}	f_{OGLE}^a	$\text{mag}_{\text{Spitzer}}^b$	f_{Spitzer}^a
OGLE-2014-BLG-		-2,450,000		day			(km s ⁻¹)	(km s ⁻¹)				
0944	36.4	45.662	0.1850	25.5	-0.2097	0.0225	-321.0	62.7	15.910	0.024	17.382	1.494
		0.185	0.0007	0.1	0.0049	0.0038	7.5	5.7	0.005	0.004	0.058	0.253
	0.0	45.669	-0.1857	25.4	0.2132	-0.0002	319.3	28.0	15.905	0.020	17.374	1.434
		-0.186	0.0007	0.1	0.0051	0.0038	7.5	5.7	0.005	0.004	0.059	0.252
	0.6	12.751	0.2742	9.9	0.0801	-0.1700	397.2	-815.4	15.668	-0.085	15.648	0.099
		0.274	0.0077	0.2	0.0110	0.0113	75.2	21.8	0.037	0.031	0.063	0.065
	0.8	12.750	-0.2741	9.9	-0.1071	-0.1605	-505.4	-727.6	15.668	-0.084	15.638	0.089
		-0.274	0.0077	0.2	0.0103	0.0129	72.7	26.1	0.036	0.031	0.064	0.065
	1.7	12.749	0.2741	9.9	-0.7638	-0.1578	-220.9	-16.7	15.669	-0.084	15.605	0.056
		0.274	0.0077	0.2	0.0245	0.0122	2.7	4.6	0.036	0.031	0.065	0.064
0979	0.0	12.752	-0.2744	9.9	0.7075	-0.2602	217.6	-51.5	15.667	-0.085	15.700	0.151
		-0.274	0.0077	0.2	0.0231	0.0105	2.1	4.7	0.037	0.031	0.061	0.066
	0.0	13.737	0.1064	8.9	-0.0076	-0.0330	-1291.2	-5550.2	17.460	0.108	18.925	-0.162
		0.106	0.0044	0.3	0.0046	0.0166	941.7	2774.6	0.049	0.050	0.088	0.076
	0.0	13.737	-0.1064	8.9	-0.0114	-0.0326	-1849.3	-5277.8	17.460	0.108	18.925	-0.162
		-0.106	0.0044	0.3	0.0070	0.0160	988.5	2699.6	0.049	0.050	0.088	0.076
	0.0	13.737	0.1064	8.9	-0.2711	0.0365	-700.9	122.9	17.461	0.109	18.905	-0.173
		0.106	0.0044	0.3	0.0116	0.0170	10.8	45.3	0.049	0.050	0.088	0.076
	0.2	13.738	-0.1065	8.9	0.2440	-0.1105	660.7	-270.1	17.460	0.107	18.948	-0.150
		-0.106	0.0044	0.3	0.0113	0.0162	27.2	37.6	0.049	0.050	0.087	0.077
1021	0.6	23.214	0.0604	13.2	0.0729	0.0359	1451.7	744.3	18.072	-0.028	17.998	2.126
		0.060	0.0027	0.4	0.0051	0.0031	86.9	66.1	0.047	0.042	0.056	0.172
	1.3	23.214	-0.0604	13.2	-0.0680	0.0458	-1331.6	926.6	18.072	-0.028	17.992	2.111
		-0.060	0.0027	0.4	0.0049	0.0035	81.5	72.2	0.047	0.042	0.057	0.172
	1.8	23.214	0.0604	13.2	-0.1940	0.0513	-635.1	196.8	18.073	-0.028	17.987	2.098
		0.060	0.0027	0.4	0.0088	0.0035	16.9	9.0	0.047	0.042	0.057	0.172
	0.0	23.214	-0.0604	13.2	0.1973	0.0243	656.1	110.4	18.072	-0.028	18.004	2.141
		-0.060	0.0027	0.4	0.0089	0.0029	16.9	8.9	0.047	0.042	0.056	0.173
	0.5	37.488	0.7191	7.7	-0.1197	-0.0554	-1554.7	-689.8	15.487	0.121	15.834	0.756
		0.719	0.0854	0.6	0.0254	0.0112	225.8	213.7	0.227	0.234	0.240	0.415
1147	0.6	37.489	-0.7192	7.7	0.1202	-0.0576	1523.3	-703.0	15.487	0.120	15.833	0.751
		-0.719	0.0854	0.6	0.0256	0.0115	220.8	213.8	0.227	0.234	0.240	0.414
	0.0	37.484	0.7192	7.7	-1.1089	-0.0929	-204.9	11.3	15.487	0.120	15.833	0.767
		0.719	0.0854	0.6	0.1326	0.0146	9.5	2.2	0.227	0.234	0.240	0.416
	0.8	37.491	-0.7206	7.7	1.0986	-0.1023	201.6	9.2	15.483	0.116	15.829	0.726
		-0.721	0.0858	0.6	0.1314	0.0150	9.5	2.2	0.228	0.234	0.241	0.412

Note. Fit parameters for the ensemble of 20 out the 21 events discussed in the text. For the analysis of OGLE-2014-BLG-1049 we refer to the text and Figure 2. For each event we report the four solutions in the order $-+$, $--$, $++$, $+-$. The light curves and the ellipses for each solution for the heliocentric velocity and the parallax are show in Figure 1.

^a f indicates the ratio of blend to source flux.

^b Instrumental magnitude.

combined probability distribution function is only slightly broadened by the ambiguity. In fact, of all the lenses in the sample, there are only two that are double-peaked: OGLE-2014-BLG-0944 and OGLE-2014-BLG-1021. In both cases, the $(-\pm)$ solutions correspond to bulge lenses while the $(+\pm)$ solutions correspond to disk lenses. And in both cases, χ^2 does very little to discriminate between possible solutions. Hence, we treat the bulge and disk solutions as equally likely in each case. The resulting double-peaked probability distributions are shown as bold dashed curves in Figure 3. Of the six other bulge-lens events, one has somewhat double-peaked features due to slightly different \tilde{v} and the fact that the direction of \tilde{v} does not differentiate between solutions for bulge lenses (because of the assumed isotropy of proper motions).

Note that the Galactic model used for the distance measurements is simplified in a number of respects. First, there is no weighting by an assumed lens mass function, which

is equivalent to assuming a flat prior in log mass. Second, for the disk lenses, there is no weighting by stellar density, which is equivalent to assuming that the declining density with distance from the plane due to the vertical scale height exactly cancels the increasing density as one approaches the Galactic center due to the radial scale length. And of course, we do not attempt to model even finer details, such as varying velocity dispersion, changing scale heights, etc.

We do not develop more sophisticated models for three reasons. First, we wish to demonstrate the power of kinematic priors (combined with \tilde{v} measurements) alone to constrain the distances to individual lenses. This point has been made before theoretically (Han & Gould 1995), but has never been demonstrated practically.

Second, the distance measurements individually, and especially cumulatively, are robust against modest changes in assumptions. For example, if v_{rot} is changed from 240 to

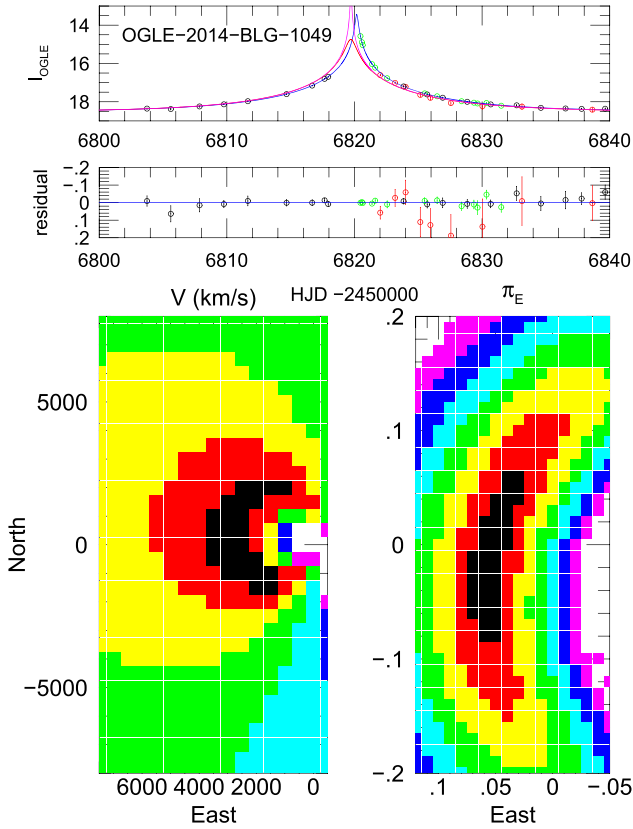


Figure 2. Top panel: OGLE-2014-BLG-1049 light curves for OGLE (black), PLANET SAAO (green), and *Spitzer* (red) data. Ground-based model (blue) is well defined, but many models are consistent with *Spitzer* data (e.g., red and magenta curves). Middle panel: residuals. Lower panel: $\Delta\chi^2$ offsets (1, 4, 9, ...) from minimum for geocentric parallax $\pi_{\text{E,geo}}$ (right) and heliocentric proper motion \vec{v}_{hel} (left) for $u_{0,\oplus} > 0$ solution (merger of $\Delta u_{0,\pm,+}$ solutions). The $\Delta u_{0,\pm,-}$ solutions (not shown) are extremely similar. Because $u_{0,\text{Spitzer}}$ is more poorly defined than $t_{0,\text{Spitzer}}$, Δu_0 is relatively uncertain, which translates directly into uncertainty in $\pi_{\text{E,north}}$ because the Earth-*Spitzer* axis is almost due east-west.

220 km s^{-1} , then the resulting version of Figure 3 is indistinguishable by eye from the current one. As another example, we have recomputed the distance distributions in Figure 3 using more realistic mass priors $dN/d \ln M \propto M^{-x}$, with $x = 0.3$ (1.3) for $M > (<) 0.5 M_{\odot}$ for the disk and $x = 1$ (0.3) for $M > (<) 0.7 M_{\odot}$ for the bulge. We plot the resulting cumulative distributions in Figure 3 with (solid) and without (bold) mass-function priors and note that they hardly differ. The reason for this is that over the regions of parameter space permitted by the kinematic priors, the mass priors generally do not vary very much.

Third, the proper context to study the impact of model variations is within a determination of the Galactic distribution of planets. As we discuss in Section 6 immediately below, such a measurement will require additional data.

6. PATHWAY TO GALACTIC DISTRIBUTION OF PLANETS

Figure 3 shows the cumulative distribution of D (monotonic function of π_{rel}), constructed by adding together all the lens probability distributions and normalizing to unity. The position of the one planet in the *Spitzer* sample (OGLE-2014-BLG-0124; Udalski et al. 2015) is also shown. Of course, nothing

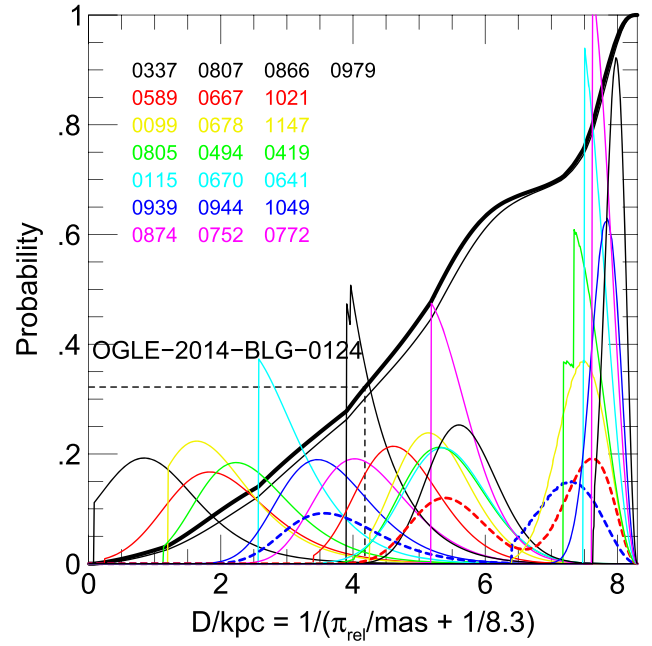


Figure 3. Distance estimates for each of the 21 lenses analyzed in the present paper plus OGLE-2014-BLG-0939 previously analyzed by Yee et al. (2015). The curves indicate the individual probability distributions. The corresponding event names are listed (upper left) in order of increasing mean estimated distance and are displayed in the same color as the distribution. The abscissa represents $D \equiv \text{kpc}/(\pi_{\text{rel}}/\text{mas} + 1/8.3)$ because it is the lens-source relative parallax π_{rel} that is actually measured. With this display $D_L \sim D$ for $D \lesssim D_S/2$ and $D_S - D_L \sim 8.3 \text{ kpc} - D$ for $D \gtrsim D_S/2$. That is, the distance to the left boundary is very nearly the lens distance for the left half of the diagram and the distance to the right boundary is very nearly the distance between the lens and source for the right half. The value of D for the one planet detected by *Spitzer* in this campaign (orbiting the *lens* star in the event OGLE-2014-BLG-0124; Udalski et al. 2015) is shown by a dashed line. By merging the results of several such campaigns, one would measure the Galactic distribution of planets between the solar circle and the Galactic bulge. The calculation assumes a prior that is flat in log-mass with hard cutoffs at $M < 1.1 M_{\odot}$ (bulge) and $M < 1.5 M_{\odot}$ (disk). The cumulative distribution is shown for this calculation (bold) and also for one with a realistic mass prior (solid). The difference is extremely small because the kinematic priors completely dominate. Two events shown in bold dashed curves (OGLE-2014-BLG-0944 and OGLE-2014-BLG-1021) are the only ones with ambiguous (disk/bulge) distance determinations.

can be said about the Galactic distribution of planets based on a single planet. However, as emphasized in Section 1, events can be added from future observing campaigns by either *Spitzer* or other space observatories, with the isolated lenses forming the cumulative distribution function and the planetary events being used to measure the distance distribution of planets relative to this cumulative distribution.

Note that, in general, the individual distance measurements for the planetary events will be more accurate than for the isolated-lens events. This is because the former will mostly have measurements of θ_E (from caustic crossings and/or approaches) and thus $\pi_{\text{rel}} = \theta_E \pi_E$, while the latter will have distance estimates based on measured \vec{v}_{hel} combined with kinematic priors. However, because there are many more isolated-lens events than planetary events and because the kinematic distance estimates for the isolated lenses are relatively accurate (see Figure 3), uncertainties in the cumulative distribution function will not contribute much to uncertainties in the overall measurement. Rather, the precision of measurement of the Galactic distribution of planets will

depend directly on how many planets are detected in space-based parallax surveys.

There are essentially two ways to increase the number of planets detected in space-based campaigns. The first is simply to observe in additional years and/or with additional satellites. Both *Spitzer* and *Kepler* (in its K2 mode) are quite well suited to this task. The second is to make more intensive use of the time available for Galactic bulge observations. In the case of *Kepler* this is an automatic feature since *Kepler* observes its targets almost continuously as a matter of course. For *Spitzer* more intensive observing can increase the number of planetary detections in two ways: first by allowing more events to be monitored and second by detecting planets from space that are not detected from the ground. Because the spacecraft probes a region of the Einstein ring that is more or less separated from the one seen from the ground, it can observe planetary caustics that are not seen from the ground (Gould & Horne 2013). However, this requires that the events be observed several to many times per day as compared to roughly once per day in the present campaign.

We note that roughly 30% of the lenses in our sample are in the bulge compared to roughly 60% expected for an unbiased sample of lensing events. Qualitatively, the reason for this is clear: the delay between recognition of the events and uploading coordinates to the spacecraft biases the sample to long events, which are preferentially in the disk. The same bias (for somewhat different reasons) affects the Gould et al. (2010) sample of high-magnification events.

This bias in the sample of underlying events does not in any way bias the measurement of the Galactic distribution of planets because the planetary events are subject to the same selection effects. However, to the extent that bulge events are underrepresented in the sample, it does mean that more planetary detections will be needed to measure the bulge-versus-disk fractions compared to what would be the case if there were more bulge events. Thus, it is important to develop more aggressive methods of identifying shorter events in time to upload coordinates, to the extent that this is possible.

Finally, we note the Galactic distribution of planets must be determined from the cumulative distribution (with distance) of *planet sensitivity* of events with parallaxes, not simply the cumulative distribution of the events themselves (as in Figure 3). Such planet-sensitivity calculations are an essential feature of all microlens planet frequency analyses. See, e.g., Figure 8 of Gaudi et al. (2002) or Figures 2–4 of Gould et al. (2010). Since microlens planet sensitivity is a function of both planet-star mass ratio q and normalized separation s , such studies of the Galactic distribution of planets can in principle also yield functions of these variables. At the first stages, however, all that will be accessible is the distribution of a planet frequency that is suitably averaged over q and s .

7. CONCLUSIONS

We have measured the microlens parallaxes of 21 events that were discovered by OGLE and observed by *Spitzer*, which was located ~ 1 AU west of Earth in projection. We used kinematic priors based on a Galactic model to estimate distances to each of the lenses. In the great majority of cases, these distributions are well localized, as illustrated in Figure 3. Such localization was not guaranteed in advance because the lens distances are subject to a well-known fourfold degeneracy (Refsdal 1966; Gould 1994).

In the case of 10 of the 21 events, we were able to break the key element of this degeneracy by quantifying and testing an argument originally given by J. Rich (circa 1997, private communication). In its quantified form, this states that, provided that $\pi_{E,-} \ll \pi_{E,+}$, the $\Delta u_{0,+,\pm}$ solutions (in which the source appears on the opposite side of the lens as seen from Earth and from the satellite) are less probable than the $\Delta u_{0,-,\pm}$ solutions by a factor $\sim (\pi_{E,-}/\pi_{E,+})^2/2$. The remaining degeneracy within the $\Delta u_{0,-,\pm}$ solutions is relatively unimportant because it leads to similar distance estimates and because, at least for disk lenses, the kinematic priors usually discriminate between these two solutions. As demonstrated by Figure 3, only two of the 21 events have substantially extended probability distributions of the distance variable $D \equiv \text{kpc}/(\pi_{\text{rel}}/\text{mas} + 1/8.3)$.

We have shown that an accurate cumulative distribution function of lens distances can be constructed from our sample. This means that the distances of planets detected from the same program can be used to determine the Galactic distribution of planets. That is, the *Spitzer* sample is a fair parent sample for the planets detected, even though the sample itself is biased toward longer events (and so disk lenses). The reason that this sample is nevertheless fair is that planetary events and the non-planetary events suffer exactly the same bias because the planetary nature of the events is not known at the time the decision is made to observe them (e.g., Udalski et al. 2015). This means that this sample can be combined with future samples, including those observed in future years by *Spitzer* and *Kepler*, even though the selection biases of these samples are likely to differ radically.

Work by C.A.B. was carried out in part at the Jet Propulsion Laboratory (JPL), California Institute of Technology, under a contract with the National Aeronautics and Space Administration. Work by J.C.Y., A.G., and S.C. was supported by JPL grant 1500811. A.G. and B.S.G. were supported by NSF grant AST 1103471. A.G., B.S.G., and R.W.P. were supported by NASA grant NNX12AB99G. The OGLE project has received funding from the European Research Council under the European Community's Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013)/ ERC grant agreement no. 246678 to A.U. Work by J.C.Y. was performed under contract with the California Institute of Technology (Caltech)/Jet Propulsion Laboratory (JPL) funded by NASA through the Sagan Fellowship Program executed by the NASA Exoplanet Science Institute. Work by D.D.P. and K.L. was supported by the University of Rijeka project 13.12.1.3.02. Work by T.S. is supported by grants JSPS23103002, JSPS24253004, and JSPS26247023. Work by I.A.B. was supported by the Marsden Fund of the Royal Society of New Zealand, contract no. MAU1104. The MOA project is supported by the grant JSPS25103508 and 23340064. Work by D.M. is supported by the I-CORE program of the Planning and Budgeting Committee and the Israel Science Foundation, Grant 1829/12. D.M. and A.G. acknowledge support by the US-Israel Binational Science Foundation. The operation of the Danish 1.54 m telescope at ESO's La Silla Observatory is financed by a grant to U.G.J. from the Danish Natural Science Foundation (FNU). This publication was made possible by NPRP grants 09-476-1-078 and X-019-1-006 from the Qatar National Research Fund (a member of Qatar Foundation). O.W. (FNRS research fellow)

and J. Surdej acknowledge support from the Communauté française de Belgique—Actions de recherche concertées—Académie Wallonie-Europe. M.H. acknowledges support from the Villum Foundation. C.S. received funding from the European Union Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013) under grant agreement no. 268421. This work is based in part on observations made with the Spitzer Space Telescope, which is operated by the Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology under a contract with NASA. The research described in this publication was carried out in part at the Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, under a contract with the National Aeronautics and Space Administration.

REFERENCES

- Alard, C., & Lupton, R. H. 1998, *ApJ*, **503**, 325
- Albrow, M., Beaulieu, J.-P., Birch, P., et al. 1998, *ApJ*, **509**, 687
- Bond, I. A., Abe, F., Dodd, R. J., et al. 2001, *MNRAS*, **327**, 868
- DePoy, D. L., Atwood, B., Belville, S. R., et al. 2003, *SPIE*, **4841**, 827
- Dominik, M., Jørgensen, U. G., Rattenbury, N. J., et al. 2010, *AN*, **331**, 671
- Dong, S., Udalski, A., Gould, A., et al. 2007, *ApJ*, **664**, 862
- Fazio, G. G., Hora, J. L., Allen, L. E., et al. 2004, *ApJS*, **154**, 10
- Gaudi, B. S. 2012, *ARA&A*, **50**, 411
- Gaudi, B. S., Albrow, M. D., & An, J. 2002, *ApJ*, **566**, 463
- Gould, A. 1994, *ApJL*, **421**, L71
- Gould, A. 1997, *ApJ*, **480**, 188
- Gould, A. 1999, *ApJ*, **514**, 869
- Gould, A. 2000, *ApJ*, **542**, 785
- Gould, A. 2004, *ApJ*, **606**, 319
- Gould, A., Dong, S., Gaudi, B. S., et al. 2010, *ApJ*, **720**, 1073
- Gould, A., & Horne, K. 2013, *ApJL*, **779**, L28
- Gould, A., Udalski, A., Monard, B., et al. 2009, *ApJL*, **698**, L147
- Gould, A., & Yee, J. C. 2013, *ApJ*, **764**, 107
- Han, C., & Gould, A. 1995, *ApJ*, **447**, 53
- Henderson, C. B., Gaudi, B. S., Han, C., et al. 2014, *ApJ*, **794**, 52
- Jiang, G., DePoy, D. L., Gal-Yan, A., et al. 2005, *ApJ*, **617**, 1307
- Liebes, S. 1964, *PhRv*, **133**, 835
- Makovoz, D., & Marleau, F. R. 2005, *PASP*, **117**, 1113
- Muraki, Y., Han, C., Bennett, D. P., et al. 2011, *ApJ*, **741**, 22
- Paczynski, B. 1986, *ApJ*, **304**, 1
- Poindexter, S., Afonso, C., Bennett, D. P., et al. 2005, *ApJ*, **633**, 914
- Refsdal, S. 1964, *MNRAS*, **128**, 295
- Refsdal, S. 1966, *MNRAS*, **134**, 315
- Schechter, P. L., Mateo, M., & Saha, A. 1993, *PASP*, **105**, 1342
- Shvartzvald, Y., & Maoz, D. 2012, *MNRAS*, **419**, 3631
- Simpson, T. 1740, *Essays on Several Curious and Useful Subjects: In Speculative and Mixd Mathematicks* (London: H. Woodfall Jr.)
- Skowron, J., Udalski, A., Gould, A., et al. 2011, *ApJ*, **738**, 87
- Sumi, T., Bennett, D. P., Bond, I. A., et al. 2013, *ApJ*, **778**, 150
- Tsapras, Y., Street, R., Horne, K., et al. 2009, *AN*, **330**, 4
- Udalski, A. 2003, *AcA*, **53**, 291
- Udalski, A., Szymanski, M., Kaluzny, J., et al. 1994, *AcA*, **44**, 227
- Udalski, A., Yee, J. C., Gould, A., et al. 2015, *ApJ*, **799**, 237
- Werner, M. W., Roellig, T. L., Low, F. J., et al. 2004, *ApJS*, **154**, 1
- Yee, J. C., Shvartzvald, Y., Gal-Yan, A., et al. 2012, *ApJ*, **755**, 102
- Yee, J. C., Udalski, A., Calchi Novati, S., et al. 2015, *ApJ*, **802**, 76
- Yee, J. C., Udalski, A., Sumi, T., et al. 2009, *ApJ*, **703**, 2082

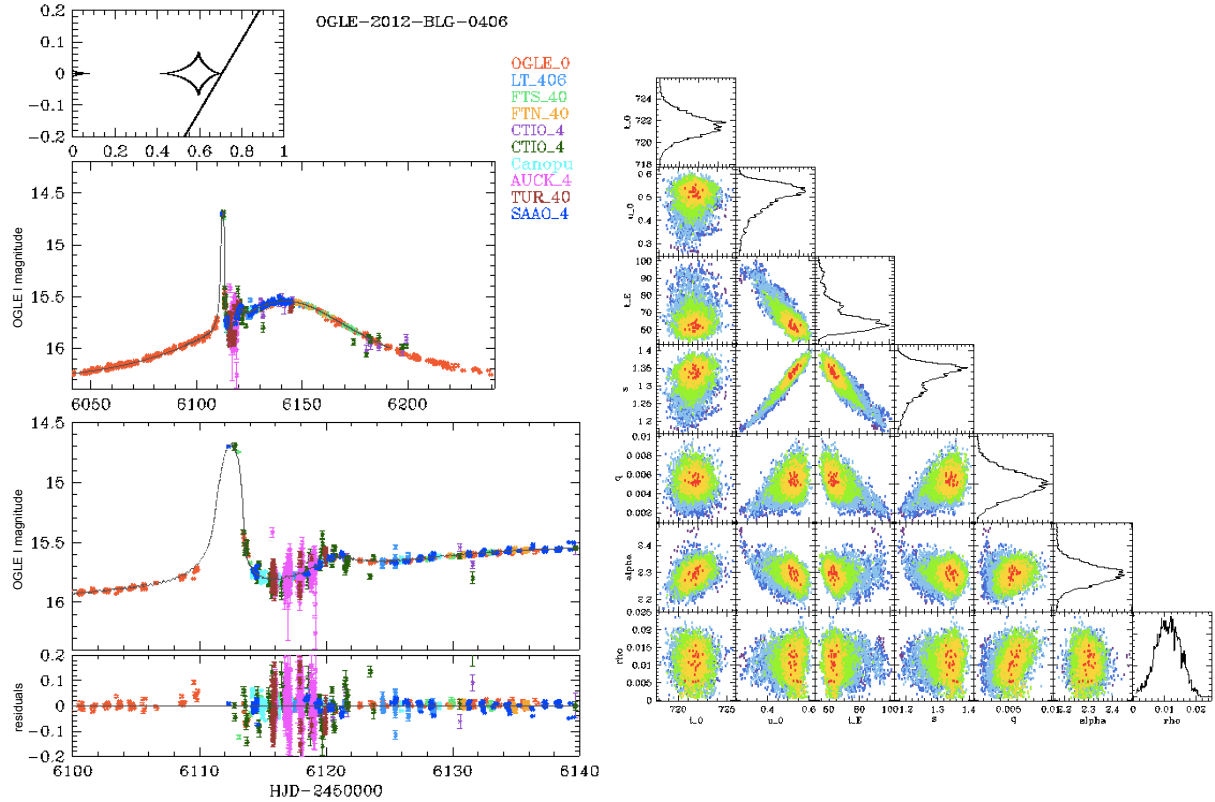


Fig. 5.19 – Les résultats préliminaires de la modélisation de l'événement OGLE-2012-BLG-0406 sont ici présentés en trois parties : les trois panneaux du bas à gauche représentent la courbe de lumière, un zoom sur son anomalie et les résidus obtenus à l'issue de la modélisation. L'anomalie est due à l'approche d'un point de rebroussement comme le représente le panneau en haut à gauche sur laquelle on reconnaît une caustique à grande séparation (la trajectoire de la source suivie par la source correspond à la courbe noir transversale). Le panneau de droite représente la corrélation qui existe entre les paramètres du modèle (de gauche à droite ou de haut en bas : t_0 , u_0 , t_E , s , q , α , ρ). Les couleurs du rouge au violet correspondent respectivement aux intervalles $1-6\sigma$.

5.9 Détection de planètes grâce aux microlentilles binaires

5.9.1 Un super-jupiter en orbite autour d'une étoile naine M

L'événement de microlentille OGLE-2012-BLG-0406 a été détecté par la collaboration OGLE le 6 avril 2012 et repéré comme événement anormal le 2 juillet suivant grâce au détecteur d'anomalie SIGNALMEN (Dominik et coll., 2007). À la suite de cette alerte, les collaborations OGLE, RoboNet, MiNDSTeP, MOA, μ FUN, PLANET et WISE ont suivi cet événement à l'aide de dix télescopes répartis sur tous les continents. Les mesures ont été faites en bande I à l'exception du télescope de 1,3 m SMARTS au Chili (μ FUN) qui a réalisé des mesures en bande V . Les efforts de la communauté ont ainsi permis de couvrir densément la courbe de lumière de l'événement présenté sur la Fig. 5.19.

Cet événement constitue le premier contact que j'ai eu avec la modélisation multi-sites d'événements de microlentille binaire. Au cours d'une collaboration avec Pascal Fouqué et Étienne Bachelet de l'IRAP à Toulouse, j'ai appris à préparer les données et à mettre en pratique les techniques de base de la modélisation dans ce domaine. En particulier, j'ai eu pour objectif de modéliser l'événement OGLE-2012-BLG-0406 à l'aide d'un code de modélisation initialement

développé par Subo Dong et amélioré par Cheongho Han, Étienne Bachelet et collaborateurs, qui m'a servi de base pour développer par la suite mes propres outils de modélisation. Ce code spécialisé dans la modélisation d'événements de microlentilles binaires reste néanmoins une base précieuse de travail malgré sa difficulté d'utilisation. Une adaptation importante de ce code a été réalisée au cours de l'étude de l'événement MOA-2007-BLG-197.

Les résultats préliminaires de la modélisation que j'ai faite de l'événement OGLE-2012-BLG-0406 sont présentés sur la Fig. 5.19. J'ai choisi de ne présenter qu'un modèle de lentille binaire statique. Toutefois, j'avais également inclus la parallaxe. L'analyse combinait les données de dix observatoires. Les paramètres du meilleur modèle ainsi que leur incertitude statistique sont cohérents avec les résultats publiés d'abord par Poleski et coll. (2014) qui n'ont utilisé que les données d'OGLE pour modéliser l'événement, puis par Tsapras et coll. (2014) qui ont analysé à nouveau cet événement à l'aide de toutes les données accessibles (comme notre étude préliminaire), conduisant à une mesure plus précise des propriétés de la lentille. Les petites différences observées entre les valeurs publiées viennent de la prise en compte des effets de parallaxe et du mouvement orbital de la lentille. Les résultats présentés Fig. 5.19 datent de décembre 2012. Cet événement de microlentille a permis la découverte d'un super-jupiter glacé de $2,73 M_J$ en orbite autour d'une étoile naine M de $0,44 M_\odot$ à environ $3,5$ UA, c'est-à-dire au-delà de la limite de fonte des glaces.

Les mécanismes de formation de planètes aussi massives autour d'étoiles de faible masse sont encore mal compris. Les planètes géantes gazeuses sont maintenant détectées depuis très longtemps par vitesse radiale et par transit autour d'étoiles FGK (Batalha et coll., 2013). Ces étoiles possèdent en général un disque proto-planétaire contenant suffisamment de matière pour permettre la formation de tels mastodontes. En revanche, les disques proto-planétaires qui se forment autour d'étoiles naines M ont une masse totale de l'ordre de quelques masses de Jupiter seulement, rendant la formation des super-jupiters très compliquée.

5.9.2 Un jupiter en orbite autour d'une étoile naine M

Un autre jupiter en orbite à environ 2 UA d'une étoile de très faible masse a été observée en 2011 dans le disque galactique. La courbe de lumière de l'événement qui a permis cette découverte, OGLE-2011-BLG-0265, est très bien contrainte par les données obtenues grâce à huit observatoires. Au cours de cet événement, la source passe à deux reprises très près d'un point de rebroussement d'une caustique résonnante. Deux solutions dégénérées (dégénérescence $\pm u_0$) ne permettent pas de conclure définitivement sur une mesure précise de la masse, mais dans les deux cas, ce système reste de même nature. Le compagnon planétaire se trouve très proche du rayon d'Einstein. La modélisation décrite par Skowron et coll. (2015) dans l'annexe C inclut les effets de parallaxe et de mouvement orbital de la source qui se trouvent être en partie dégénérés. Néanmoins la mesure du rapport de masse est extrêmement robuste. La découverte de tels systèmes alimente les modèles de formation des planètes, en constante évolution, en particulier la possibilité de former des systèmes de la masse de Jupiter (donc des géantes gazeuses) autour d'étoiles de très faible masse au-delà de la limite de fonte des glaces.

Comme OGLE-2012-BLG-0406 (voir § 5.9.1), cet événement fait parti de ceux que j'ai modélisés seul lors des premiers mois de ma thèse. Mes premières tentatives concernaient des événements présentant un pic dans la courbe de lumière bien discernable, dû à l'approche d'un point de rebroussement. Cette classe d'événements est particulièrement intéressante car elle permet une première évaluation grossière de tous les paramètres d'une lentille binaire à la main, sans modélisation numérique. Dans l'article publié par Skowron et coll. (2015) dont je suis co-auteur, mon modèle n'a pas été inclus.

Troisième partie

Le domaine des naines brunes exploré par les microlentilles gravitationnelles

Naines brunes, ces astres entre planètes et étoiles

Sommaire

6.1 Naines brunes : de la prédiction à l'observation	153
6.2 Naines brunes isolées	154
6.2.1 Notion d'IMF	154
6.2.2 Sur l'abondance des naines brunes isolées	155
6.3 Naines brunes des systèmes multiples	156
6.3.1 Désert des naines brunes	156
6.3.2 Détection de naines brunes par microlentilles gravitationnelles	157
6.4 Formation des naines brunes	160
6.4.1 Sur la difficulté de définir les naines brunes	160
6.4.2 Formation de naines brunes isolées	160
6.4.3 Formation de naines brunes en orbite autour d'étoiles	162

NOUS avons présenté la théorie fondamentale des microlentilles, décrit la manière dont elle était prise en compte dans les modèles numériques et présenté deux problématiques scientifiques soulevées par les découvertes faites grâce aux microlentilles. D'une part cette technique est un outil unique pour sonder les étoiles qui constituent notre Voie lactée, d'autre part les découvertes de planètes de type Neptune à grande distance de leur étoile interrogent les modèles de formation planétaires. Les deux chapitres qui suivent ont pour but de montrer l'exceptionnel potentiel de cette méthode dans le domaine très actif de la recherche de naines brunes et sa complémentarité vis-à-vis des autres méthodes utilisées à ce jour pour détecter ces objets.

Dans ce chapitre, nous présentons la nature de ces objets et discutons des problématiques qui y sont liées. Cette discussion ne se veut pas exhaustive et a pour but premier de présenter la contribution grandissante des microlentilles à ce domaine de recherche en évolution permanente.

6.1 Naines brunes : de la prédiction à l'observation

Pendant des décennies, les naines brunes ont constitué le « chaînon manquant » entre les planètes et les étoiles. Leur existence a été prédite en 1963 par Kumar (1963) dans un article qui mentionnait la présence probable de naines « noires » dans la Galaxie résultant de la contraction d'un nuage de gaz sous l'effet de l'attraction gravitationnelle ne contenant pas assez de matière pour former une étoile. Il était prédit que ces objets émettraient principalement dans le proche infrarouge, et apparaîtraient donc plutôt rouges dans le visible. L'origine du nom qui leur a été donné s'explique par le fait qu'à l'époque l'expression « naine rouge » désignait déjà des étoiles

de faible masse (inférieure à la moitié de celle du soleil). En 1975, ces objets ont finalement été appelés « naines brunes » par Jill Tarter.

Les naines brunes sont des objets sub-stellaires dont la masse est inférieure à 75 fois la masse de Jupiter. Cette limite supérieure correspond à la masse au-delà de laquelle la pression des couches supérieures de l'étoile permet de maintenir une température suffisante ($\sim 3\,000\,000\text{ K}$) pour entretenir la fusion de l'hydrogène au cœur de l'étoile. Le cycle de production de l'énergie des étoiles de la séquence principale (essentiellement constituées d'hydrogène) conduit à la formation de noyaux d'hélium en libérant de l'énergie de masse. Plusieurs réactions contribuent à cela, mais le bilan global correspond toujours à la fusion de quatre atomes d'hydrogène pour former un atome d'hélium. C'est précisément ce cycle qu'une naine brune ne peut entretenir en son cœur sur le long terme. Ne bénéficiant pas de l'énorme quantité d'énergie libérée lors de cette réaction nucléaire, l'équilibre thermique n'est jamais atteint, car l'énergie produite au cœur ne suffit pas à compenser les pertes par radiation, entraînant les naines brunes dans un lent et irrémédiable refroidissement au cours de leur vie. C'est d'ailleurs cette caractéristique qui les différencie le plus des étoiles dont la luminosité (pour la plupart d'entre elles) reste largement constante pendant des milliards d'années. Les naines brunes étant peu lumineuses, elles ont alimenté bon nombre de spéculations. En particulier, les naines brunes les plus âgées et froides ont été autrefois présentées comme des candidats sérieux à la matière noire puisqu'elles contiennent potentiellement d'importantes quantités de matière totalement invisible à nos observations. Cette hypothèse est aujourd'hui totalement écartée (Kulkarni, 1997) bien que les découvertes de naines brunes se succèdent.

Après plus de dix ans de recherches infructueuses, la première détection indiscutable de naine brune est annoncée en 1995 (Nakajima et coll., 1995). Un objet pas plus lumineux qu'un dixième de fois la luminosité qu'aurait l'étoile la plus légère a été détecté en orbite autour de la naine rouge Gl 229A située à 5,75 pc du Système solaire (voir Fig. 6.1). De plus, le spectre de cet objet présente la signature de molécules d'eau et de méthane, deux molécules habituellement détectées dans l'atmosphère de planètes géantes, mais impossible à former dans les étoiles compte tenu de leur trop forte température. Cette découverte a permis de confirmer la stratégie adoptée, à savoir de concentrer les recherches sur des étoiles proches, et le plus souvent sur des amas d'étoiles plutôt jeunes, pépinières d'étoiles et de naines brunes encore suffisamment chaudes pour être observées.

6.2 Naines brunes isolées

6.2.1 Notion d'IMF

La description d'une population d'astres fait souvent intervenir la notion de fonction de masse initiale (IMF). Elle correspond à la distribution statistique d'une population d'étoiles fraîchement formées en fonction de leur masse. Cette notion est centrale dès lors que l'on souhaite confronter les observations à des modèles de formation qui, précisément, essaient de prédire l'IMF qu'ils engendreraient. En introduisant dN le nombre d'étoiles par unité de volume ayant une masse dans l'intervalle dM , l'IMF est définie comme étant la quantité $dN/d(\log M)$ (Salpeter, 1955). Une loi de puissance décrit très bien les observations qui ont été faites jusqu'à présent au voisinage du Soleil et dans le disque de la Voie lactée : le coefficient Γ , défini tel que $dN/d(\log M) \propto M^\Gamma$, est trouvé égal à 2,35 par Salpeter (1955). Si l'utilisation d'une loi de puissance apparaît comme une bonne description des observations, la valeur de la puissance Γ dépend du domaine de masse. En dessous de $\sim 0,6 M_\odot$, l'IMF a tendance à s'aplatir (Kroupa, 2001).

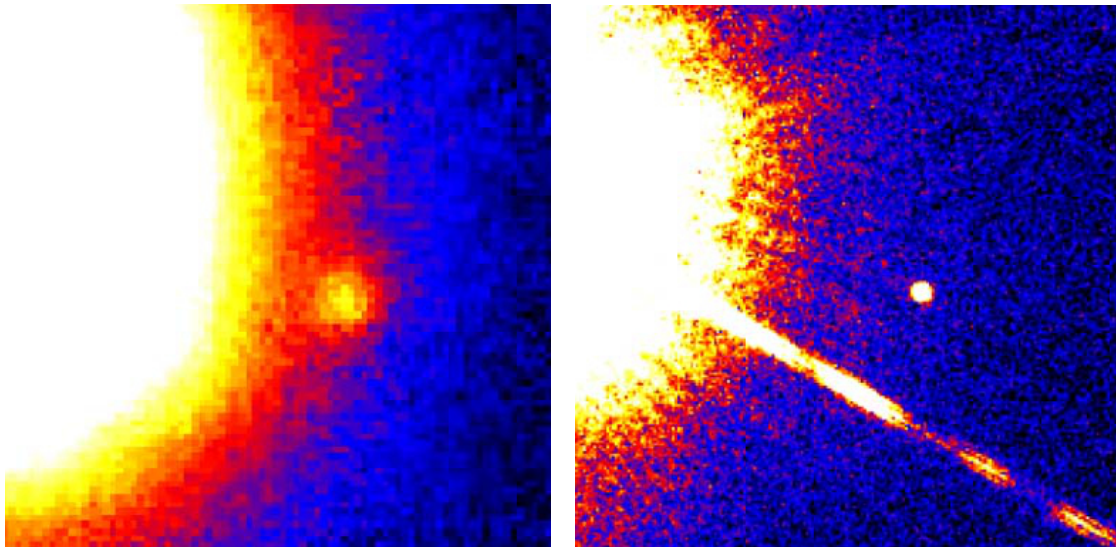


Fig. 6.1 – Observations réalisées par les télescopes de 1,52 m et 5,08 m sur le Mont Palomar en 1994 (image de gauche), et par le télescope spatial Hubble en 1995 (image de droite). Le plus petit corps correspond à la naine brune Gl 229B en orbite autour de la naine rouge Gl 229A (étoile M1V) située à 19 années-lumière de la Terre, dans la constellation du Loup. *Figures extraites de News Release Archive of the Hubble Space Telescope, Kulkarni et coll. (1995).*

Alors que l'IMF est relativement bien contrainte pour les étoiles de masse $0,1 - 1 M_{\odot}$, d'importantes sources d'incertitude entachent l'IMF à faible et grande masse. De très nombreuses observations ont été réalisées ces dernières décennies pour tenter de construire l'IMF des naines brunes au voisinage de la Terre, ce qui consiste à prolonger l'IMF stellaire jusqu'aux objets de faible masse. L'âge de l'Univers estimé à partir des résultats de la mission Planck est $13,798 \pm 0,037$ milliards d'années (Planck Collaboration et coll., 2014) et la Voie lactée est à peine plus jeune (environ 13,2 milliards d'années). Par conséquent, la distribution actuelle des étoiles en fonction de leur masse diffère de la distribution initiale. Toutefois, elle diffère surtout pour les étoiles plus massives que le Soleil qui passent très peu de temps sur la séquence principale (environ 300 millions d'années pour une étoile de masse $3 M_{\odot}$, contre 10 milliards d'années pour une étoile solaire). La distribution des étoiles de très faible masse et des objets sub-stellaires devrait donc, quant à elle, n'avoir que très peu changé. Cependant, l'évolution temporelle des naines brunes se distingue fortement de celle des étoiles par leur refroidissant irrémédiable faute de processus de chauffage interne stable et efficace. Ces objets brillent donc de moins en moins en infrarouge, devenant de plus en plus difficiles à détecter avec le temps. De plus, les naines brunes et les étoiles étant de nature très différente, il n'est pas évident, en première analyse, de prédire si l'IMF stellaire subirait ou non une discontinuité à la limite de fusion de l'hydrogène.

6.2.2 Sur l'abondance des naines brunes isolées

L'étiollement progressif du rayonnement des naines brunes au cours de leur vie est un obstacle majeur à leur détection et exige la mise en place d'une stratégie d'observation réfléchie dans le but de construire l'échantillon le plus dense et le plus significatif possible. Jusqu'à présent, les mesures se sont concentrées sur des régions riches en gaz et en poussières, pépinières d'étoiles et sur de jeunes amas d'étoiles (âge inférieur à dix millions d'années) de la Voie lactée. Une liste des observations réalisées jusqu'en 2006 à l'origine de la détection d'une grande majorité des objets connus à ce jour, ainsi que les régions choisies sont rassemblées par Luhman et coll.

(2007). Dans cet article reprenant des travaux plus anciens, le rapport entre le nombre d'objets dont la masse est dans l'intervalle $0,02 - 0,08 M_{\odot}$ ($21 - 84 M_J$) et le nombre d'étoiles dont la masse est comprise dans l'intervalle $0,08 - 10 M_{\odot}$ est mesuré dans les nébuleuses du Crabe (Taurus), IC 348 (constellation de Persée), dans l'amas du Trapèze de la nébuleuse d'Orion, et dans la constellation du Caméléon (Chamaeleon I). Bien que ces rapports de $0,18 \pm 0,04$ pour la nébuleuse du Crabe et $0,12 \pm 0,03$ pour IC 348 soient environ deux fois moindre que ceux trouvés dans l'amas du Trapèze ($0,26 \pm 0,04$) et dans la constellation du Caméléon, les étoiles sont trouvées en surnombre dans tous les cas.

Que manque-t-il pour compléter l'IMF stellaire à faible masse? La construction d'une IMF unique qui décrirait à la fois toutes les observations est une démarche complexe, car elle requiert la détermination de la masse de l'objet à partir de sa luminosité et de sa distance. Même lorsque la distance est déterminée en exploitant l'effet de parallaxe, la masse ne peut être directement déduite, car la luminosité dépend de l'âge de l'objet. Ainsi, la relation masse-luminosité dépend elle aussi de l'âge de la naine brune. Quoi qu'il en soit, les naines brunes semblent intrinsèquement rares. Qu'en est-il des naines brunes impliquées dans des systèmes multiples?

6.3 Naines brunes des systèmes multiples

6.3.1 Désert des naines brunes

Alors que presque deux mille planètes extra-solaires ont été découvertes à ce jour, moins d'une centaine de naines brunes en orbite autour d'étoiles ont été trouvées. Cette absence de naines brunes dans les détections a très vite été remarquée autour des étoiles de type solaire, finissant par nourrir l'idée d'un « désert des naines brunes ». Cette expression aujourd'hui très répandue se fonde sur la constatation que les objets de masse supérieure à $8 M_J$ et de faible demi-grand axe ($a < 3 \text{ UA}$) ne représentent qu'une très faible proportion des détections par vitesse radiale (Marcy & Butler, 2000). Dès les premières découvertes, ce constat tranchait singulièrement avec d'une part la découverte de super-jupiters chauds très proches de leur étoile, d'autre part avec l'abondance relativement importante ($\approx 13\%$) des systèmes d'étoiles binaires à faible séparation étudiées par Duquennoy & Mayor (1991).

Depuis, la rareté des naines brunes en orbite autour d'étoiles a été constatée avec toutes les méthodes de détection. Par exemple, à la suite du programme *Gemini Deep Planet Survey*, l'abondance des naines brunes de $13 - 75 M_J$ en orbite à $25 - 250 \text{ UA}$ de leur étoile a été estimée à $1,9^{+8,3}_{-1,5}\%$ (Lafrenière et coll., 2007). De la même manière, les détections par imagerie directe permettent de trouver une fréquence de $3,2 \pm 3,1\%$ pour les naines brunes en orbite autour de jeunes étoiles de type solaire à une distance orbitale $28 - 1590 \text{ UA}$ (Metchev & Hillenbrand, 2009). Une proportion trois à dix fois plus importante d'étoiles binaires que de naines brunes autour d'étoiles à grande distance orbitale a également été trouvée (McCarthy & Zuckerman, 2004). Un rapport comparable a été mesuré entre la fréquence relative des étoiles et des naines brunes isolées que ce soit dans les régions de formation d'étoiles ou au voisinage du Système solaire (Luhman et coll., 2007).

La Fig. 6.2 représente la masse des naines brunes en orbite autour d'étoiles solaires connues à ce jour, en fonction de la période orbitale. Ma & Ge (2014) ont réalisé un catalogue des naines brunes en orbite autour d'étoiles solaires et détectées par la méthode des vitesses radiales, des transits, et par imagerie directe. Le désert des naines brunes apparaît clairement par rapport à la densité importante de planètes en dessous de $\sim 13 M_J$ (sa structure sera discutée dans le § 7.5).

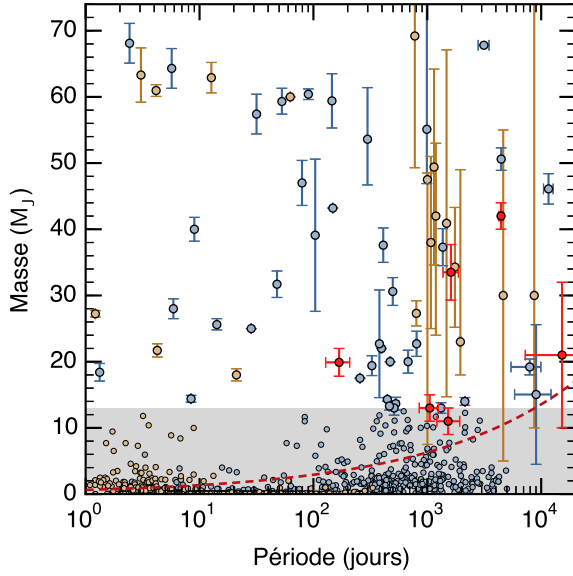


Fig. 6.2 – Naines brunes détectées par les méthodes des vitesses radiales (bleu, masses minimales) et des transits (orange, masse réelle). Les objets sont issus du catalogue constitué par Ma & Ge (2014). Les détections de naines brunes par microlentilles sont représentées en rouge. Pour comparaison, les exoplanètes découvertes à ce jour sont représentées en plus petites et sans incertitude (<http://exoplanets.org>). La ligne pointillée rouge indique la limite d'efficacité de détection à 100% pour les vitesses radiales (Mayor et coll., 2011). La zone grisée correspond au domaine dans lequel les réactions de fusion du deutérium ne peuvent être entretenues au cœur.

6.3.2 Détection de naines brunes par microlentilles gravitationnelles

Avant même la première détection d'un effet de microlentille gravitationnelle, le potentiel hors du commun de cette méthode pour la recherche de naines brunes et d'exoplanètes a été pressenti très tôt (Mao & Paczynski, 1991). Comme il est plus aisé de détecter des objets plus lourds, la perspective de découvrir des planètes en utilisant cette méthode pouvait sembler plus lointaine. Pourtant, la première détection fut celle d'une planète (Bond et coll., 2004). Il n'en reste pas moins que la technique des microlentilles a ouvert par la suite de nouvelles perspectives. En particulier, sa sensibilité aux naines brunes en orbite autour d'étoiles naines M à moyenne distance orbitale était et reste à ce jour unique.

Historiquement, les observations réalisées par la communauté scientifique travaillant sur les microlentilles gravitationnelles ont été volontairement orientées vers la détection d'événements planétaires, de sorte que tout autre type de détection n'était pas significativement suivi par les télescopes des réseaux existants. La donne a complètement changé ces dernières années grâce à la construction de nouveaux télescopes dédiés à la recherche de planètes par microlentilles. Avec presque dix fois plus de cibles suivies aujourd'hui, une progression d'un facteur presque cent du taux de détection a été atteinte par rapport aux premières saisons. Une des conséquences majeures en est la détection de beaucoup plus de systèmes binaires, y compris de candidats naines brunes.

La première naine brune découverte grâce à un événement de microlentille gravitationnelle s'agissait d'une naine brune isolée de $59 \pm 4 M_J$ se trouvant à une distance de 525 ± 40 pc du Système solaire, dans le disque épais de la Voie lactée (Gould et coll., 2009). En détectant la signature de la parallaxe terrestre dans la courbe de lumière de l'événement OGLE-2007-BLG-224, la distance à la lentille a pu être déterminée, conjointement avec sa masse. Les caractéristiques de cette naine brune la placent dans un domaine de l'espace des paramètres dont l'efficacité de détection est faible. Cependant, ces détections étant rares, elles suggèrent malgré tout fortement que ce type d'objet est intrinsèquement rare.

C'est cette idée que renforcent plusieurs détections de naines brunes par microlentilles gravitationnelles dans les années qui ont suivi. Face à l'intérêt grandissant de la communauté scientifique pour ces objets qu'elle pensait si rares et les processus physiques qui pourraient expliquer leur formation dans des systèmes multiples, la découverte et la caractérisation de

nouveaux objets a toujours été un enjeu de premier plan. À l'issue d'une analyse critique de l'effet des erreurs systématiques sur les paramètres physiques, l'événement OB08510¹ peut s'expliquer par une source constituée d'une étoile binaire, ou bien par une lentille composée d'une naine brune massive en orbite autour d'une étoile naine M (Bozza et coll., 2012). C'est cette dernière solution qui a été trouvée et retenue par Shin et coll. (2012a) au terme d'une nouvelle analyse indépendante. La même année, sept événements de microlentilles gravitationnelles dont l'analyse réalisée en temps réel avait conclu à un rapport de masse faible ont été identifiés comme des candidats naines brunes intéressants (Shin et coll., 2012c). Seuls les événements qui permettaient une mesure précise de la masse de la lentille par la mesure conjointe de la taille de la source et d'effets de parallaxe ont été retenus. Parmi ces candidats, deux naines brunes ont été finalement détectées, toutes les deux d'une vingtaine de masses de Jupiter ($21 \pm 10 M_J$ et $20 \pm 2 M_J$) à la suite de l'analyse des événements OB110172² et KB11149³, chacune d'entre elles étant en orbite autour d'une étoile naine de type M. Peu après, l'analyse de l'événement KB09411⁴ a permis la découverte d'une naine brune d'une cinquantaine de masses de Jupiter, une fois encore en orbite autour d'une étoile naine M (Bachelet et coll., 2012). Au terme de cette analyse, la masse de la lentille n'a pu être déterminée avec précision, mais elle a été estimée par un raisonnement statistique utilisant des modèles galactiques. Une autre naine brune de $11,0 \pm 2,0 M_J$ a aussi été détectée grâce à l'analyse de l'événement KB10073⁵ dont la masse est très proche de la limite de fusion du deutérium, c'est-à-dire à la frontière entre le domaine des planètes et celui des naines brunes selon la définition de l'UAI (Street et coll., 2013). Encore une fois, cet objet est en orbite autour d'une étoile naine M. Plus récemment, la découverte d'un système double composé d'une naine brune à la frontière planète-naine brune de $13 \pm 2 M_J$, en orbite autour d'une étoile à la limite de fusion de l'hydrogène a été annoncée (Jung et coll., 2015). Enfin, la détection d'un système binaire composé d'une naine brune de $33,5 \pm 4,2 M_J$ en orbite autour d'une étoile naine M suite à l'analyse de l'événement OB130578⁶ a été rapportée (Park et coll., 2015). Ces détections sont regroupées dans le Tab. 6.1 et représentées sur la Fig. 6.2 (l'un des objets correspond à l'analyse décrite dans le chapitre suivant).

Par ailleurs, une nouvelle population de naines brunes a également été identifiée et proposée à la suite de l'analyse des événements OB09151⁷ et OB110420⁸ qui a conduit à la découverte de deux systèmes constitués de deux super-jupiters (respectivement $7,9 \pm 0,3 M_J$ et $9,9 \pm 0,5 M_J$) en orbite serrée autour de naines brunes de très faible masse (respectivement $19 \pm 1 M_J$ et $26 \pm 1 M_J$). La distance projetée du demi-grand axe de l'orbite est inférieure à 0,4 UA dans chaque cas (Choi et coll., 2013). Il ne s'agit pas là d'une détection isolée puisqu'une naine brune isolée de $23 \pm 2 M_J$ avec une planète de $1,9 \pm 0,2 M_J$ en orbite serrée autour d'elle a été trouvée après l'analyse de l'événement OB120358⁹ (Han et coll., 2013).

Jusqu'à présent, les naines brunes détectées par microlentille sont en orbite autour d'étoiles naines M. L'échantillon apporté par les microlentilles est donc complémentaire des détections apportées par d'autres techniques. La raison principale en est qu'environ trois quarts des étoiles de la Voie lactée sont des naines rouges, ce qui explique que statistiquement la majorité des détections

1. OGLE-2008-BLG-510 / MOA-2008-BLG-369 (voir Bozza et coll., 2012).

2. OGLE-2011-BLG-0172 / MOA-2011-BLG-104 (voir Shin et coll., 2012c).

3. MOA-2011-BLG-149 (voir Shin et coll., 2012c).

4. MOA-2009-BLG-411 (voir Bachelet et coll., 2012).

5. MOA-2010-BLG-073 (voir Street et coll., 2013).

6. OGLE-2013-BLG-0578 (voir Park et coll., 2015).

7. OGLE-2009-BLG151 / MOA-2009-BLG232 (voir Choi et coll., 2013).

8. OGLE-2011-BLG-0420 (voir Choi et coll., 2013).

9. OGLE-2012-BLG-0358 (voir Han et coll., 2013).

Tab. 6.1 – Tableau récapitulatif des naines brunes en orbite autour d’étoiles détectées par microlentille. La période P est une valeur moyenne. La masse des étoiles hôtes est notée M_1 , celle des naines brunes M_2 , le rayon angulaire d’Einstein θ_E , la distance à la lentille D_1 , la valeur du demi-grand axe projeté dans le plan du ciel a_\perp .

Nom	$q = M_2/M_1$ –	θ_E [mas]	M_1 [M_\odot]	M_2 [M_J]	D_1 [kpc]	a_\perp [UA]	P [jours]
MOA-2007-BLG-197 ^a	0,0473 $\pm 0,0002$	0,91 $\pm 0,04$	0,86 $\pm 0,04$	41 ± 2	4,17 $\pm 0,3$	4,29 $\pm 0,1$	4438 ± 190
OGLE-2008-BLG-0510 ^b / MOA-2008-BLG-369	0,121 $\pm 0,005$	0,54 $\pm 0,07$	0,18 $\pm 0,11$	21 ± 10	3,29 $\pm 1,20$	– –	– –
MOA-2009-BLG-411 ^c	0,27 $\pm 0,03$	0,185 $\pm 0,020$	0,18 $^{+0,30}_{-0,10}$	50 ± 6	7,3 $^{+0,5}_{-0,9}$	– –	– –
MOA-2010-BLG-073 ^d	0,0654 $\pm 0,0006$	0,557 $\pm 0,09$	0,16 $\pm 0,03$	11,0 $\pm 2,0$	2,8 $\pm 0,4$	1,21 $\pm 0,16$	1524 ± 400
OGLE-2011-BLG-0172 ^e / MOA-2011-BLG-104	0,121 $\pm 0,005$	0,54 $\pm 0,07$	0,18 $\pm 0,11$	21,0 ± 11	3,29 $\pm 1,20$	5,6 $\pm 2,3$	15247 $^{+13000}_{-8000}$
MOA-2011-BLG-149 ^f	0,134 $\pm 0,007$	1,04 $\pm 0,10$	0,14 $\pm 0,02$	19,9 $\pm 2,1$	1,07 $\pm 0,10$	0,266 $\pm 0,04$	168 ± 40
OGLE-2013-BLG-0102 ^g	0,130 $\pm 0,007$	0,43 $\pm 0,04$	0,096 $\pm 0,013$	13,0 $\pm 2,0$	3,04 $\pm 0,31$	0,80 $\pm 0,08$	1050 ± 200
OGLE-2013-BLG-0578 ^h	0,260 $\pm 0,004$	0,97 $\pm 0,07$	0,124 $\pm 0,014$	33,5 $\pm 4,2$	1,16 $\pm 0,11$	0,92 $\pm 0,09$	1613 ± 260

^aRanc et coll. (2015)

^bBozza et coll. (2012) ; Shin et coll. (2012a)

^cBachelet et coll. (2012)

^dStreet et coll. (2013)

^eShin et coll. (2012c)

^fShin et coll. (2012c)

^gJung et coll. (2015)

^hPark et coll. (2015)

implique des étoiles naines M (les résultats qui seront présentés dans le § 7.7 soutiennent cette interprétation). Les détections par microlentilles sont le reflet de la composition de notre galaxie, indépendamment de la luminosité des étoiles autour desquelles gravitent les exoplanètes. En ce sens, il s’agit d’un outil unique pour étendre les observations dans le domaine des sciences planétaires à l’échelle de la Galaxie tout entière.

Dans toutes ces découvertes, la nature de l’objet a été proposée à partir de la seule donnée de sa masse. Mais à quoi ressemblent réellement les naines brunes découvertes aux frontières de la fusion de l’hydrogène ou du deutérium? Comment se sont-elles formés? Comment évolueront-elles? Autant de questions qui restent aujourd’hui à l’étude et dont nous proposons de présenter les principales possibles réponses dans la suite de ce chapitre.

6.4 Formation des naines brunes

6.4.1 Sur la difficulté de définir les naines brunes

Comme nous l'avons vu, les naines brunes sont aujourd'hui trouvées dans de multiples contextes : isolées, dans des amas d'étoiles ou des nébuleuses, ou encore au sein de systèmes multiples (naine brune autour d'une étoile, ou bien système double de naines brunes). L'exceptionnelle multiplicité des systèmes dans lesquels ces objets sont impliqués complique considérablement la recherche de caractéristiques universelles qui puissent servir de socle pour définir ce qu'est une naine brune. Contrairement à une étoile dont la réaction de fusion de l'hydrogène suffit à compenser l'effondrement gravitationnel, une naine brune n'a pas la capacité de maintenir sur le long terme la fusion de l'hydrogène. Cette limite supérieure en terme de masse du domaine des naines brunes semble aujourd'hui trouver un consensus. En revanche, la distinction entre une naine brune et une planète fait actuellement l'objet d'âpres débats dans la communauté scientifique.

En 2003 l'UAI a proposé d'appeler naine brune tout corps dont la masse et la composition rend possible la fusion du deutérium au cœur de l'objet. Une limite de cette définition est la grande sensibilité du phénomène de fusion à la composition de l'objet, en particulier à sa métallicité (Spiegel et coll., 2011). Pour un objet de métallicité solaire, la fusion du deutérium est entretenue à partir de $13 M_J$ (Burrows & Liebert, 1993). Bien que cette valeur soit encore souvent utilisée comme frontière entre le domaine des planètes géantes et celui des naines brunes, l'idée de distinguer une planète d'une naine brune par les processus qui ont dominé lors de leur formation respective (Burrows & Liebert, 1993 ; Chabrier et coll., 2014) reçoit le soutien d'un nombre grandissant d'observations. L'argument qui soutient cette initiative vient du constat que la fusion du deutérium n'a aucun impact significatif sur la formation et l'évolution d'un objet (Chabrier et coll., 2000). Du point de vue des observations, certains systèmes binaires comme M 1207 b, constitué d'un objet d'environ $4 M_J$ en orbite autour d'une naine brune de $20 M_J$ (Chauvin et coll., 2005 ; Mamajek, 2005), alimentent les débats et sont cités comme des candidats à un système binaire de naines brunes plutôt qu'à un système planétaire. Dans ce cas, la caractérisation spectroscopique du système est nécessaire pour conclure. D'autre part, il existe une continuité dans la relation entre le rayon et la masse d'une naine brune à l'équilibre, d'une étoile et d'une planète comme l'illustre la Fig. 6.3. Le modèle prédit que des étoiles de la séquence principale peuvent avoir un rayon proche de celui de Jupiter. Dans ce cas, la pression interne résulte en partie de la pression de dégénérescence des électrons ($R \propto M^{-1/3}$ pour un gaz totalement dégénéré, $R \propto M^{-1/8}$ pour un gaz en partie dégénéré – la pression est donc moins importante que dans le cas totalement dégénéré) et explique la pente négative observée sur la Fig. 6.3. À mesure que la masse diminue, les forces coulombiennes ($R \propto M^{1/3}$) deviennent de plus en plus importantes jusqu'à annuler l'effet de la pression de dégénérescence. Ceci a pour conséquence que le rayon ne dépende alors quasiment plus de la masse. Toutes ces observations tendent à montrer que du point de vue du rayon, les naines brunes ne peuvent être distinguées des planètes géantes et que ce constat s'explique à partir de principes physiques fondamentaux simples. Tournons-nous donc vers les mécanismes possibles de formation.

6.4.2 Formation de naines brunes isolées

Contrairement aux étoiles et aux planètes, il n'y a toujours pas de consensus à propos des mécanismes dominant la formation des naines brunes. Chaque situation ou presque alimente une théorie. Plusieurs scénarios permettent d'expliquer la formation de naines brunes, mais

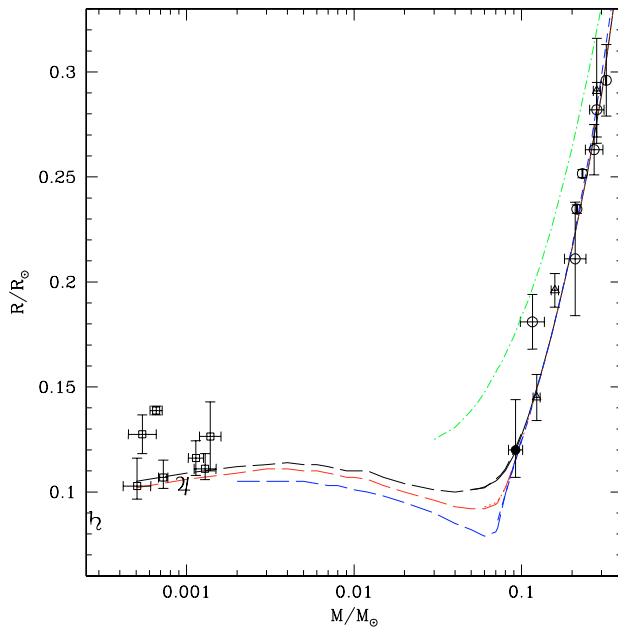


Fig. 6.3 – Relation entre la masse et le rayon à la frontière entre planètes, naines brunes et étoiles. Les positions de Jupiter et Saturne sont indiquées par leur symbole. Les lignes pointillées sont des isochrones pour des masses de $0,06 M_{\odot}$ à $1,4 M_{\odot}$ et pour des âges de cent millions (en vert) et cinq milliards (ligne noire) d'années. Les lignes en pointillés représentent les modèles de Baraffe et coll. (2003) pour cinq cent millions, un milliard et cinq milliards d'années (de haut en bas). Il est remarquable que les planètes géantes, les naines brunes et les étoiles les moins massives aient toutes un rayon très proche. *Figure extraite de Pont et coll. (2005).*

deux d'entre eux prévalent sur les autres, car ils reçoivent des confirmations expérimentales ou numériques. Le premier est très similaire à la formation des étoiles, à l'exception du fait que la quantité de matière du gaz qui s'effondre n'est finalement pas assez importante pour rendre la fusion de l'hydrogène viable. Un tel scénario peut se produire, par exemple, si l'embryon stellaire est éjecté au cours de la formation d'un système multiple de faible masse (Boss, 2001 ; Reipurth & Clarke, 2001). Les objets obtenus par ce scénario pourraient potentiellement ne pas être plus massifs que Jupiter. Pour que cela se produise, l'éjection doit se produire sur une échelle de temps plus petite que l'échelle de temps dynamique du noyau père (de l'ordre de $\sim 10^5$ années), et la distance entre les différents embryons d'étoiles ne doit pas excéder une fraction de noyau père.

La présence de naines brunes dans des amas d'étoiles jeunes pourrait, elle, s'expliquer par leur formation au cœur des sur-densités qui se forment naturellement au sein du gaz moléculaire sous l'effet de sa gravité propre, et du potentiel gravitationnel de l'amas. Dans ce cas, les forces de marée finissent par bloquer l'accrétion de matière avant qu'une étoile n'ait pu se former. La forte dispersion des vitesses qui existe dans ces amas empêche aussi le processus d'accrétion de se poursuivre sur des échelles de temps suffisantes pour former des étoiles (Bonnell et coll., 2008).

Toujours dans les régions où se forment les étoiles, le rayonnement peut, à lui seul, « nettoyer » le voisinage des étoiles. Ceci se produit en particulier avec les étoiles OB. Partant de ce constat, Whitworth & Zinnecker (2004) ont proposé l'idée selon laquelle des noyaux proto-stellaires qui se trouveraient au voisinage d'une telle étoile verraient toute leur enveloppe de matière s'échapper, le disque avoisinant avec. L'accrétion serait alors stoppée à défaut de matière à accréter, formant ainsi des objets sub-stellaires. Mais ce scénario n'est très probablement pas dominant puisque l'IMF ne semble que très faiblement affectée par la présence d'étoile O (Luhman, 2012).

La fragmentation d'un nuage moléculaire turbulent en filaments ou noyaux denses de toutes masses pourrait, elle aussi, permettre la formation de noyaux de faible masse, donnant finalement des naines brunes (Padoan & Nordlund, 2002 ; Hennebelle & Chabrier, 2008). Ce scénario est de plus en plus présenté comme l'un des mécanismes dominants, d'autant plus que la fonction de masse des noyaux pré-stellaires présente de grandes similitudes avec l'IMF stellaire (André et coll., 2010).

Des scénarios de formation inspirés de la formation des planètes semblent également tout aussi viables. Ils ont le mérite d'expliquer à la fois la présence de naines brunes isolées, mais aussi

des naines brunes en orbite autour d'une étoile. Selon ces scénarios, ces objets se formeraient dans un disque circumstellaire instable et de très grande masse. Comme cela arrive pour les planètes, les interactions dynamiques pourraient expliquer l'éjection de ces objets du système où ils se sont formés (Bate et coll., 2002).

Tous ces mécanismes sont encore débattus aujourd'hui et il semble encore difficile d'identifier le ou les mécanisme(s) dominant(s). La composition de chaque objet détecté donne, lorsque cela est possible, les informations les plus utiles pour imaginer sa formation par comparaison avec la composition de son environnement.

6.4.3 Formation de naines brunes en orbite autour d'étoiles

Alors que les planètes résulteraient d'un processus d'accrétion dans un disque proto-planétaire, les naines brunes pourraient se former par l'effondrement d'un nuage moléculaire, comme les étoiles, à la différence près que leur effondrement gravitationnel n'est jamais compensé par l'énergie thermique. En étudiant la composition de l'objet détecté, il est en réalité possible de savoir lequel des deux scénarios est le plus probable. Dans le premier cas, la composition des planètes se démarque souvent de celle de son étoile, car elle est le reflet de la composition locale du disque d'accrétion, à l'endroit où l'objet s'est formé. Dans le second cas, la composition de l'objet obtenu est le reflet de la composition globale du nuage moléculaire. Si une naine brune se forme par effondrement gravitationnel d'un nuage de gaz, alors sa composition et plus généralement ses propriétés physico-chimiques sont similaires à celles de l'étoile autour de laquelle elle est en orbite. Différencier deux objets issus de processus de formation différents est donc possible, mais reste un défi. Cela implique l'étude systématique de la composition des objets détectés, donc l'utilisation de techniques telles que la spectroscopie. Ces techniques permettent aujourd'hui de réaliser des mesures sur des objets qui se situent au voisinage de la Terre.

Sur la Fig. 6.2, la distribution de naines brunes n'est pas uniforme. En particulier, la fréquence des objets augmente avec la période. De plus, Ma & Ge (2014) ont récemment développé l'idée selon laquelle la zone la moins peuplée du désert des naines brunes semble bien limitée à une région de masses intermédiaires ($30 - 55 M_J$) et de faible période ($P < 100$ d) dans le cas où l'étoile-hôte est de type solaire. Les auteurs ont distingué deux populations de naines brunes : les objets dont la masse est plus grande que $42,5 M_J$ seraient principalement le produit de la fragmentation et de l'effondrement gravitationnel d'un nuage moléculaire (scénario similaire à celui qui permet la formation des étoiles, et corroboré par une distribution des excentricités analogue à celle des étoiles binaires), alors que les objets de masse inférieure à $42,5 M_J$ se seraient formés grâce aux instabilités gravitationnelles au sein d'un disque proto-planétaire. D'autres scénarios sont envisagés, comme celui de Guillot et coll. (2012) qui explique l'absence de naines brunes à faible période orbitale autour d'étoiles solaires par la perte d'une fraction de la population initiale de naines brunes après l'engloutissement par l'étoile de certaines d'entre elles à cause des forces de marées. Dans ce scénario, les objets de masse importante perdent du moment cinétique à cause de la rotation de l'étoile, plus faible, finissant entraînés dans une spirale qui les mène à leur perte dans l'étoile. Ce processus est viable si les naines brunes sont en orbite autour d'étoiles de type solaire, mais n'est plus du tout effectif pour les étoiles plus légères. Le désert des naines brunes autour des étoiles de type F accorde du crédit à ce modèle, même s'il est à ce jour impossible d'identifier le mécanisme véritablement dominant, s'il existe.

MOA-2007-BLG-197, une naine brune autour d'une étoile solaire

Sommaire

7.1	Présentation de l'événement	163
7.2	Modélisation de la courbe de lumière	165
7.3	Caractérisation de la lentille	167
7.4	MOA-2007-BLG-197Lb dans le paysage des naines brunes	168
7.5	Contraintes sur la formation des naines brunes	170
7.6	Conclusion	172
7.7	MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert (Article A&A)	173

DANS ce chapitre, je présente l'analyse de l'événement de microlentille gravitationnelle MOA-2007-BLG-197 qui a constitué une part importante de mon travail de thèse. Ce travail a conduit à la découverte de la première naine brune en orbite autour d'une étoile de type solaire par microlentille et fait l'objet d'une publication dans la revue A&A. Dans ce chapitre, je présente la spécificité de l'événement de microlentille à l'origine de cette détection singulière et les raisons de la difficulté de son analyse. L'ensemble des méthodes décrites dans le chapitre 5 de simulation numérique a été utilisé pour cette analyse et de nombreuses précisions sont données directement dans l'article. Les paragraphes qui suivent présentent l'événement et proposent une discussion de certains points ne se trouvant pas nécessairement dans l'article.

7.1 Présentation de l'événement

C'est le 28 mai 2007 que l'événement de microlentille gravitationnelle MOA-2007-BLG-197 a été repéré pour la première fois par la collaboration MOA grâce au télescope de 1,8m sur le Mont John en Nouvelle-Zélande. Les coordonnées galactiques de cet événement le placent proche du centre galactique, du côté éloigné de la barre galactique. Peu de temps après, entre le premier et le cinq juin, de mauvaises conditions météorologiques n'ont pas permis d'obtenir des mesures de qualité sur cet événement, se traduisant par des vides dans la courbe de lumière à des moments cruciaux pour une modélisation aisée de l'événement. C'est ainsi que la première forte amplification (traversée de caustique) a été manquée, durant la nuit du 6 juin d'après le travail d'analyse réalisé postérieurement. À ce stade, rien ne permettait de prévoir, de manière convaincante, que cet événement était en réalité anormal et de faible rapport de masse. À l'époque,

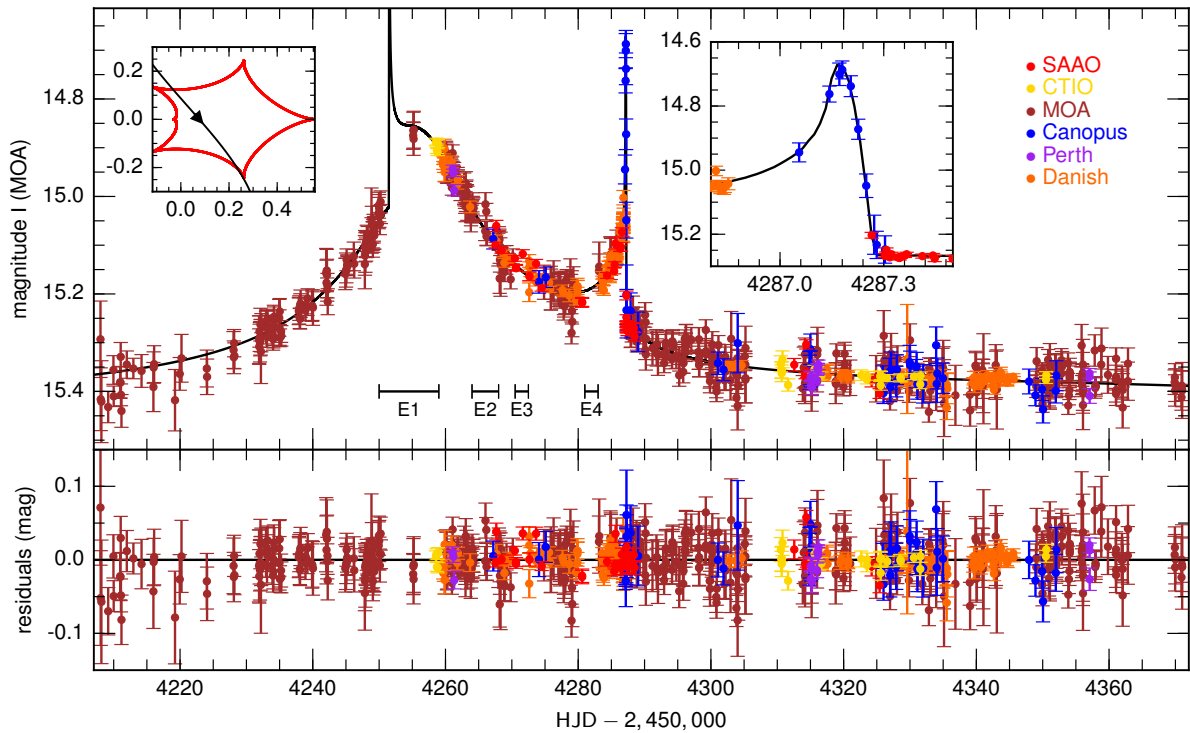


Fig. 7.1 – Sur le panneau supérieur, la courbe de lumière issue des observations de l'événement MOA-2007-BLG-197 et le meilleur modèle (courbe noire) sont représentés avec un agrandissement (à droite) lorsque la source sort de la caustique. À gauche, la géométrie de la caustique résonnante correspondant au meilleur modèle est tracée en rouge, ainsi que la trajectoire de la source en noir (les longueurs sont en unités du rayon d'Einstein). La source est elle aussi représentée en jaune, mais est trop petite pour être distinguée. Les quatre intervalles E_{1-4} indiquent la position des intervalles vides, dans lesquels l'existence d'une traversée de caustique a été testée. Les résidus en magnitude obtenus avec le meilleur modèle sont représentés sur le panneau inférieur. *Figure extraite de Ranc et coll. (2015).*

la collaboration PLANET disposait de nombreux télescopes répartis sur tous les continents, qui permettaient à eux seuls de couvrir en continu les observations d'une même étoile.

La première suspicion que cet événement différait du modèle de lentille simple a été rapportée par les astronomes observant pour PLANET le 19 juin, à partir de l'analyse en temps réel des mesures prises en Nouvelles-Zélande par MOA. Le flux enregistré semblait être légèrement plus important que la prédiction d'un modèle de lentille simple. Cependant, aucune alerte n'a été déclenchée, faute de donnée pour appuyer cette hypothèse. C'est le cinq juillet que la collaboration MOA publie une alerte publique suite aux dernières mesures du télescope danois qui a enregistré une magnitude dépassant la prédiction du modèle de 0,2 mag durant plus de cinq jours consécutifs. Aussitôt, les observations répétées réalisées par le télescope du SAAO ont confirmé l'augmentation du flux en bande I en direction de MOA-2007-BLG-197. Cette amplification soudaine de lumière annonçait la traversée d'une caustique par la source. Malheureusement, aucune observation n'a pu être réalisée à Perth à cause de la météo, laissant un nouveau vide dans les mesures. Quelques heures plus tard, le télescope du Mont Canopus a été le seul à suivre, heure par heure par des mesures répétées, le pic soudain d'amplification (~ 19) qui a duré à peine sept heures dans la nuit du quatre au cinq juillet dans le fuseau horaire de l'Australie orientale. La courbe de lumière est représentée sur la Fig. 7.1.

La réduction des données photométriques a été réalisée par plusieurs codes pour tester la

compatibilité des résultats et ne conserver que la meilleure réduction (celle obtenue avec `pySIS`, Albrow et coll. (2009)). Les images prises lorsque le temps était mauvais sont examinées une à une pour vérifier que la soustraction d’image n’a pas donné de résultat aberrant et les images présentant un *seeing* fort ou un champ plat très hétérogène sont exclues de l’analyse. L’estimation des barres d’erreur sur les mesures a fait l’objet d’une investigation particulière suivant le principe exposé au § 5.7.

7.2 Modélisation de la courbe de lumière

La modélisation de la courbe de lumière suit le processus décrit au § 5.7.1 en commençant par ajuster un modèle de microlentille binaire statique. Le pic d’amplification visible dans les données suggère la possibilité d’une traversée de caustique. D’autres arguments soutiennent cette hypothèse : d’abord, la pente de la courbe de lumière est bien plus grande à la fin du bref pic d’amplification qu’au début. Ceci est caractéristique de la sortie d’une caustique (la pente la plus forte est toujours du côté extérieur de la caustique). D’autre part, la modélisation primaire de l’événement (sans la prise en compte de la parallaxe ni du mouvement orbital de la lentille) indique que l’amplification minimale du flux de la source avant cet épisode est strictement supérieure à trois, valeur minimale de l’amplification à l’intérieur d’une caustique (Witt & Mao, 1995). Pour toutes ces raisons, il était relativement clair que la source avait traversé une caustique durant cet événement. Les effets de taille finie de la source ont donc été pris en compte et ont permis d’identifier la zone dans laquelle l’entrée de caustique s’est produite (indiquée E_1 sur la Fig. 7.1). Les intervalles de temps où la méthode du tir de rayons (*ray-shooting* en anglais) et l’approximation hexadécapolaire ont été utilisées sont réduits autant que possible pour rendre la modélisation plus rapide. Par exemple, l’amplification est calculée par la méthode du tir de rayons lorsque la source se trouve à une distance inférieure à 3ρ d’une caustique. Le modèle inclut également un effet d’assombrissement centre-bord qui dans le cas de cet événement n’est pas bien contraint.

Le défi majeur de la modélisation de cet événement était justement de trouver tous les minima locaux du χ^2 associé à chaque entrée potentielle dans la caustique. Le jeu de paramètres (u_0, α, t_E, t_0) n’est en réalité pas du tout adapté à une exploration de l’espace des paramètres guidé par la connaissance précise de la date à laquelle la source sort de la caustique. Lors de l’exploration de l’espace des paramètres par Monte Carlo par chaîne de Markov (MCMC), un certain nombre de modèles sans traversée de caustique sont forcément testés et représentent une perte de temps de calcul. En effet, il n’y a que quelques combinaisons particulières de ces paramètres qui rendent compte d’une traversée de caustique à l’endroit où elle peut se produire. L’introduction de nouveaux paramètres spécifiquement adaptés à la description d’une traversée de caustique représente un gain considérable en efficacité (Albrow et coll., 1999). Pour cela, un nouveau formalisme a été développé (Cassan, 2008). Ce formalisme utilise deux paramètres alternatifs t_{in} et t_{out} qui décrivent les dates auxquelles la source entre et sort de la caustique. Deux abscisses curvilignes s_{in} et s_{out} le long de la caustique sont également introduits pour décrire la position sur la caustique du centre de la source lorsqu’elle y pénètre ou en ressort. Ces nouveaux paramètres ont déjà fait leurs preuves dans l’exploration judicieuse de l’espace des paramètres en permettant d’identifier toutes les trajectoires de la source par rapport à la lentille dans les événements étudiés dans les articles de Kains et coll. (2009) et Kains et coll. (2012). Son efficacité vient du fait que tous les modèles testés par MCMC produisent des courbes de lumière dont la traversée de la caustique par la source se produit très exactement aux dates identifiées préalablement sur la courbe de lumière expérimentale. Ce formalisme était particulièrement

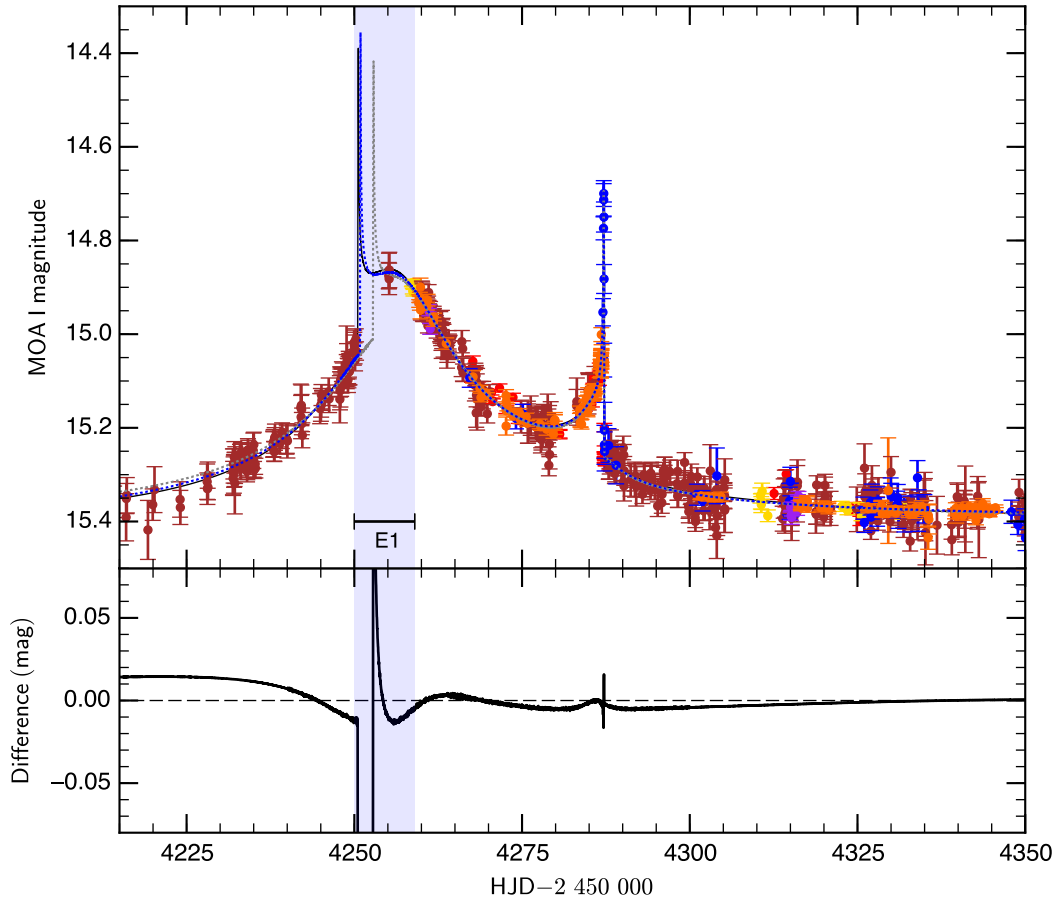


Fig. 7.2 – Sur le panneau supérieur sont représentés la courbe de lumière issue des observations de l'événement MOA-2007-BLG-197, le meilleur modèle incluant parallaxe et mouvement orbital de la lentille (courbe noire), le meilleur modèle obtenu avec seulement le mouvement orbital de la lentille (pointillés gris) et le meilleur modèle obtenu avec seulement la parallaxe (pointillés bleus). Le panneau inférieur indique la différence entre les deux modèles incluant parallaxe seule et mouvement orbital de la lentille seule. Le cadre bleu correspond à un vide dans les données de suivi de l'événement.

adapté pour l'étude de l'événement MOA-2007-BLG-197. Pour chaque entrée potentielle de la source à l'intérieur de la caustique, un modèle statique décrivant la courbe de lumière est recherché dans une approche mixte utilisant une grille en s et q explorée par MCMC. Ainsi, un intervalle de temps pendant lequel l'entrée de la source dans la caustique s'est produite a pu être identifié.

Dans une seconde étape, la parallaxe et le mouvement orbital de la lentille ont été ajoutés au modèle, l'un après l'autre et l'un sans l'autre. Indéniablement le modèle obtenu est meilleur. La comparaison quantifiée des différentes contributions se trouve au § 7.7. Toutefois, les modèles incluant parallaxe et mouvement orbital seuls améliorent l'ajustement de manière comparable. Cela s'explique d'une part parce que l'entrée dans la caustique s'est produite à un moment où aucune donnée n'est disponible, deuxièmement parce que le mouvement orbital et la parallaxe sont en partie dégénérés. Une couverture idéale de la courbe de lumière aurait très certainement permis de distinguer les deux effets, mais ce n'est pas le cas du jeu de données avec lequel nous devons travailler. Pour illustrer cela, la Fig. 7.2 représente le meilleur modèle incluant parallaxe et mouvement orbital de la lentille, ainsi qu'un modèle n'incluant que le mouvement orbital de la lentille ou que la parallaxe. Tous ces modèles sont très similaires en terme de qualité d'ajustement

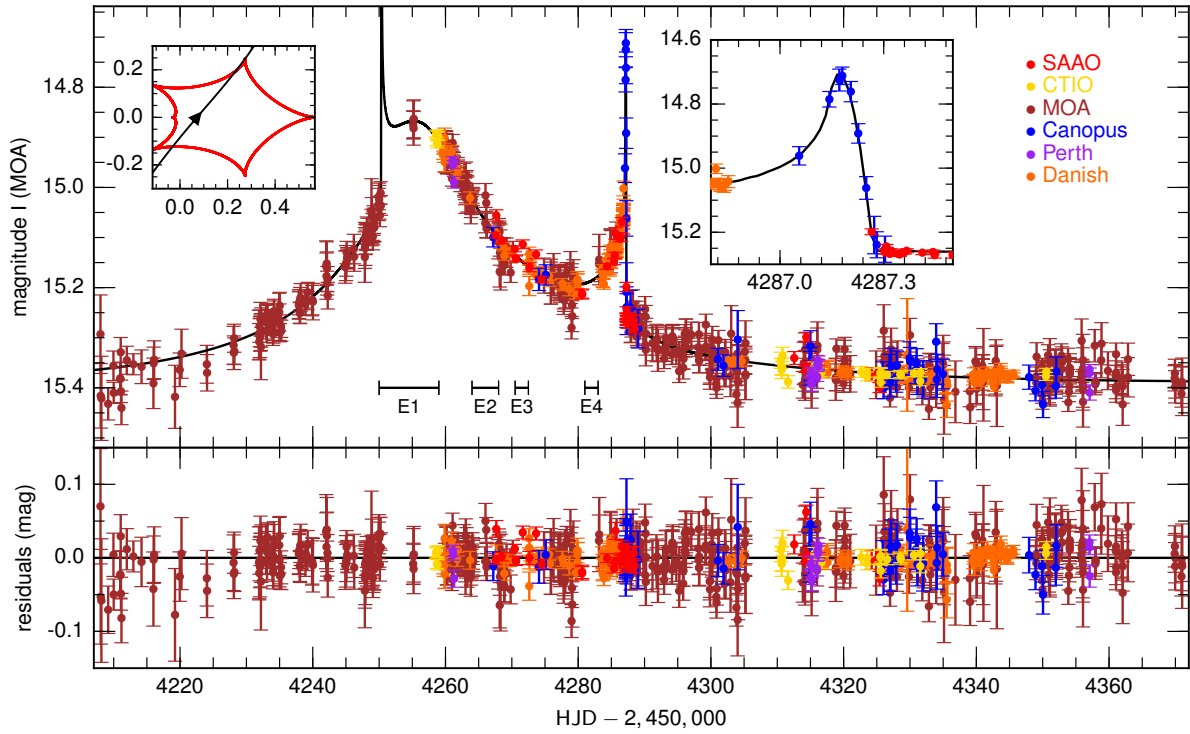


Fig. 7.3 – Même figure que Fig. 7.1 illustrant la dégénérescence géométrique $(u_0, \alpha) \mapsto -(u_0, \alpha)$. Ce modèle est légèrement défavorisé par rapport à celui de la Fig. 7.1.

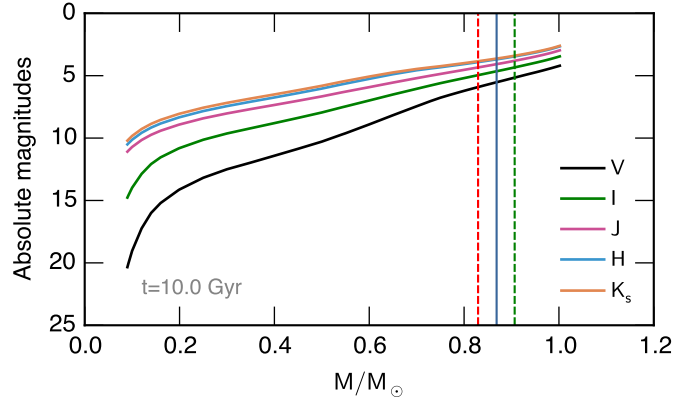
aux données, mais se contredisent de manière importante au niveau de l'entrée de la caustique qui n'a pas pu être observée. Ce degré de liberté conduit à une mauvaise contrainte de la parallaxe et donc une mauvaise détermination de la masse de la lentille. Pour cet événement, il a toutefois été possible de conclure grâce à des mesures additionnelles réalisées à haute résolution angulaire avec l'instrument NaCo au VLT. Par ailleurs, la Fig. 7.3 illustre la dégénérescence $(u_0, \alpha) \mapsto -(u_0, \alpha)$ décrite au § 5.6.6 et explorée dans le cas de MOA-2007-BLG-197.

7.3 Caractérisation de la lentille

Dans cette étude, la détermination des propriétés physiques (masse et distance) de la lentille repose sur quatre relations entre la masse et la distance. Comme la parallaxe n'a pas pu être contrainte de manière convaincante, elle n'apporte pas de relation masse-distance supplémentaire. C'est également ce qui fait l'originalité de cet événement.

1. La modélisation de la courbe de lumière a permis de mesurer le rayon de la source en unité du rayon d'Eintein ρ . Nous construisons ensuite un diagramme couleur-magnitude $(I, V - I)$ et déterminons le rayon physique de la source grâce aux relations couleur-rayon déterminées par Kervella & Fouqué (2008). Comme $\rho = \theta_s / \theta_E$, on obtient ainsi une première contrainte sur θ_E .
2. De manière indépendante, deux séries de mesures en direction de MOA-2007-BLG-197 ont été réalisées grâce à l'instrument NaCo monté sur le VLT dans trois bandes spectrales infrarouges J , H et K_s . Après avoir construit les trois diagrammes couleur-magnitude correspondant aux trois bandes, j'ai pu déterminer la position du RGC et y ajuster celui d'isochrones stellaires de manière à déterminer le rougissement et l'extinction dus au milieu interstellaire. Cette étape avait été réalisée avant le début de ma thèse par Daniel Kubas.

Fig. 7.4 – Magnitudes absolues représentées en fonction de la masse de la source données par une isochrone de 10 milliards d’années, métallicité solaire. L’isochrone a été produit par l’outil en ligne de Bressan et al. (2015). La ligne verticale pleine indique la masse de la source et les lignes pointillées l’intervalle à un sigma.



J’ai repris la base de son travail, mais recommencé cette détermination avec d’autres isochrones plus récemment calculées. J’ai également ajouté la métallicité comme paramètre d’ajustement dans ce processus. Ceci permet d’obtenir trois relations magnitude-distance du type $m_\lambda = M_\lambda + 5 \log D_l - 5 + A_\lambda$, où m_λ est la magnitude apparente, M_λ la magnitude absolue et A_λ l’absorption (ces quantités dépendent de la longueur d’onde d’observation), et D_l la distance à la lentille exprimée en kiloparsec. Comme la magnitude absolue d’une étoile dépend de sa masse, cette dernière relation n’est rien d’autre qu’une relation entre la masse et la distance de la lentille primaire. Cette relation est donnée par des isochrones stellaires. La Fig. 7.4 représente la relation entre la magnitude absolue et la masse de la source dans différentes bandes spectrales utilisée pour modéliser la source. Une discussion approfondie des isochrones choisies pour décrire la lentille et la source se trouve au § 7.7. Cette méthode n’est utilisable que si la lentille contribue de manière significative au flux reçu en infrarouge de sorte que NaCo mesure un flux de contamination provenant de l’émission de la lentille primaire.

Avec ces quatre relations masse-distance, le problème devient surcontraint. En réalité, les trois relations obtenues grâce aux mesures NaCo ne sont pas totalement indépendantes. Pour combiner toutes ces informations, j’ai développé un code de modélisation bayésien dans lequel les mesures réalisées indépendamment de la courbe de lumière servent de distribution *a priori*. La démarche suivie pour la modélisation de l’événement MOA-2007-BLG-197 est synthétisée par le schéma Fig. 7.5.

La caractérisation de la lentille a débouché sur la détection d’une naine brune de $41 \pm 2 M_J$ en orbite autour d’une étoile de type solaire de masse $0,82 \pm 0,04 M_\odot$ à une distance projetée de $4,29 \pm 0,10$ UA. Le système se situe à $4,17 \pm 0,30$ kpc de la Terre. Il s’agit donc de la première naine brune en orbite autour d’une étoile de type solaire détectée par microlentille. Cette détection est importante car elle prouve l’existence de ce type de systèmes à des distances de plusieurs kiloparsecs et la capacité des microlentilles à les détecter.

7.4 MOA-2007-BLG-197Lb dans le paysage des naines brunes

Pour placer MOA-2007-BLG-197Lb dans le paysage des naines brunes déjà connues, nous avons sélectionné dans le catalogue constitué par Ma & Ge (2014) les objets dont la masse ou la masse minimale est comprise dans l’intervalle $13 - 74 M_J$, dont l’incertitude est inférieure à $25 M_J$, et dont la période est plus petite que vingt mille jours. Ces objets sont représentés en bleu (vitesses radiales) et en orange (transit) sur la Fig. 7.6 de gauche. Nous avons par ailleurs exclu du catalogue l’objet Marvels-1 (TYC 1240-945-1) car l’analyse menée par Wright et coll.

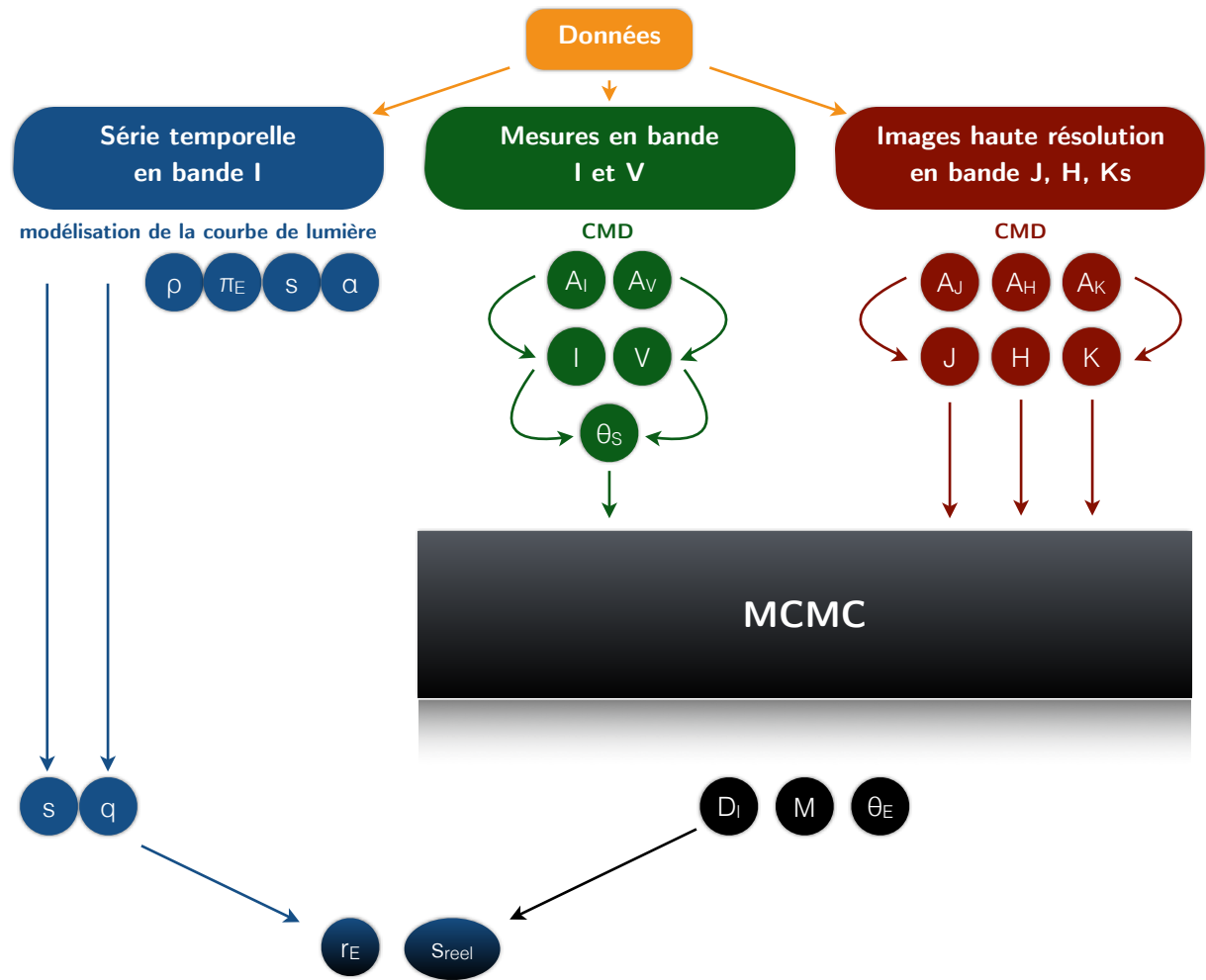


Fig. 7.5 – Résumé de la démarche suivie pour analyser MOA-2007-BLG-197. La courbe de lumière en bande I fournit une première série temporelle qui est modélisée à la lumière de la théorie des microlentilles gravitationnelles. Le diagramme couleur-magnitude ($I, V - I$) obtenu permet quant à lui de déterminer l'absorption et le rougissement par le milieu interstellaire (en déterminant la position du RGC). Ensuite, les magnitudes I et V de la source sont calculées et permettent d'en déduire une valeur du rayon physique de l'étoile source. Enfin, les images à haute résolution angulaire obtenues par NaCo permettent d'une part de construire un diagramme couleur-magnitude pour la détermination des rougissements, d'autre part de mesurer la magnitude de l'événement de microlentille dans les trois bandes J , H et K_s . Toutes ces informations sont combinées dans un MCMC qui échantillonne la distribution de probabilité *a posteriori* du rayon d'Einstein r_E , de la distance projetée, du rayon angulaire d'Einstein θ_E , etc.

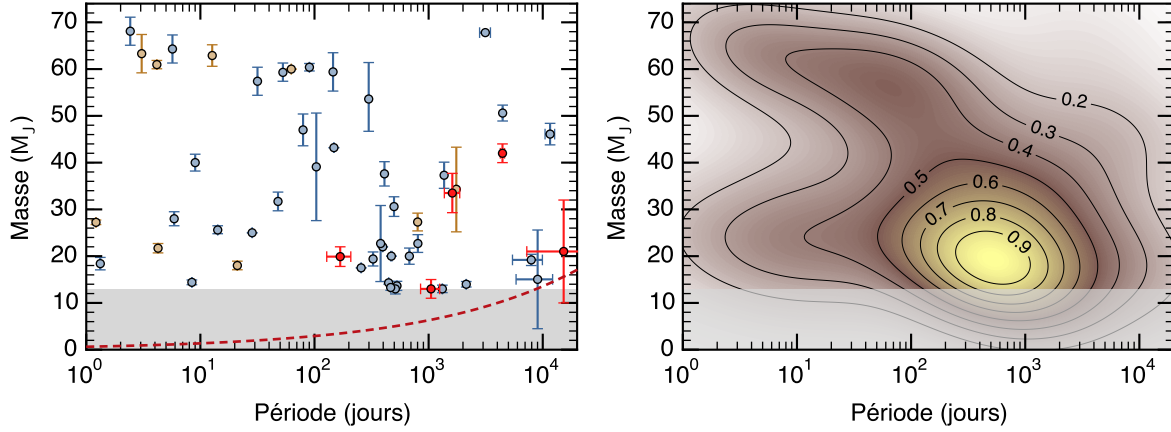


Fig. 7.6 – La figure de gauche reprend les conventions de la Fig. 6.2. Les exoplanètes sont ici retirées. Les naines brunes détectées par microlentille sont représentées en rouge. La figure de droite représente le résultat d’un ajustement non paramétrique d’une densité de probabilité à la population des naines brunes représentée sur la figure de gauche. Ces deux figures sont adaptées de Ranc et coll. (2015) et actualisées.

(2013) grâce à de nouvelles données obtenues en vitesse radiale et imagerie directe tendent à prouver qu’il s’agit d’un système binaire d’étoiles, plutôt que d’une naine brune en orbite autour d’une étoile solaire. Pour la première fois nous avons placé sur la Fig. 7.6 les naines brunes détectées par microlentille dans le paysage des naines brunes déjà bien peuplé par d’autres méthodes de détection. Plus précisément, sont représentées sur cette figure les naines brunes en orbite autour d’étoiles (tous types confondus) découvertes par la méthode des microlentilles (en rouge) : MOA-2011-BLG-149 et OGLE-2011-BLG-0172/MOA-2011-BLG-104 (Shin et coll., 2012c), MOA-2010-BLG-073 (Street et coll., 2013), OGLE-2013-BLG-0578 (Park et coll., 2015) ainsi que MOA-2007-BLG-197Lb (Ranc et coll., 2015). Nous n’avons pas inclus à l’analyse MOA-2009-BLG-411 (Bachelet et coll., 2012) à cause de la barre d’erreur imposante sur la masse.

Pour rappel, la méthode des vitesses radiales permet de mesurer la masse minimale ou la masse exacte si le compagnon est aussi observé par transit. La méthode des microlentilles permet de mesurer la masse réelle du compagnon et la distance projetée a_{\perp} (tout comme l’imagerie directe). Pour inclure ces objets, j’ai associé à chaque naine brune découverte par microlentille un demi grand-axe a correspondant à la médiane de la densité de probabilité de a sachant a_{\perp} , notée $p(a | a_{\perp})$, calculée à partir de $p(a_{\perp} | a)$ dont une expression est donnée dans Gould & Loeb (1992). Une démonstration en est proposée dans l’annexe § A.2. Ensuite, la période est calculée en utilisant la troisième loi de Kepler. L’incertitude associée à a correspond à la propagation des erreurs de a à a_{\perp} , et l’incertitude sur la période est calculée par MCMC (voir § A.2) à partir des incertitudes sur a et la masse M (les erreurs sont supposées suivre une loi gaussienne).

7.5 Contraintes sur la formation des naines brunes

La répartition des naines brunes représentées sur la Fig. 7.6 suggère assez clairement qu’il est peut probable qu’un seul scénario explique à lui seul la formation de tous les objets détectés dans l’intervalle 13 – 73 M_J . Plusieurs mécanismes d’importance comparable peuvent tout aussi bien être la raison d’une structure si complexe. Pour caractériser cette structure sans faire appel aux lourdes simulations associées aux différents scénarios, nous avons réalisé une analyse statistique non paramétrique pour déterminer la densité de probabilité à deux dimensions sous-jacente à

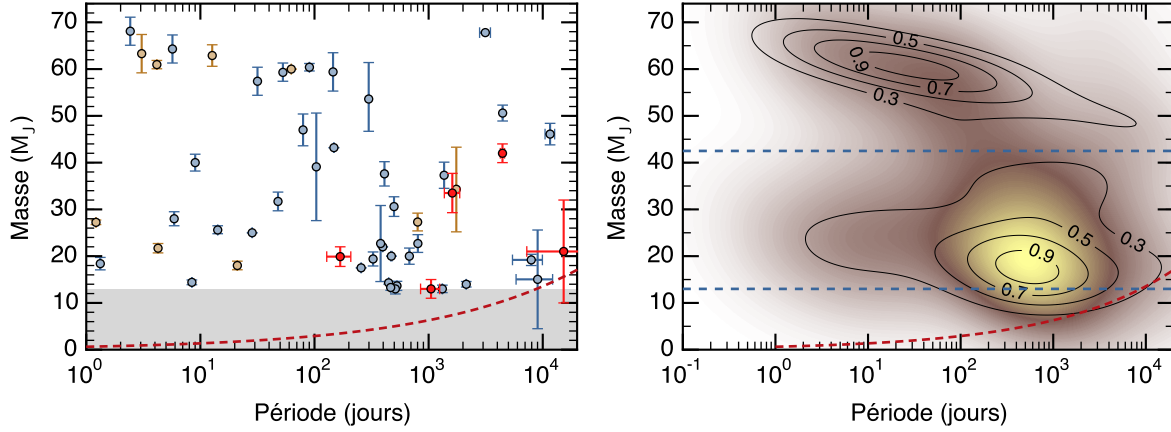


Fig. 7.7 – La figure de gauche reprend les conventions de la Fig. 6.2. Les exoplanètes sont ici retirées. Les naines brunes détectées par microlentille sont représentées en rouge. La figure de droite représente le résultat d'un ajustement non paramétrique d'une densité de probabilité à la population des naines brunes représentée à gauche. En fond, le dégradé de couleur de la Fig. 7.6 (droite) est reporté pour information. La population des naines brunes est maintenant divisée en deux groupes de masse inférieure/supérieure à $42,5 M_J$.

la distribution des objets représentés sur la Fig. 7.6. Dans cette analyse, nous n'avons inclus que les objets de masse supérieure à $13 M_J$ (largement au-dessus de la limite de détection par vitesse radiale d'après Mayor et coll. (2011), représentée en pointillés rouges sur la Fig. 7.6). L'estimation de la densité de probabilité repose sur une méthode non paramétrique (Scott, 1992). En pratique, un noyau gaussien est utilisé et la règle de Silverman (1986) permet d'estimer la largeur de bande (ou paramètre de lissage). Le profil de densité obtenu est représenté à droite de la Fig. 7.6. Pour tester l'effet du choix du paramètre de lissage sur le profil de densité final, deux méthodes ont été utilisées successivement pour estimer ce paramètre, celle de Silverman (1986) et celle de Scott (1992), qui ont finalement donné des profils de densité très similaires. Le profil est également relativement stable même si quelques objets sont supprimés des régions peu peuplées.

La première caractéristique frappante du profil de densité (droite de la Fig. 7.6) est l'existence d'une région de très faible abondance au niveau des masses intermédiaires ($30 - 60 M_J$) et des faibles périodes ($P \lesssim 30$ d). Ceci est en accord avec la zone décrite comme « aride » du désert des naines brunes (Ma & Ge, 2014). Ensuite, une abondance forte d'objets est visible à des périodes $P \approx 500$ d et des masses $M \sim 20 M_J$, qui reflète une tendance observée également dans le domaine des planètes géantes. De plus, une nouvelle zone de faible abondance est visible à grande période orbitale ($P \gtrsim 500$ d) et grande masse ($M \gtrsim 50 M_J$).

Compte tenu du fait que l'échantillon de naines brunes considéré dans cette étude est constitué de détections issues de diverses méthodes (principalement de vitesses radiales), l'interprétation de la forme du profil de densité obtenu doit être faite avec précaution. Bien que toutes les naines brunes représentées sur la Fig. 7.6 se trouvent dans une région de l'espace des paramètres affectée d'une efficacité de détection de 100% par Mayor et coll. (2011), il n'est pas exclu que ces détections soient affectées de biais observationnels. Une dégénérescence entre la masse et la période affecte en particulier les analyses de naines brunes dont la période orbitale est très longue. Ainsi, même si une analyse précise de tous ces facteurs est nécessaire pour espérer déterminer l'exakte forme du profil de densité dans le domaine des naines brunes, les grands traits caractéristiques de ce profil de densité sont très probablement liés à une variété de processus physiques intervenant à

divers degrés et formant un profil complexe.

Comme le montre la partie droite de la Fig. 7.7, si nous réalisons deux sous-populations à la manière de Ma & Ge (2014) en classant les naines brunes utilisées dans cette analyse en deux catégories, l'une comprenant les objets dont la masse est inférieure à $42,5 M_J$, l'autre incluant les objets dont la masse y est supérieure, la région de forte densité des objets les plus lourds apparaît décalée vers les faibles périodes ($P \sim 30$ d), alors qu'elle se situe à bien plus large période orbitale pour les objets les plus légers ($P \sim 500$ d). Cette observation apporte du crédit à l'idée soutenue par Ma & Ge (2014) selon laquelle les naines brunes les plus massives ont en moyenne de plus faibles périodes orbitales en accord avec une formation par effondrement gravitationnel d'un nuage moléculaire, alors que celles dont la masse est plus modeste se formeraient à de plus grandes distances orbitales, dans les ailes d'un disque proto-planétaire par le fait d'instabilités gravitationnelles. Toutefois, la région faiblement peuplée à faible période orbitale et pour des objets de masse intermédiaire pourrait tout aussi bien s'expliquer par leur chute dans l'étoile (Guillot et coll., 2012), scénario d'autant plus justifié que les objets concernés sont en orbite autour d'étoiles de type solaire.

La distribution des naines brunes en fonction de leur masse et de leur période orbitale est toujours très incertaine à cause du peu d'objets connus. Il est donc encore très difficile d'identifier le ou les mécanisme(s) qui préside(nt) à la formation des naines brunes et explique le désert observé de manière convaincante, univoque et définitive. De plus, la grande majorité des naines brunes impliquées dans un système binaire étoile-naine brune sont en orbite autour d'étoiles de type solaire. Cela rend impossible à ce jour l'exploration des différentes populations de naines brunes en fonction du type de l'étoile autour de laquelle elles tournent. Il est remarquable que la naine brune MOA-2007-BLG-197Lb soit en orbite autour d'une étoile G-K, alors que la majorité des naines brunes détectées par microlentille sont en orbite autour d'étoiles naines M-K. Par conséquent, les futures découvertes de naines brunes par microlentilles fourniront une information unique et complémentaire sur la manière dont ces objets se distribuent autour des étoiles de faible masse.

7.6 Conclusion

L'étude de la démographie des naines brunes nous apprend qu'il s'agit d'objets intrinsèquement rares. L'incapacité de ces astres à maintenir les réactions de fusion du deutérium de manière prolongée cause leur refroidissement lent et irrémédiable au cours de leur vie. Ces objets émettent principalement en infrarouge et deviennent de plus en plus difficiles à détecter. C'est la raison pour laquelle les campagnes de recherche de naines brunes se concentrent sur les régions de formation d'étoiles, où elles sont encore suffisamment jeunes et chaudes pour être observées.

De nombreuses naines brunes isolées sont aujourd'hui connues mais leur abondance est très inférieure à celle des étoiles. Le constat est le même du côté des naines brunes en orbite autour d'étoiles solaires, leur abondance étant très en dessous de l'abondance observée pour tous les types de planètes. Des études statistiques montrent que le désert des naines brunes est plus clairement observé à faible séparation qu'à plus grande séparation où les naines brunes sont trouvées plus nombreuses. La méthode des microlentilles a permis la détection d'une dizaine d'objets dont la masse correspond au domaine (ou aux frontières) des naines brunes, ce qui n'est pas négligeable au regard de la soixantaine de naines brunes en orbite autour d'étoiles connues à ce jour. Ces détections, majoritairement des naines brunes en orbite autour d'une étoile M représentent une source d'information complémentaire vis-à-vis des détections réalisées autour d'étoiles solaires par vitesses radiales, transit, ou imagerie directe et une source de contraintes

nouvelles. Cette contribution des microlentilles augmentera à l'avenir avec le développement de nouveaux réseaux de télescopes comme nous le verrons au chapitre de conclusion et en fait une méthode en plein essor dans la recherche de naines brunes dans toutes les situations possibles, naines brunes solitaires, binaires de naines brunes, naines brunes en orbite autour d'étoiles naines rouges ou bien de type solaire.

7.7 MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert (Article A&A)

MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert[★]

C. Ranc^{1,§}, A. Cassan^{1,★★,§}, M. D. Albrow^{2,§}, D. Kubas^{1,§}, I. A. Bond^{3,¶}, V. Batista^{1,§}, J.-P. Beaulieu^{1,§},
D. P. Bennett^{4,¶}, M. Dominik^{5,§}, Subo Dong^{6,¶}, P. Fouqué^{7,8,§}, A. Gould^{9,¶}, J. Greenhill^{†,10,§}, U. G. Jørgensen^{11,§},
N. Kains^{12,5,§}, J. Menzies^{13,§}, T. Sumi^{14,¶}, E. Bachelet^{15,§}, C. Coutures^{1,§}, S. Dieters^{1,§}, D. Dominis Prester^{16,§},
J. Donatowicz^{17,§}, B. S. Gaudi^{9,¶}, C. Han^{18,¶}, M. Hundertmark^{5,11}, K. Horne^{5,§}, S. R. Kane^{19,§}, C.-U. Lee^{20,¶},
J.-B. Marquette^{1,§}, B.-G. Park^{20,¶}, K. R. Pollard^{2,§}, K. C. Sahu^{12,§}, R. Street^{21,§}, Y. Tsapras^{21,22,§}, J. Wambsganss^{22,§},
A. Williams^{23,24,§}, M. Zub^{22,§}, F. Abe^{25,¶}, A. Fukui^{26,¶}, Y. Itow^{25,¶}, K. Masuda^{25,¶}, Y. Matsubara^{25,¶}, Y. Muraki^{25,¶},
K. Ohnishi^{27,¶}, N. Rattenbury^{28,¶}, To. Saito^{29,¶}, D. J. Sullivan^{30,¶}, W. L. Sweatman^{31,¶}, P. J. Tristram^{32,¶},
P. C. M. Yock^{33,¶}, and A. Yonehara^{34,¶}

(Affiliations can be found after the references)

Received 2 February 2015 / Accepted 15 May 2015

ABSTRACT

We present the analysis of MOA-2007-BLG-197Lb, the first brown dwarf companion to a Sun-like star detected through gravitational microlensing. The event was alerted and followed-up photometrically by a network of telescopes from the PLANET, MOA, and μ FUN collaborations, and observed at high angular resolution using the NaCo instrument at the VLT. From the modelling of the microlensing light curve, we derived basic parameters such as, the binary lens separation in Einstein radius units ($s \approx 1.13$), the mass ratio $q = (4.732 \pm 0.020) \times 10^{-2}$ and the Einstein radius crossing time ($t_E \approx 82$ d). Because of this long time scale, we took annual parallax and orbital motion of the lens in the models into account, as well as finite source effects that were clearly detected during the source caustic exit. To recover the lens system's physical parameters, we combined the resulting light curve best-fit parameters with (J, H, K_s) magnitudes obtained with VLT NaCo and calibrated using IRSF and 2MASS data. From this analysis, we derived a lens total mass of $0.86 \pm 0.04 M_\odot$ and a lens distance of $D_L = 4.2 \pm 0.3$ kpc. We find that the companion of MOA-2007-BLG-197L is a brown dwarf of $41 \pm 2 M_J$ observed at a projected separation of $a_\perp = 4.3 \pm 0.1$ AU, and orbits a $0.82 \pm 0.04 M_\odot$ G-K dwarf star. We then placed the companion of MOA-2007-BLG-197L in a mass-period diagram consisting of all brown dwarf companions detected so far through different techniques, including microlensing, transit, radial velocity, and direct imaging (most of these objects orbit solar-type stars). To study the statistical properties of this population, we performed a two-dimensional, non-parametric probability density distribution fit to the data, which draws a structured brown dwarf landscape. We confirm the existence of a region that is strongly depleted in objects at short periods and intermediate masses ($P \lesssim 30$ d, $M \sim 30\text{--}60 M_J$), but also find an accumulation of objects around $P \sim 500$ d and $M \sim 20 M_J$, as well as another depletion region at long orbital periods ($P \gtrsim 500$ d) and high masses ($M \gtrsim 50 M_J$). While these data provide important clues on the different physical mechanisms of formation (or destruction) that shape the brown dwarf desert, more data are needed to establish their relative importance, in particular as a function of host star mass. Future microlensing surveys should soon provide more detections, in particular for red dwarf hosts, thus uniquely complementing the solar-type host sample.

Key words. planets and satellites: detection – gravitational lensing: micro – brown dwarfs

1. Introduction

Gravitational microlensing is a powerful technique for detecting extrasolar planets (Mao & Paczynski 1991), and it holds great promise for detecting populations of brown dwarf companions to stars. Compared to other detection techniques, microlensing provides unique information on the population of exoplanets, because it allows the detection of very low-mass planets (down to the mass of the Earth) at long orbital distances from their host stars (typically 0.5 to 10 AU). It is also the only technique that allows discovery of exoplanets and brown dwarfs at distances from the Earth greater than a few kiloparsecs, up to the Galactic bulge, which would have been hard to detect with other methods.

Exoplanets are found to be frequent by all detection techniques (e.g., Cassan et al. 2012; Bonfils et al. 2013; Mayor et al. 2011; Sumi et al. 2011; Gould et al. 2010b), and recent statistical microlensing studies even imply that there are, on average, one or more bound planets per Milky Way star (Cassan et al. 2012). Conversely, brown dwarfs appear to be intrinsically rare, to the point that shortly after the first exoplanet detections, it led to the idea of a “brown dwarf desert” (Marcy & Butler 2000) bridging the two well-defined regions of binary stars and planetary systems. While in the past, brown dwarfs were defined as objects of mass within the deuterium- and hydrogen-burning limits ($13\text{--}74 M_J$, Burrows et al. 2001), it appears today that different formation scenarios can build objects with similar masses but with different natures (super-massive planets, or low-mass brown dwarfs). An object formed via core accretion and reaching $13 M_J$ would, for example, be able to start deuterium burning, as would an object of same mass formed by gravitational collapse of a cloud or in a protoplanetary disk (Mollière & Mordasini 2012).

[★] Figures 9–12 are available in electronic form at

<http://www.aanda.org>

^{★★} Corresponding author: A. Cassan, e-mail: cassan@iap.fr

[§] PLANET/RoboNET Collaboration.

[¶] MOA Collaboration.

^{||} μ FUN Collaboration.

[†] Deceased.

A&A 580, A125 (2015)

Despite their low occurrence, a number of brown dwarf companions to stars have been discovered by different methods: radial velocity and transit (e.g., Moutou et al. 2013; Díaz et al. 2013; Sahlmann et al. 2011; Johnson et al. 2011; Deleuil et al. 2008), direct imaging (e.g., Lafrenière et al. 2007) and microlensing. With regards to microlensing, there are still a few brown dwarf detections, but this is mainly because until now observing priority has been given to exoplanets. Nevertheless, these detections are of particular interest because they provide a unique view of brown dwarfs around low-mass stars (mainly M dwarfs), which complements the currently available sample mostly composed of solar-type stars.

Microlensing detections so far include isolated brown dwarfs, brown dwarfs hosting planets, and brown dwarf companions to stars. The first isolated brown dwarf detected through gravitational microlensing (a $59 \pm 4 M_J$ brown dwarf located at 525 ± 40 pc in the thick disk of the Milky Way) was reported by Gould et al. (2009) in microlensing event OGLE-2007-BLG-224. Two brown dwarfs with planetary-mass companions were discovered in events OGLE-2009-BLG-151/MOA-2009-BLG-232 and OGLE-2011-BLG-0420 by Choi et al. (2013). In both cases, the planets were super Jupiters ($7.9 \pm 0.3 M_J$ and $9.9 \pm 0.5 M_J$, respectively) with the hosts being low-mass brown dwarfs ($19 \pm 1 M_J$ and $26 \pm 1 M_J$, respectively), with very tight orbits (below 0.4 AU). Similarly, Han et al. (2013) report a $23 \pm 2 M_J$ field brown dwarf hosting a $1.9 \pm 0.2 M_J$ planet in a tight system after the analysis of the event OGLE-2012-BLG-0358.

The first published microlensing detection of a brown dwarf companion to a star is OGLE-2008-BLG-510/MOA-2008-BLG-369, which was first reported by Bozza et al. (2012) as an ambiguous case between a binary-lens and a binary-source event. The data were reanalysed by Shin et al. (2012a), who concluded that the binary-lens model involving a massive brown dwarf orbiting an M dwarf was preferred. Shin et al. (2012b) conducted a database search for brown dwarf companions by focusing on microlensing events that exhibit low mass ratios. Among seven good candidates with well-determined masses (combination of Einstein radius and parallax measurements), they found two events that involve brown dwarfs: OGLE-2011-BLG-0172/MOA-2011-BLG-104 with mass $21 \pm 10 M_J$ around an M dwarf, and MOA-2011-BLG-149, a $20 \pm 2 M_J$ brown dwarf also orbiting an M dwarf. Similarly, Bachelet et al. (2012) reported the detection of another $\sim 52 M_J$ brown dwarf orbiting an M dwarf in MOA-2009-BLG-411, although the lens mass could not be determined exactly, and was estimated through statistical realisations of Galactic models. In microlensing event MOA-2010-BLG-073, Street et al. (2013) find that the lens was composed of a $11.0 \pm 2.0 M_J$ companion (hence near the planet/brown boundary) orbiting an M dwarf of $0.16 \pm 0.03 M_\odot$. Jung et al. (2015) report the detection of a star at the limit of the brown dwarf regime hosting a companion at the planet/brown dwarf boundary ($13 \pm 2 M_J$). More recently, Park et al. (2015) have reported the discovery of a binary system composed of a $33.5 \pm 4.2 M_J$ brown dwarf orbiting a late-type M dwarf in microlensing event OGLE-2013-BLG-0578.

Here we report the first microlensing discovery of a brown dwarf orbiting a Sun-like star. This new brown dwarf has a mass of $42 M_J$ and it was observed at a projected separation of 4.3 AU from its G-K dwarf host star.

In Sect. 2, we present photometric data collected on MOA-2007-BLG-197L by several round-the-world telescopes, as well as high resolution adaptative optics images taken with NaCo at VLT. In Sect. 3, we present the full analysis of the light curve and in Sect. 4 we derive the physical parameters of the

lens by combining all independent informations. In Sect. 5, we adopt a statistical point of view to analyse the current population of brown dwarfs detected with different methods using non-parametric probability density estimation tools. In Sect. 6 we summarise our results, and underline the importance of future microlensing observations to characterise the populations of objects in the mass region between planets and stars.

2. Observational data

2.1. Alert and follow-up

MOA-2007-BLG-197 ($l = 359.711$, $b = -5.509$, or RA (J2000) = 18:07:04.729, Dec (J2000) = $-31:56:46.77$) is a microlensing event that was alerted by the MOA collaboration (1.8 m telescope located in Mount John, New Zealand) in 2007 May 28 (or THJD ≈ 4249 ¹ on the photometric light curve shown Fig. 1). Soon after, between 1–5 June (THJD ≈ 4251 –4255), a very cloudy weather in New Zealand seriously affected the quality and reliability of the photometry, resulting in gaps in the time series. A magnification peak in the MOA light curve was passed around June 6 (THJD ≈ 4258). On June 8 (THJD ≈ 4259.7), the PLANET collaboration added the event to its target list as a regular mid-magnification object. Follow-up observations include data from the PLANET network using the Danish telescope 1.54 m at La Silla (Chile), Canopus 1m in Hobart (Tasmania), SAAO 1 m in Sutherland (South Africa) and Perth 0.6 m telescope (Australia), while the μ FUN collaboration collected data from CTIO 1.3 m in Mount Cerro Tololo (Chile).

On June 19 (THJD ≈ 4272), PLANET observers noticed that a few MOA data points were slightly above the standard single-lens theoretical curve. As this usually happens quite often in microlensing data, no alert was released. Indeed SAAO soon revealed that the alleged deviation was a false alert, but follow-up observations were continued. On July 5 (THJD ≈ 4287), even though the full moon affected the quality of the observations, a public alert was issued after Danish 1.54 m data were found to be above the single lens curve by more than 0.2 mag for more than five consecutive days. Intensive follow-up observations from SAAO confirmed the rise in brightness, announcing a caustic crossing. While Perth was overclouded, Canopus then took over, and was the only telescope to densely cover the caustic exit, which took place during the night of July 4 in Australia (THJD ≈ 4287.0 –4287.4, see inset of Fig. 1).

2.2. Photometric light curve

The photometric data was reduced several times using different software to check their consistency. The final lightcurve data from all telescopes were extracted with the PLANET pipeline PySIS (Albrow et al. 2009), which is a DIA-based algorithm (Difference Image Analysis, Alard 2000; Alard & Lupton 1998). For images taken in particularly bad weather conditions, we examined by eye each image in order to check whether the subtraction was correct or not. In the latter case we had to exclude them, but on the basis of image quality only. In the post-processing of the reduced data, we applied a cut in seeing and sky background, although in a very conservative way so that possible low-amplitude signals were not rejected. Not surprisingly, most of the data taken by MOA during the very bad weather period mentioned before (THJD ≈ 4251 –4255) had to be discarded. Unfortunately, a critical light curve feature is thereby not

¹ THJD = HJD – 2 450 000.

C. Ranc et al.: MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert

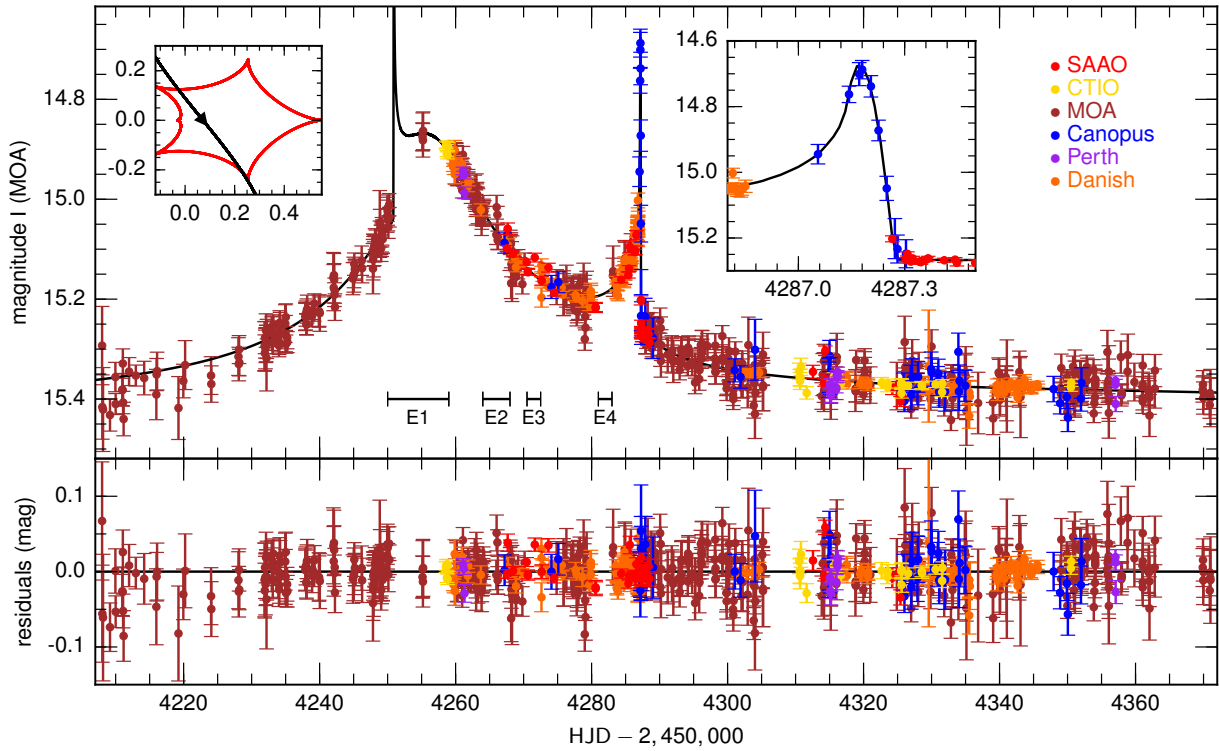


Fig. 1. *Upper panel:* the light curve of MOA-2007-BLG-197 and the best-fit model (solid line) with a zoom on the caustic exit on the right-hand side. On the left-hand side, the structure of the resonant caustic is drawn in red, as well as the trajectory of the source, in black (axes are in Einstein radius units). The source is too small to be distinguished. The four intervals E_{1-4} indicate time intervals where possible source caustic crossing (caustic entry) have been investigated. *Lower panel:* the residuals of the best-fit model.

Table 1. Telescopes and photometric data sets.

Telescope	Location	Filter	Data ^a	f^b
MOA (1.8 m)	Mount John, New Zealand	R_M^c	504	1.4
PLANET Danish (1.54 m)	La Silla, Chile	I	167	1.7
PLANET Canopus (1.0 m)	Mount Canopus, Tasmania	I	45	3.0
PLANET SAAO (1.0 m)	Sutherland, South Africa	I	43	1.6
μ FUN CTIO (1.3 m)	Mount Cerro Tololo, Chile	I	28	1.3
PLANET Perth (0.6 m)	Perth, Australia	I	15	1.4

Notes. ^(a) Number after data cleaning. ^(b) Error bar rescaling factor (Sect. 2.2). ^(c) MOA broad R/I filter.

covered (which has important consequences, see Sect. 3), however there was no other choice but to remove these data, as they might otherwise have affected the reliability of our models.

The final light curve data amounts to a total of 802 data points. They are summarised in Table 1. As seen in the table, all telescopes use a similar I -band filter, apart from the MOA 1.8 m telescope which is equipped with a broad R/I filter (referred to as R_M). Additionally, a few V -band images were taken by PLANET and μ FUN to produce colour-magnitude diagrams (see Sect. 4.1).

The last concern about the photometry was the estimation of the error bars of the data. Galactic bulge fields are highly crowded with stars, and during a microlensing event, the flux variation can easily span two order of magnitudes for high-magnification events. These pose severe challenges to manage a good estimation of the error bars. As a matter of fact, in microlensing experiments it is long known that data reduction software usually underestimates error bars. Furthermore, error bars

can vary significantly from one data set to another, with the risk that one data set dominates over the others at the modelling stage. A relatively robust method to prevent these drawbacks is to rescale the error bars, based on the best model fitting the data. For each data set, the (classical) χ^2 is set up to the number of degrees of freedom by adjusting a rescaling factor f in the formula $\sigma'^2 = f^2\sigma^2 + \sigma_0^2$, where σ' and σ are respectively the rescaled and initial error bars on the magnitudes, and $\sigma_0 = 4 \times 10^{-4}$ a constant accounting for the data most highly magnified. The f factors are given in Table 1 for each data set.

2.3. VLT NaCo high resolution images

On the night 20/21 of August 2007 (THJD \approx 4333.0) we obtained first epoch observations² of high resolution adaptive optics (AO) images in the near-infrared bands J , H and K_s using

² ESO Programme ID 279.C-5044(A).

A&A 580, A125 (2015)

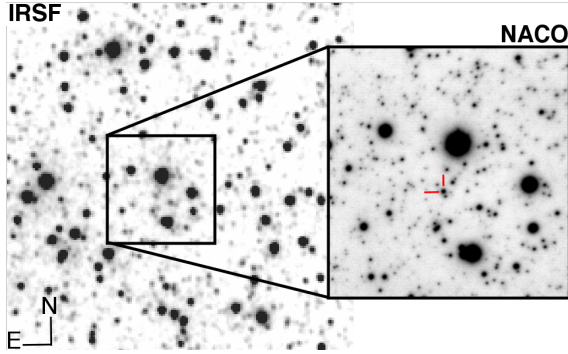


Fig. 2. *Left:* sub-region ($94'' \times 77''$) of an original $3' \times 3'$ K_s -band IRSF image used to calibrate the NaCo magnitudes. *Right:* corresponding K_s -band NaCo image ($27'' \times 25''$) used to cross-identify the stars.

the NaCo instrument, mounted on 8.2 m ESO VLT Yepun telescope (Fig. 2). The source star was then still magnified by a factor of about $A \approx 1.30$. A year later, on the night 2008 August 3/4 (THJD ≈ 4682.1), we carried out second epoch observations³ while the event was back to baseline magnitude. In principle, when two epochs are obtained at different magnifications, it should be possible to directly disentangle the lens flux from the source flux. In our case, however, the combination of a relatively high blending factor and low magnification did not support this direct measurement. Therefore, in the global analysis we used only the first epoch images. We reduced and calibrated the NaCo images following the general method outlined in Kubas et al. (2012) and briefly described below.

The night was clear and stable according to the observatory night logs, and the target was observed at low airmass and in good seeing conditions ($<0.8''$). The data were taken in auto-jitter mode within a $10''$ jitter box including the target in order to be able to correct for bad pixels and sky background. The AO correction was done using a $K = 11.17 \pm 0.02$ mag star (2MASS 18070464-3156423) at an angular separation of about $5''$ from the microlensing target. The data were dark subtracted, flat-fielded and co-added with the tools underlying the NaCo pipeline software (Devillard 1999).

To derive the photometry from the reduced data, the first step was to compute the zeropoints for the conversion of instrumental magnitudes to calibrated magnitudes. A first possibility was to use catalogued stars within the target frame field-of-view (FOV), in our case $28'' \times 28''$. While several cross-matches between the NaCo frames and the 2MASS catalogue were identified, only 2MASS 18070520-3156409 ($J = 14.24 \pm 0.05$, $H = 13.69 \pm 0.05$, $K = 13.48 \pm 0.05$) turned out as suitable (other potential calibrators in the NaCo images were either saturated or in the non-linear regime of the detector). We finally checked that this star was not variable, by comparing a series of H -band images taken with Andicam at CTIO, which is well calibrated to 2MASS thanks to its $2.4' \times 2.4'$ FOV. A second option for calibration was to use the zeropoints derived from the photometric standards taken with NaCo directly before the observations on the night 20/21 of August and at similar airmass. For calibration we used J, H, K magnitudes⁴ of star 9160-S870-T in the listed standards of Persson et al. (1998), which had the following advantages: this star was brighter than the previous 2MASS reference, and

Table 2. Derived NaCo magnitudes of the microlensing event target in the (J, H, K_s) filters for the two epochs 2007 August 20/21 (epoch 1) and 2008 August 3/4 (epoch 2).

Band	Epoch	Magnitude	Date [THJD]	FWHM
J	1	17.68 ± 0.06	4333.03906250	$0.19''$
J	2	17.67 ± 0.05	4682.12500000	$0.17''$
H	1	17.05 ± 0.05	4333.05468750	$0.14''$
H	2	17.04 ± 0.04	4682.14453125	$0.11''$
K_s	1	16.87 ± 0.05	4333.02343750	$0.11''$
K_s	2	16.89 ± 0.04	4682.10546875	$0.11''$

Notes. The values of Epoch 1 are used to constrain the lens mass-distance relation.

the smaller pixel scale made it less sensitive to blending contamination in our crowded field. For consistency, however, we measured the magnitude of 2MASS 18070520-3156409 in the NaCo frame, and found an agreement to better than 3%.

The second step was to extract accurate photometry from AO images in the infrared. This was not a straightforward task, since the shape of the point-spread function (PSF) often is not well fitted by analytical profiles, and also depends on the position of the target with respect to the star used for AO correction. Following Kubas et al. (2012), we constructed a PSF reference directly from stars in the NaCo frame, using the StarFinder package (Diolaiti et al. 2000). This software was especially designed for AO images of crowded stellar fields. We found $J = 17.68 \pm 0.06$, $H = 17.05 \pm 0.05$ and $K_s = 16.87 \pm 0.05$. The quoted error bars are dominated by the uncertainties in determining the true PSF shape and the scatter of the sky and unresolved background sources. The measurements obtained with StarFinder are summarised in Table 2.

The final step consisted in correcting the target for interstellar extinction, by fitting the position of the red clump giants (RCG) in the three colour-magnitude diagrams (CMD) involving the measured J, H, K_s reddened magnitudes. Because the nominal range in magnitudes from NaCo is above the 2MASS faint limit, we performed InfraRed Survey Facility (IRSF) observations at SAAO to extend the available 2MASS star list into the regime of stars measured within the NaCo frame. We used Kato et al. (2007) to obtain the calibration of IRSF images with respect to the 2MASS reference-star catalogue, noting that Janczak et al. (2010) found that no additional colour term is needed between NaCo and IRSF filters (the full process to build the calibration ladder is detailed in Kubas et al. 2012). Data to construct the NaCo+IRSF CMD are extracted from 2304 stars identified within a $3'$ circle around the target in IRSF images, and 135 stars identified in the NaCo images (Fig. 2). The resulting de-reddened and calibrated CMD is plotted in Fig. 3, with a fit of the Red Clump Giant (RCG) position using a 10 Gyr, $Z = 0.019$ isochrone from Bressan et al. (2012), and assuming a RCG distance modulus of $\mu = 14.6$ mag. This distance modulus is longer than the value used in Kubas et al. (2012) since the event is located in the Galactic bar (see Sect. 4.1 for a detailed discussion). From this analysis, we derived the following extinctions: $A_J = 0.51 \pm 0.05$ mag, $A_H = 0.33 \pm 0.05$ mag and $A_{K_s} = 0.22 \pm 0.05$ mag. These data are used in Sect. 4.2 to constrain the lens and mass distance.

3. Light curve modelling

3.1. Binary lens parameters

We start by modelling the light curve of MOA-2007-BLG-197 with a static binary-lens model, in order to identify broad classes

³ ESO Programme ID 381.C-0425(A).

⁴ Note that the difference in the transmission profile between K and K_s bands is less than 1%, so negligible in the present case.

C. Ranc et al.: MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert

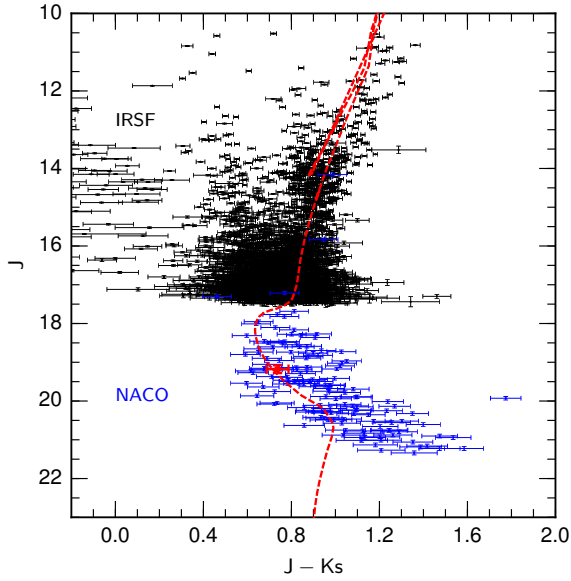


Fig. 3. $(J, J-K_s)$ colour-magnitude diagram in the 2MASS system combining NaCo and IRSF data (respectively, in blue and black). The red dot is the magnitude/colour of the source derived from the source characterisation (Sect. 4.1). The values are not corrected for interstellar extinction. The red clump (RCG) is fitted by the red over-plotted 10 Gyr, solar-metallicity isochrone from [Bressan et al. \(2012\)](#).

of possible solutions. In this model, the lens is characterised by its binary mass ratio q , and s , the projected separation of the binary lens in angular Einstein radius units θ_E . Here,

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2 D_S} \left(\frac{D_S}{D_L} - 1 \right)}, \quad (1)$$

where G is the gravitational constant, c the speed of light, D_L and D_S are respectively the observer-lens and observer-source distances and M the total mass of the lens. Four additional parameters describe the source mean rectilinear motion: the minimum impact distance u_0 between the source and the origin (here, the centre of mass of the system, with the more massive body on the right-hand side), t_0 , the date at which the source reaches u_0 , t_E , the time it takes for the source to travel one Einstein angular radius, and α , the angle between the source trajectory and the lens symmetry axis.

When the source approaches a caustic, finite-source effects cannot be neglected and substantial deviations from a point-source model are expected. Finite-source effects are included in the modelling through

$$\rho = \frac{\theta_S}{\theta_E}, \quad (2)$$

where θ_S is the angular radius of the source, and ρ the same quantity but in Einstein radius units. Here and in the following, a point-source model is used when the source is far enough from the caustics ($t \leq 4240.0$ and $t \geq 4300.0$); closer to the caustics, a hexadecapole approximation to the finite-source magnification ([Gould 2008](#)) is used ($t \in [4240.0, 4247.9] \cup [4260.0, 4286.0] \cup [4287.5, 4300.0]$), until it breaks down, approximately when the source is closer than $\sim 3\rho$ from the caustics. In this case, a full integration along the source images contours ([Dominik 2007](#); [Bozza 2010](#); [Gould & Gaucheron 1997](#)) or ray-shooting of the

images are required ([Dong et al. 2006, 2009](#); [Bennett 2010](#)) to compute the magnification. Since finite-source effects dramatically increase the computational cost, these time intervals are reduced as much as possible (here, $t \in [4247.9, 4260.0] \cup [4286.0, 4287.5]$).

Microensing light curves are usually sensitive to stellar limb darkening (e.g., [Albrow et al. 1999b](#); [Cassan et al. 2006](#)). We thus model the source as a linear limb-darkened disk ([An et al. 2002](#); [Zub et al. 2011](#)) described by the intensity-normalised profile

$$I(r) = \frac{1}{\pi} \left[1 - \Gamma \left(1 - \frac{3}{2} \sqrt{1 - r^2} \right) \right], \quad (3)$$

where $0 \leq r \leq 1$ is the fractional radius, and Γ the linear limb-darkening (LLD) coefficient. While in special cases limb-darkening laws beyond the linear law may slightly improve the model (e.g., [Cassan et al. 2004](#); [Kubas et al. 2005](#)), in the case of MOA-2007-BLG-197L (relatively sparse data coverage of the caustic crossings) it is an excellent approximation. As seen in the right inset of Fig. 1, only Canopus data are sensitive to limb darkening, although the light curve sampling is not dense enough to provide strong constraints on the LLD coefficient. We therefore use [Claret & Bloemen \(2011\)](#) for the source surface gravity and effective temperature found in Sect. 4.1 ($\log g \sim 4.47$, $T_{\text{eff}} \sim 5350$ K) to estimate MOA-2007-BLG-197L LLD coefficients, and found ~ 0.4 for the I filter and ~ 0.5 for the R filter. We checked that refining the Canopus- I LLD coefficient with a fit to the data leads to $\Gamma_I = 0.48$. We then adopted $\Gamma_I = 0.48$ for all I -band data and $\Gamma_{R_M} = 0.5$ (MOA Γ_{R_M} filter is a broad R/I filter).

Finally, two additional parameters, F_S^i (source flux) and F_B^i (blended flux), are included per individual observatory or filter, so that for a given individual data set i the total flux of the microlensing target reads

$$F^i(t) = A(t) F_S^i + F_B^i, \quad (4)$$

where $A(t)$ is the time-dependent source flux magnification factor. The blending flux F_B accounts for all luminous contributions other than the source, in particular, it includes the flux from the lens. For the best model presented in Table 3, the blending flux ratios F_B/F_S are respectively 17.79 (MOA), 38.14 (SAAO), 12.85 (CTIO), 3.97 (Canopus), 66.97 (Perth), 12.10 (Danish). The high value for Perth is easily explained by the fact that the aperture of the telescope is small and the seeing was relatively high, which results in a higher blend fraction.

3.2. Caustic-crossing parametrisation

The shape of the MOA-2007-BLG-197 light curve (Fig. 1) clearly indicates that the source crosses (i.e., exits) a fold caustic at $\text{THJD} \approx 4287.2$, mainly thanks to Canopus data densely covering this part of the light curve. On the other hand, the date of the caustic entry is ambiguous. In fact, for such a small angular source size as suggested by the caustic exit, the caustic entry could easily fit in one of the several gaps in the data coverage, in particular those marked as E_{1-4} in Fig. 1.

One of the modelling challenges for this event was to find all possible local minima involving all possible caustic entry dates. The problem with the set of parameters (u_0, α, t_E, t_0) described in the previous section is that it is not well suited to explore efficiently the parameter space. In fact, only very special combinations of these parameters produce caustic crossings at the right locations on the light curve. [Albrow et al. \(1999a\)](#) proposed for the first time to introduce specific parameters to

A&A 580, A125 (2015)

Table 3. Best-fit solutions for the different models of MOA-2007-BLG-197.

Parameter [unit]	Model				
	ESBL ^a	ESBL + P ^b	ESBL + LOM ^c	ESBL + P + LOM $u_0 < 0$	ESBL + P + LOM $u_0 > 0$
$\chi^2/\text{d.o.f.}$	(942.2/795) = 1.19	(840.9/792) = 1.06	(849.2/793) = 1.07	(840.6/790) = 1.06	(828.7/790) = 1.05
$\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi^2_{\text{best}}$	113.5	12.2	20.5	11.9	0
s	1.1291 ± 0.0012	1.1347 ± 0.0020	1.1620 ± 0.0044	1.1361 ± 0.0086	1.1254 ± 0.0044
$q/10^{-2}$	4.972 ± 0.043	4.867 ± 0.080	3.48 ± 0.25	4.934 ± 0.044	4.732 ± 0.020
t_E [days]	80.72 ± 0.21	78.39 ± 0.61	79.4 ± 1.0	82.6 ± 1.4	82.3 ± 1.2
$u_0/10^{-2}$	6.39 ± 0.10	5.57 ± 0.15	7.17 ± 0.32	-5.43 ± 0.12	5.59 ± 0.28
t_0 [THJD]	4259.31 ± 0.10	4259.72 ± 0.40	4258.34 ± 0.70	4259.23 ± 0.10	4258.884 ± 0.013
$\alpha/10^{-1}$ [rad]	9.123 ± 0.056	8.54 ± 0.20	7.57 ± 0.17	-9.62 ± 0.14	9.709 ± 0.060
$\rho/10^{-4}$	5.69 ± 0.23	5.91 ± 0.30	5.20 ± 0.27	6.13 ± 0.33	5.30 ± 0.24
$\pi_{E,N}$	–	0.82 ± 0.25	–	1.32 ± 0.31	-0.45 ± 0.13
$\pi_{E,E}$	–	-0.31 ± 0.15	–	0.82 ± 0.65	-0.96 ± 0.15
$\dot{s}/10^{-1}$ [rad/year]	–	–	1.22 ± 0.16	-0.04 ± 0.16	-0.46 ± 0.13
$\dot{\alpha}/10^{-1}$ [rad/year]	–	–	0.24 ± 0.65	-2.76 ± 0.60	2.38 ± 0.60

Notes. ^(a) Extended-source binary-lens model. ^(b) Microlensing parallax. ^(c) Lens orbital motion.

model a caustic crossing. Cassan (2008) developed further this approach, and generalised it to a pair of caustic crossings (entry and exit) by introducing a specific parametrisation of the caustic curves. This method is particularly efficient for an event like MOA-2007-BLG-197.

In this formalism, two alternative parameters t_{in} and t_{out} are used to fit for the dates of the source entry (in) and exit (out), while two other parameters s_{in} and s_{out} (which are curvilinear distances along the caustic curve) are used to fit for the source centre ingress and egress points on the caustic. It has been demonstrated that this parametrisation is more efficient in locating all possible fitting source-lens trajectories (Kains et al. 2009, 2012), because they all produce caustic-crossing features at the observed dates. Cassan et al. (2010) later derived Bayesian priors on parameters ($t_{\text{in}}, t_{\text{out}}, s_{\text{in}}, s_{\text{out}}$) to explore even more efficiently the parameter space. The best-fit values derived from the minimisation process are finally converted back to the classical parameters.

We explored⁵ all static binary-lens models using this parametrisation for all possible source caustic crossing dates within the E_1 to E_4 intervals displayed in Fig. 1, and for a regular ($\log s, \log q$) grid of 30×30 spanning $\log(0.4) \leq \log s \leq \log(4)$ and $-4 \leq \log q \leq 0$. The minimisation was performed using a classical Markov Chain Monte Carlo (MCMC) algorithm. The best model involves a caustic entry in the time interval E_1 , the longest of the four gaps explored. The best-fit values of the model parameters and the corresponding χ^2 are listed in column ESBL (Extended-Source, Binary-Lens) of Table 3, and posterior probability densities (correlation plots) are presented in Fig. 9.

3.3. Annual parallax

Given the long timescale found previously for the static binary lens model ($t_E \sim 80$ days), this event is a priori likely to exhibit annual parallax effects. The relative lens-source (annual) parallax is expressed as

$$\pi_{\text{rel}} = \frac{\text{AU}}{D_L} - \frac{\text{AU}}{D_S}, \quad (5)$$

⁵ These very intensive computations were performed on the Tasmanian cluster TPAC (Tasmanian Partnership for Advanced Computing).

so that the Einstein angular radius Eq. (1) also reads

$$\theta_E = \sqrt{\kappa M \pi_{\text{rel}}}, \quad (6)$$

where $\kappa \simeq 8.144 \text{ mas}/M_\odot$. The Einstein parallax vector π_E has an amplitude

$$\pi_E = \frac{\pi_{\text{rel}}}{\theta_E}, \quad (7)$$

and a direction along the lens-source proper motion. As fitting parameters, it is convenient to decompose π_E into a northwards component $\pi_{E,N}$ and an eastwards component $\pi_{E,E}$ (An et al. 2002), with advantages discussed in Gould (2004).

The best-fit model including parallax only (besides the parameters described in Sect. 3.1) is presented in column ESBL+P of Table 3, and correlation plots are shown in Fig. 10. It can be noticed that the binary mass ratio q and separation s change little by including parallax compared to ESBL, resulting in a very similar resonant caustic structure. As expected, including parallax in the model improves the χ^2 , by around 100. Nevertheless, we found that several solutions with very different values of parallax (between 0.8 to 1.5) give almost identical χ^2 differing by only one or two units. The differences between these models come from differences in the caustic entry date t_{in} , i.e. precisely where no data are available to constrain the model. Hence, although parallax improves the fit, it is unlikely that a workable measurement can be obtained (we discuss this further later).

3.4. Orbital motion

Orbital motion of the lens is also a priori likely to produce noticeable effects, because the event is fairly long and the caustic resonant. The orbital rotation of the two lens components affects the caustic in two ways: it changes the projected binary separation s and the orientation of the caustic in the plane of the sky. To first order, one can write $s(t) \simeq s + \dot{s}(t - t_r)$ and $\alpha(t) \simeq \alpha + \dot{\alpha}(t - t_r)$, where t_r is an arbitrary reference date chosen close or equal to t_0 . These two effects are included in the model through parameters $\gamma_{\parallel} = \dot{s}/s$ and $\gamma_{\perp} = \dot{\alpha}$, with $\gamma^2 = \gamma_{\parallel}^2 + \gamma_{\perp}^2$.

The best-fit model including lens orbital motion with ESBL is presented in column ESBL+LOM of Table 3 (correlation plots are shown in Fig. 11). According to this model, the changes in the caustic geometry are very slow, which should result in a poor

signature on the light curve. Therefore, while this model also provides a better fit than ESBL alone ($\Delta\chi^2 = 93$), it is unlikely to give a good constraint on the lens orbital motion. Furthermore, the $\Delta\chi^2$ between this model and ESBL+P (parallax alone) is only lower than 10 although two more parameters have been included in the model. We conclude that the key time intervals for disentangling orbital motion from parallax are not covered densely enough by the data.

3.5. Annual parallax and orbital motion

As (annual) parallax and orbital motion individually lead to a similar improvement of the ESBL χ^2 , we now include both effects in the model to check whether a better χ^2 can be found. Parallax and orbital motion are known to be very correlated (Batista et al. 2011; Skowron et al. 2011).

We investigate the two cases $u_0 > 0$ and $u_0 < 0$ (columns ESBL+P+LOM of Table 3) to check for possible ecliptic degeneracy (Skowron et al. 2011), and find that $u_0 > 0$ is preferred by $\Delta\chi^2 = 11.9$. The ESBL best-fit parameters, again, are relatively stable. The correlation plots of the best model are shown in Fig. 12. As expected, the overall fit is not significantly better than ESBL+P ($\Delta\chi^2 = 12.2$) or ESBL+LOM alone ($\Delta\chi^2 = 20.5$). This is consistent with a strong degeneracy between these parameters, that cannot be reliably broken in the case of MOA-2007-BLG-197.

3.6. Summary and conclusions from the modelling

A model with (annual) parallax improves the goodness-of-fit by $\Delta\chi^2 \sim 100$ compared to a static binary lens, but several models with very different values of π_E give comparable values of χ^2 . Moreover, models with parallax or orbital motion alone lead to comparable χ^2 . This is not surprising for two reasons. Firstly, the caustic entry is not well covered by the data and it appears that a high value of parallax tends to change substantially the time of the caustic entry inside E_1 . Secondly, parallax effects are partly degenerate with lens orbital motion, and the available data sets are not sufficient to disentangle these two effects.

We therefore adopt the ESBL parameters ($s, q, u_0, \alpha, t_E, t_0$) found for model ESBL+P+LOM and $u_0 > 0$. Following the arguments summarised in the previous paragraph, other parameters such as parallax or orbital motion parameters cannot be used to constrain the lens mass and distance.

4. Physical parameters

4.1. Mass-distance relation from the source radius

Combining Eqs. (2) and (6) yields the following mass-distance relation for the lens

$$M = \frac{\theta_S^2}{\rho^2 \kappa \pi_{\text{rel}}} \frac{1}{\pi_{\text{rel}}}, \quad (8)$$

where M is the lens mass and π_{rel} is a proxy to lens distance D_L according to Eq. (5). In this equation, ρ is measured from the light curve modelling (Sect. 3.6) and θ_S is derived below.

To characterise the source, we use a DoPHOT-based data reduction (Schechter et al. 1993) of Danish I and V data to build an instrumental $(I, (V-I))$ CMD (Fig. 4). Fitting the I -band data for the best-fit model parameters provides $I_{S,DK} = 19.85 \pm 0.01$. We use the RCG method to measure the interstellar extinction. Red clump giant stars are found to be relatively sparse, which

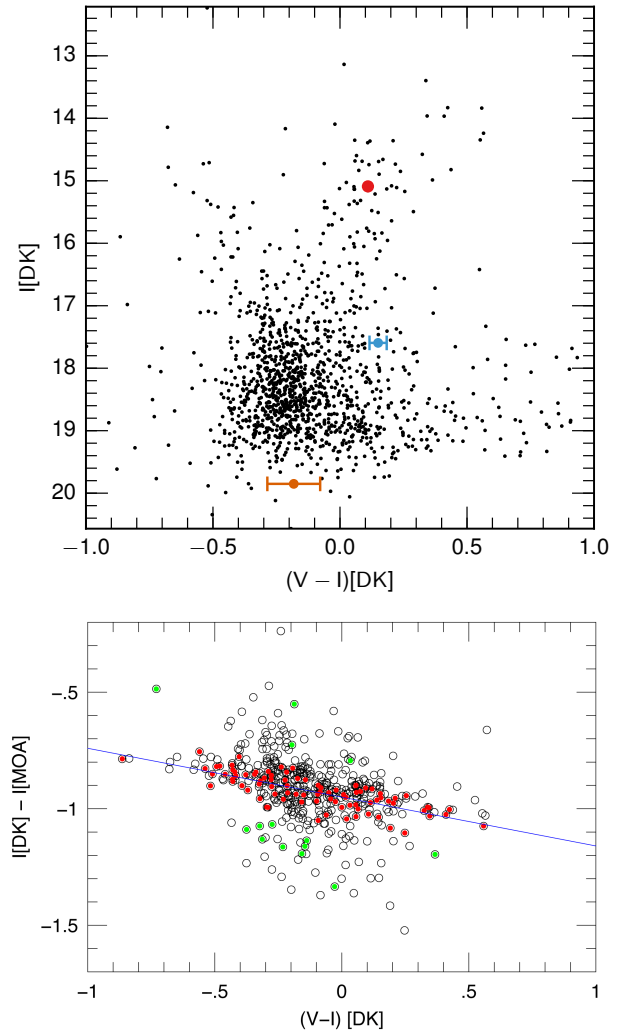


Fig. 4. *Upper panel:* $(I, V-I)$ Danish instrumental CMD of the field around MOA-2007-BLG-197, not corrected for interstellar extinction. The red point marks the position of the RCG. The magnitude of the microlensing target is in blue (i.e. magnified source, lens and blended light). The orange point corresponds to the source alone. *Lower panel:* empirical linear relation between instrumental colours $(I_{DK} - I_{MOA})$ and $(V-I)_{DK}$ (red and green points are astrometric matches that are uncrowded in the MOA image; after sigma-clipping, only red points are used for the fit).

makes it difficult to locate precisely the mean instrumental RCG position, $(I_{RCG,DK}, (V-I)_{RCG,DK})$. To overcome this problem, we cross-calibrate the Danish CMD with a CMD obtained at CTIO in a very similar I filter, by cross-identifying a few clump stars. We then measure $I_{RCG,DK} = 15.09$ and $(V-I)_{RCG,DK} = 0.11$. The values of $M_{I,RCG} = -0.12 \pm 0.09$ and $(V-I)_{RCG,0} = 1.06 \pm 0.12$ are taken from Nataf et al. (2013) at the coordinates of MOA-2007-BLG-197. Measuring the dereddened apparent magnitude of the red clump stars located in the Galactic bulge, Nataf et al. (2013) found a distance to the Galactic centre $D_{GC} = 8.20$ kpc and an angle between the Galactic bar and the line of sight from the Sun $\phi = 40^\circ$. From these values, the distance to the RCG is

$$D_{RCG} = \frac{D_{GC} \sin \phi}{\cos(b) \sin(l + \phi)}. \quad (9)$$

A&A 580, A125 (2015)

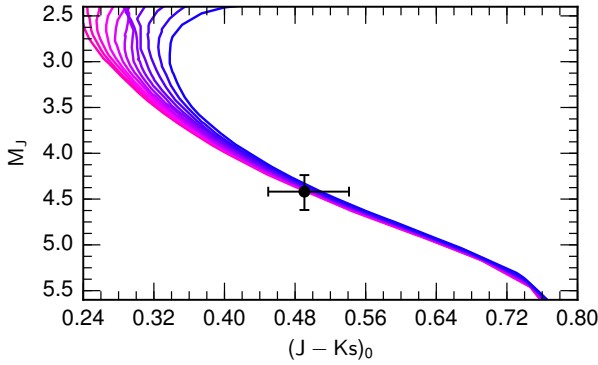


Fig. 5. Colour-magnitude diagram ($M_J, (J-K_s)_0$) of the lens. The curves are a set of isochrones from 2 Gyr (in pink) to 8 Gyr (in blue) with solar metallicity (Bressan et al. 2012). The black cross indicates the range of colours and magnitudes explored by the MCMC at the 1σ level.

For the Galactic coordinates of MOA-2007-BLG-197, the RCG is in the far side of the bar at a distance $D_{\text{RCG}} = 8.29$ kpc. We adopt a source at the same distance, corresponding to a distance modulus of $\mu = 14.6 \pm 0.3$ mag, where the error bars also account for the uncertainty in the position of the RCG.

We then calculate $I_{S,0} = I_{S,\text{DK}} + M_{I,\text{RCG}} + \mu - I_{\text{RCG,DK}}$ and obtain $I_{S,0} = 19.24 \pm 0.31$, which gives an absolute magnitude of $M_I = 4.65 \pm 0.31$. We use a 10 Gyr and solar metallicity isochrone from Bressan et al. (2012) to get the corresponding absolute magnitude M_V of the source from which we derive an intrinsic source colour of $(V-I)_{S,0} = 0.88 \pm 0.1$. This value can be compared to an independent estimate of the source colour based on the method of Gould et al. (2010a). MOA R_M -band images are reduced with DoPHOT, and stars are cross-matched between Danish I , V and MOA R_M frames (lower panel of Fig. 4). We obtain

$$I_{S,\text{DK}} - I_{S,\text{MOA}} = -(0.950 \pm 0.006) - (0.21 \pm 0.02) \times (V-I)_{S,\text{DK}}, \quad (10)$$

where $I_{S,\text{MOA}} = 20.76 \pm 0.02$ from the fit of the R_M light curve using the best-fit parameters. Hence, $I_{S,\text{DK}} - I_{S,\text{MOA}} = -0.91 \pm 0.02$, which yields $(V-I)_{S,\text{DK}} = -0.18 \pm 0.10$. It follows that the estimated de-reddened source colour is $(V-I)_{S,0} = (V-I)_{S,\text{DK}} + (V-I)_{\text{RCG}} - (V-I)_{\text{RCG,DK}} = 0.77 \pm 0.2$, which is in good agreement with the previous estimate. In the following, we adopt $(V-I)_{S,0} = 0.88 \pm 0.1$ (most robust estimate) and $I_{S,0} = 19.24 \pm 0.31$. The source is thus a G6-K0 Main Sequence star.

From Kervella & Fouqué (2008) brightness-colour relations, we estimate the angular radius of the source,

$$\log(\theta_S) = 3.198 - 0.2I_{S,0} + 0.4895(V-I)_{S,0} - 0.0657(V-I)_{S,0}^2, \quad (11)$$

which yields $\theta_S = 0.54 \pm 0.05 \mu\text{as}$. With a source at $D_S = 8.3$ kpc, the physical source radius is $R_S = D_S \theta_S = 0.96 R_\odot$. From Carroll & Ostlie (2006), this radius is that of G8 Main Sequence star, which is in very good agreement with the constraint from the colour.

The lens mass-distance relation obtained from Eq. (8) where $\theta_S = 0.54 \mu\text{as}$ and $\rho = 5.30 \times 10^{-4}$ is plotted in Fig. 6.

4.2. Mass-distance relation from NaCo data

Calibrated (J, H, K_s) NaCo magnitudes (Sect. 2.3) provide independently from Eq. (8) further lens mass-distance relations (written below for J only) through

$$m_J(L) = M_J + 5 \log D_L - 5 + A_J, \quad (12)$$

A125, page 8 of 16

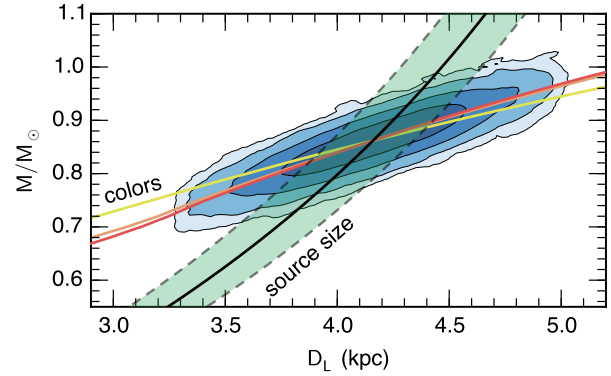


Fig. 6. Lens mass-distance relations derived from the source size ρ (1σ around the best value shown by the green shadow limited by the dashed lines) and NaCo (J, H, K_s) colours constraints (respectively yellow, orange, red from top to bottom below the label “colours”). The blue contours ($1-4\sigma$) represent the joint posterior probability density $P(M, D_L)$ from the MCMC run.

where $m_J(L)$ is the lens apparent reddened magnitude of the lens, A_J the interstellar absorption (given in Sect. 2.3), and M_J the lens absolute magnitude (which is a function of its mass M). The source (J, H, K_s) magnitudes are expressed as (e.g., for J)

$$m_J(S) = M_J + 5 \log D_S - 5 + A_J - 2.5 \log(A), \quad (13)$$

where $A = 1.3$ is the magnification of the source at the time of the NaCo observations, and assuming that the absorption mostly occurs in the first kiloparsecs towards the bulge. The resulting (J, H, K_s) magnitudes are then computed from the previous equations.

The absolute magnitudes M_{J,H,K_s} are computed using the isochrones by Bressan et al. (2012) for both the source and lens. For the source we use the same isochrone as in Sect. 4.1. For the lens, we assume an age of 2.5 Gyr and solar metallicity. In fact, as seen in Fig. 5, the lens lies in a region of the isochrones where the age has only very small impact on the magnitudes. The choice of metallicity has slightly more impact, but keeps the variation lower than the magnitude error bars for metallicity changes as large as $Z_\odot \pm 0.02$.

We then use a MCMC algorithm (Sect. 4.4) to match the observed NaCo magnitudes listed in Table 2 (Epoch 1) to the theoretical magnitudes, using the lens mass M and distance D_L as fitting parameters. The observed magnitudes serve as Gaussian prior distributions with standard deviation equal to the magnitudes error bars; they are shown as filled curves in Fig. 7. In the same figure, posterior distributions for the resulting magnitudes (lens, and source+lens) are shown in solid and dashed lines respectively. The final lens mass-distance relations are plotted in Fig. 6. It can be seen that while in principle three relations are obtained, they are very strongly correlated and thus only correspond to one effective independent mass-distance relation.

4.3. Mass-distance relation from parallax or orbital motion

In principle, when parallax is measured, a further independent lens mass-distance relation can be obtained by combining Eq. (7) with Eq. (6),

$$M = \frac{\pi_{\text{rel}}}{\pi_E^2 \kappa}, \quad (14)$$

C. Ranc et al.: MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert

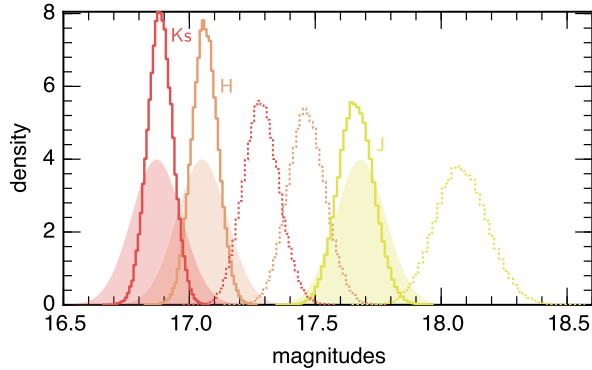


Fig. 7. Probability densities of NaCo (J, H, K_s) magnitudes, not corrected for interstellar extinction. Filled curves are Bayesian Gaussian priors based on the NaCo measurements, which are compared to posterior distributions (solid lines). The dotted posterior distributions are those of the lens magnitudes alone (i.e., disentangled from the source; respectively J, H, K_s from the right to the left).

where π_E is derived from the light curve modelling. Nevertheless, as discussed in Sect. 3.6, the parallax is degenerate with the lens orbital motion, which prevent us from using this constraint. We however plot on Fig. 6 the typical behaviour of the mass-distance relation obtained from parallax measurements, if π_E had been measured. We discuss this problem further below.

4.4. Combination of the constraints and physical parameters

We combined the different mass-distance relations discussed in the previous sections (and shown in Fig. 6) in a MCMC minimisation process to recover the lens mass M and the observer-lens distance D_L . We use the measurement and error bars for ρ , (J, H, K_s) and π_E to build up Gaussian priors for the Bayesian analysis, and flat (uninformative) priors for M and D_L . The values of the parameters correspond to the solution $u_0 > 0$, as discussed in Sect. 3.6. We used the convergence criterion of Geweke (1992) to stop the MCMC and compute the posterior probability densities.

As seen in Fig. 6, in principle this problem is over-constrained, with three relations for only two fitting parameters. This enabled us to check the consistency of the different measurements, and investigate further the degeneracy between parallax and lens orbital motion, which prevents π_E from being used as a constraint. We first noticed a clear discrepancy between the value of π_E derived from the fit (the prior) and the posterior value. This pointed out a strong tension between the three constraints from parallax, source size and infrared colours. We then successively removed the parallax, source size or colours constraints from the MCMC runs. Without the source size constraint, a model with parallax values as large as $\pi_E \sim 1.1$ was found. This would require a much closer lens ($D_L \sim 0.6$ kpc), a longer Einstein radius ($\theta_E \sim 1.6$ mas) and consequently a much smaller source size ($\rho \sim 3.3 \times 10^{-4}$). This value of ρ is many sigma away from that measured from the light curve modelling. Such a difference is very unlikely given the very strong constraint on ρ obtained from the caustic exit modelling. This therefore confirmed previous concerns that in this case, the degeneracy between parallax and lens orbital motion does not allow us to use the parallax mass-distance relation. Consequently, the parallax constraints are removed from the MCMC to derived the

Table 4. Physical parameters of MOA-2007-BLG-197L and its companion.

Physical parameter [unit]	Value
Lens mass, M [M_\odot]	0.86 ± 0.04
Host mass [M_\odot]	0.82 ± 0.04
Companion mass, m_{BD} [M_J]	41 ± 2
Projected orbit, a_\perp [AU]	4.29 ± 0.10
Observer-lens distance, D_L [kpc]	4.17 ± 0.30
D_S [kpc]	8.3 ± 1.0
θ_S [μ as]	0.54 ± 0.05
θ_E [mas]	0.91 ± 0.04
v_\perp [km s^{-1}]	80 ± 2
π_E (calculated) [mas]	0.13 ± 0.01
γ (new fit) [year^{-1}]	0.26 ± 0.07
β	0.08 ± 0.07

final values for M and D_L , thus constrained by the source size and the colours.

The final values for M and D_L are given in Table 4, with the correlation plot shown in Fig. 6. We also compute the mass of the lens companion, $m_{BD} = qM$, and find $m_{BD} = 41 \pm 2 M_J$. The host mass is $0.82 \pm 0.04 M_\odot$. The companion is thus a brown dwarf orbiting a solar-type star.

We finally perform additional consistency checks on the overall parameters of MOA-2007-BLG-197L. First, we compute the projected lens-source relative velocity

$$v_\perp = \frac{\theta_E D_L}{t_E}, \quad (15)$$

and find $v_\perp \approx 80 \text{ km s}^{-1}$, which is in very good agreement with probability densities predicted by Dominik (2006) for the derived values of t_E and D_L . Moreover and as a supplementary check, we computed the probability distribution of π_E from the distributions of M and D_L using Eq. (14), and derived its maximum a posteriori (MAP) value. We then ran again the light curve modelling with this value of π_E kept fixed. For the overall consistency, all the parameters are fixed as well, except \dot{s} and $\dot{\alpha}$ (values are given in Table 3, model with $u_0 > 0$) which yields the value of the orbital motion parameter γ (see Table 4). From this, we compute

$$\beta = \left| \frac{E_{\text{kin},\perp}}{E_{\text{pot},\perp}} \right| = \frac{2\text{AU}^2}{c^2} \frac{\pi_E s^3 \gamma^2}{\theta_E (\pi_E + \pi_S / \theta_E)^3}, \quad (16)$$

the ratio of the apparent kinetic to potential energy for the binary lens orbit projected onto the plane of the sky (An et al. 2002). Gravitationally bound systems should exhibit $0 < \beta < 1$ (for face-on circular orbits, $\beta = 0.5$). Using $\pi_S = \text{AU}/D_S$, we find $\beta \approx 0.08$, which is a value consistent with a bound system. In contrast, high parallax values of e.g., $\pi_E = 1.1$ lead to much lower values of $\beta \approx 4.5 \times 10^{-3}$. As argued by Batista et al. (2011), a scenario with $\beta \ll 1$ would require highly improbable orbital parameters or projections, such as a very close-in companion seen on a nearly edge-on circular orbit, which is excluded here.

5. MOA-2007-BLG-197Lb in the brown dwarf landscape

While around 1900 exoplanets have been detected so far⁶, less than a hundred brown dwarfs orbiting stars are known today. The

⁶ <http://exoplanet.eu>

A&A 580, A125 (2015)

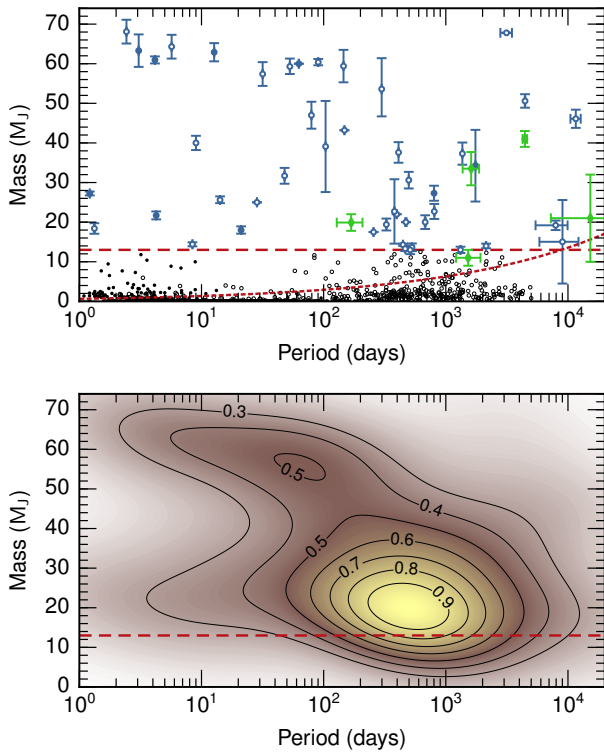


Fig. 8. Upper panel: mass-period diagram with brown dwarfs companions detected through radial velocity, transit and direct imaging (blue filled circles for measured masses, and open circles for minimum masses; list adapted from Ma & Ge 2014), and microlensing (green diamonds). For reference, exoplanets detected so far are also displayed (small black circles, <http://exoplanets.org>). The red dotted line indicates the global radial velocity completeness limit, while the red dashed line marks the region above which data are included to perform the non-parametric, two-dimensional probability density distribution shown in the lower panel.

lack of brown dwarf companions to solar-type stars was noticed early after the first exoplanets detections, and referred to as a “brown dwarf desert”. Using the radial velocity method, Marcy & Butler (2000) noted that at tight orbital separations ($a < 3$ AU), companions more massive than $8 M_J$ represented only a very low fraction of the detected objects. This was not expected from the relatively high frequency ($\sim 13\%$) of binary stars found earlier by Duquennoy & Mayor (1991), also at close separation.

This lack of brown dwarf companions compared to planetary companions has since been confirmed by all detection methods. For instance, Lafrenière et al. (2007) found a frequency of $1.9^{+8.3}_{-1.5}\%$ for $13\text{--}75 M_J$ companions located in the range $25\text{--}250$ AU from the Gemini Deep Planet Survey. Similarly, Metchev & Hillenbrand (2009) derived a frequency of $3.2 \pm 3.1\%$ for brown dwarfs orbiting young solar-type stars in the range $28\text{--}1590$ AU using adaptive optics direct imaging. McCarthy & Zuckerman (2004) also found a higher proportion of stellar compared to substellar companions to stars, and derived a frequency ratio of $\sim 3\text{--}10$ at wide separations. Luhman et al. (2007) found that this ratio is comparable to the relative abundance of stars to substellar objects when they are found single, either in star forming regions or in the solar neighbourhood.

The upper panel of Fig. 8 is a mass vs. period diagram which displays the known brown dwarf companions of solar-type stars detected through microlensing, radial velocimetry, transit

and direct imaging. For radial velocimetry and transit, we included objects from Ma & Ge (2014) catalogue with (minimum) masses in the range $13\text{--}74 M_J$ and orbital periods below 2×10^4 d. Furthermore, we have excluded objects with mass uncertainties above $25 M_J$, and deleted (false positive) TYC 1240-945-1. Microlensing brown dwarfs are shown as green points, they are: MOA-2011-BLG-149 and OGLE-2011-BLG-0172/MOA-2011-BLG-104 (Shin et al. 2012b), MOA-2010-BLG-073 (Street et al. 2013), OGLE-2013-BLG-0578 (Park et al. 2015) as well as MOA-2007-BLG-197 (this paper). For consistency with Doppler and transit data, we did not include MOA-2009-BLG-411 (Bachelet et al. 2012) which has a large uncertainty in the mass. In the case of microlensing objects for which only projected separations a_\perp were measured (all objects in this case), we estimate the (physical) semi-major axis a as the median of the probability distribution of Gould & Loeb (1992), which we find to be equal to $a = (2/\sqrt{3})a_\perp \approx 1.15a_\perp$. Kepler’s third law is then used to yield the estimated period. The error bar on measured a_\perp is propagated to a following the previous equation, and the error bar on the period is obtained through a MCMC run including uncertainties on a and primary mass M (Gaussian distributions are assumed).

As seen in Fig. 8, the distribution of brown dwarfs is not uniform, in particular it exhibits an increasing frequency of objects with increasing orbital period. Furthermore, Ma & Ge (2014) argue that the driest part of the brown dwarf desert seems to be confined within a region at close separation, namely within $P < 100$ d and for masses within $30\text{--}55 M_J$ for Sun-like host stars. They subsequently split the objects into two distinct populations, whether their mass is higher or lower than $42.5 M_J$: the more massive brown dwarfs would mainly be the outcome of gravitational fragmentation and collapse of a molecular cloud (star-like formation scenario, corroborated by an eccentricity distribution similar to binary stars), while brown dwarfs below $42.5 M_J$ would mainly result from gravitational instability within the proto-planetary disk. But other authors such as Guillot et al. (2012), however, argue that the depletion of objects at tight orbits may as well be explained by a loss of an initial population of close-in brown dwarfs due to tidal interactions with their host stars. In this scenario, close-in, massive objects lose angular momentum due to the slower rotation of the star relative to the planets orbital motion, spiral in and fall into the star. This effect is predicted to peak for G-dwarf primaries and should not be important for earlier-type stars, which is supported by the detection of close-in brown dwarfs around F-type stars.

Different mechanisms may overlap to shape the brown dwarfs landscape, and lead to a more complex structure than previously discussed. To analyse it further, we performed a non-parametric, two-dimensional probability density distribution fit to the data, only for objects above the red dashed line (i.e., above the radial velocity completeness limit, based on Mayor et al. 2011, and marked by the red dotted line in Fig. 8). The probability density estimation is based on Scott (1992); in practice we used a Gaussian kernel, and follow Silverman (1986) rule to estimate the bandwidth parameter. The resulting probability density is shown in the lower panel of Fig. 8. We used two different methods to compute the bandwidth parameter, Silverman (1986) or Scott (1992), and found that the resulting probability density is relatively stable, even if a few data points are removed from sparsely sampled regions.

The first striking feature of the density profile (lower panel of Fig. 8) is a region of depletion of objects at intermediate masses ($M \sim 30\text{--}60 M_J$) and short orbital periods ($P \lesssim 30$ d). This matches the region referred to as the driest part of the brown

C. Ranc et al.: MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert

dwarf desert according to [Ma & Ge \(2014\)](#). Second, an accumulation of objects can be seen around $P \sim 500$ d and $M \sim 20 M_J$ (following the apparent trend observed for giant planets, black data points in Fig. 8). Third, we find another depletion of objects at long orbital periods ($P \gtrsim 500$ d) and high masses ($M \gtrsim 50 M_J$). Since the brown dwarf sample is drawn from various surveys (mainly from radial velocities), the interpretation of these features should be taken with caution. Although all brown dwarfs in Fig. 8 are chosen above the radial velocity completeness limit from [Mayor et al. \(2011\)](#), it is not guaranteed that these objects are not affected by observational biases. In particular, a degeneracy between mass and period is increasingly affecting very long-period brown dwarfs, and the different surveys should be corrected from their sample size. Hence, while a thorough analysis of all these factors is necessary to assess the exact shape of the brown dwarfs distribution, the gross features emerging from the lower panel of Fig. 8 may well be real. If we split the density profile into two regions of masses above and below $42.5 M_J$ as discussed by [Ma & Ge \(2014\)](#), the distribution of high-mass objects can be seen as shifted towards shorter orbital periods ($P \sim 30$ d), while less massive objects appear to pile up at longer orbital periods ($P \sim 500$ d). This supports the claim of [Ma & Ge \(2014\)](#) that massive objects would accumulate at short periods as a result of gravitational collapse of a molecular cloud, contrary to less-massive objects built up by gravitational instability in the disk which would accumulate at longer periods. Nevertheless, the depletion at intermediate masses and short periods would as well be affected by a star-engulfing mechanism advocated by [Guillot et al. \(2012\)](#), in particular because almost all brown dwarfs included here orbit Sun-like stars, for which this effect peaks.

The distribution of brown dwarfs as a function of mass and period still remains uncertain because of a lack of detections. It is thus difficult to distinguish between the different mechanisms which shape the brown dwarf desert. Moreover, these detections are mostly objects orbiting Sun-like stars, which makes it difficult to study their distribution as a function of host star mass. While the MOA-2007-BLG-197L companion orbits a G-K dwarf host, microlensing hosts are most frequently M-K dwarfs. Hence, future microlensing surveys will provide unique information on the brown dwarf distribution for low-mass hosts, thus offering a complementary mass bin to other methods.

6. Summary and prospects

We have presented MOA-2007-BLG-197Lb, the first brown dwarf discovered around a Sun-like star through gravitational microlensing. The system is located at 4.2 ± 0.3 kpc from the Earth, the brown dwarf companion has a mass of $41 \pm 2 M_J$ and was observed at a projected distance of 4.3 ± 0.1 AU from a K dwarf host star. We have performed a non-parametric probability density distribution fit to the population of brown dwarf companions detected so far. The resulting density profile has a complex structure, leading to a *brown dwarf landscape* most likely shaped by different (and perhaps competitive) formation or destruction mechanisms. While it seems difficult with the current data set to distinguish observationally which are the dominant mechanisms, an answer to this question appears to be within the reach of further observations in the near to mid-term future.

Gravitational microlensing is an exceptional tool to detect brown dwarfs as free-floating objects, companions to stars or as brown dwarfs binaries. It has a unique sensitivity to detect brown dwarfs companions to stars of any type, in particular at long

orbital periods. Recent advances in using networks of robotic telescopes (e.g., [Tsapras et al. 2009](#)) will provide in a near future an order of magnitudes more brown dwarfs detections through microlensing. Future microlensing space missions ([Penny et al. 2013](#); [Yee et al. 2014](#); [Beaulieu et al. 2010](#)) also carry important promises for providing unique information on the populations of brown dwarfs in their different configurations.

Acknowledgements. A.C. acknowledges financial support from the Emergence UPMC 2012 grant. C.R. and A.C. are grateful to Bo Ma for providing us with the brown dwarfs catalogue used in [Ma & Ge \(2014\)](#). We especially thank the University of Tasmania for granting us access to their TPAC supercomputer facilities where part of the calculations were carried out. Work by C.H. was supported by Creative Research Initiative Program (2009-0081561) of National Research Foundation of Korea. K.H., M.D. and M.H. are supported by NPRP grant NPRP-09-476-1-78 from the Qatar National Research Fund (a member of Qatar Foundation). M.H. acknowledges support from the Villum foundation. S.D. is supported by “the Strategic Priority Research Program- The Emergence of Cosmological Structures” of the Chinese Academy of Sciences (grant No. XDB09000000).

References

- Alard, C. 2000, *A&AS*, **144**, 363
- Alard, C., & Lupton, R. H. 1998, *ApJ*, **503**, 325
- Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 1999a, *ApJ*, **522**, 1022
- Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 1999b, *ApJ*, **522**, 1011
- Albrow, M. D., Horne, K., Bramich, D. M., et al. 2009, *MNRAS*, **397**, 2099
- An, J. H., Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., et al. 2002, *ApJ*, **572**, 521
- Bachelet, E., Fouqué, P., Han, C., et al. 2012, *A&A*, **547**, A55
- Batista, V., Gould, A., Dieters, S., et al. 2011, *A&A*, **529**, A102
- Beaulieu, J. P., Bennett, D. P., Batista, V., et al. 2010, in *Pathways Towards Habitable Planets*, eds. V. Coudé du Foresto, D. M. Gelino, & I. Ribas, *ASP Conf. Ser.*, **430**, 266
- Bennett, D. P. 2010, *ApJ*, **716**, 1408
- Bonfils, X., Delfosse, X., Udry, S., et al. 2013, *A&A*, **549**, A109
- Bozza, V. 2010, *MNRAS*, **408**, 2188
- Bozza, V., Dominik, M., Rattenbury, N. J., et al. 2012, *MNRAS*, **424**, 902
- Bressan, A., Marigo, P., Girardi, L., et al. 2012, *MNRAS*, **427**, 127
- Burrows, A., Hubbard, W. B., Lunine, J. I., & Liebert, J. 2001, *Rev. Mod. Phys.*, **73**, 719
- Carroll, B. W., & Ostlie, D. A. 2006, *An introduction to modern astrophysics and cosmology* (Addison-Wesley)
- Cassan, A. 2008, *A&A*, **491**, 587
- Cassan, A., Beaulieu, J. P., Brabant, S., et al. 2004, *A&A*, **419**, L1
- Cassan, A., Beaulieu, J.-P., Fouqué, P., et al. 2006, *A&A*, **460**, 277
- Cassan, A., Horne, K., Kains, N., Tsapras, Y., & Browne, P. 2010, *A&A*, **515**, A52
- Cassan, A., Kubas, D., Beaulieu, J.-P., et al. 2012, *Nature*, **481**, 167
- Choi, J.-Y., Han, C., Udalski, A., et al. 2013, *ApJ*, **768**, 129
- Claret, A., & Bloemen, S. 2011, *A&A*, **529**, A75
- Deleuil, M., Deeg, H. J., Alonso, R., et al. 2008, *A&A*, **491**, 889
- Devillard, N. 1999, in *Astronomical Data Analysis Software and Systems VIII*, eds. D. M. Mehringer, R. L. Plante, & D. A. Roberts, *ASP Conf. Ser.*, **172**, 333
- Díaz, R. F., Damiani, C., Deleuil, M., et al. 2013, *A&A*, **551**, L9
- Diolaiti, E., Bendinelli, O., Bonaccini, D., et al. 2000, in *Adaptive Optical Systems Technology*, ed. P. L. Wizinowich, *Proc. SPIE*, **4007**, 879
- Dominik, M. 2006, *MNRAS*, **367**, 669
- Dominik, M. 2007, *MNRAS*, **377**, 1679
- Dong, S., DePoy, D. L., Gaudi, B. S., et al. 2006, *ApJ*, **642**, 842
- Dong, S., Bond, I. A., Gould, A., et al. 2009, *ApJ*, **698**, 1826
- Duquenois, A., & Mayor, M. 1991, *A&A*, **248**, 485
- Geweke, J. 1992, in *Bayesian Statistics*, eds. J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawid, & A. F. M. Smith (New York: Oxford University Press), 169
- Gould, A. 2004, *ApJ*, **606**, 319
- Gould, A. 2008, *ApJ*, **681**, 1593
- Gould, A., & Gauchet, C. 1997, *ApJ*, **477**, 580
- Gould, A., & Loeb, A. 1992, *ApJ*, **396**, 104
- Gould, A., Udalski, A., Monard, B., et al. 2009, *ApJ*, **698**, L147
- Gould, A., Dong, S., Bennett, D. P., et al. 2010a, *ApJ*, **710**, 1800
- Gould, A., Dong, S., Gaudi, B. S., et al. 2010b, *ApJ*, **720**, 1073
- Guillot, T., Lin, D. N. C., & Morel, P. 2012, in *AAS Meet. Abstr.*, **220**, 121.03
- Han, C., Jung, Y. K., Udalski, A., et al. 2013, *ApJ*, **778**, 38
- Janczak, J., Fukui, A., Dong, S., et al. 2010, *ApJ*, **711**, 731
- Johnson, J. A., Apps, K., Gazak, J. Z., et al. 2011, *ApJ*, **730**, 79

A&A 580, A125 (2015)

- Jung, Y. K., Udalski, A., Sumi, T., et al. 2015, *ApJ*, **798**, 123
- Kains, N., Cassan, A., Horne, K., et al. 2009, *MNRAS*, **395**, 787
- Kains, N., Browne, P., Horne, K., Hundertmark, M., & Cassan, A. 2012, *MNRAS*, **426**, 2228
- Kato, D., Nagashima, C., Nagayama, T., et al. 2007, *PASJ*, **59**, 615
- Kervella, P., & Fouqué, P. 2008, *A&A*, **491**, 855
- Kubas, D., Cassan, A., Beaulieu, J. P., et al. 2005, *A&A*, **435**, 941
- Kubas, D., Beaulieu, J. P., Bennett, D. P., et al. 2012, *A&A*, **540**, A78
- Lafrenière, D., Doyon, R., Marois, C., et al. 2007, *ApJ*, **670**, 1367
- Luhman, K. L., Joergens, V., Lada, C., et al. 2007, *Protostars and Planets V*, **951**, 443
- Ma, B., & Ge, J. 2014, *MNRAS*, **439**, 2781
- Mao, S., & Paczynski, B. 1991, *ApJ*, **374**, L37
- Marcy, G. W., & Butler, R. P. 2000, *PASP*, **112**, 137
- Mayor, M., Marmier, M., Lovis, C., et al. 2011, *A&A*, submitted [[arXiv:1109.2497](https://arxiv.org/abs/1109.2497)]
- McCarthy, C., & Zuckerman, B. 2004, *AJ*, **127**, 2871
- Metchev, S. A., & Hillenbrand, L. A. 2009, *ApJS*, **181**, 62
- Mollière, P., & Mordasini, C. 2012, *A&A*, **547**, A105
- Moutou, C., Bonomo, A. S., Bruno, G., et al. 2013, *A&A*, **558**, L6
- Nataf, D. M., Gould, A., Fouqué, P., et al. 2013, *ApJ*, **769**, 88
- Park, H., Udalski, A., Han, C., et al. 2015, *ApJ*, **805**, 117
- Penny, M. T., Kerins, E., Rattenbury, N., et al. 2013, *MNRAS*, **434**, 2
- Persson, S. E., Murphy, D. C., Krzeminski, W., Roth, M., & Rieke, M. J. 1998, *AJ*, **116**, 2475
- Sahlmann, J., Ségransan, D., Queloz, D., et al. 2011, *A&A*, **525**, A95
- Schechter, P. L., Mateo, M., & Saha, A. 1993, *PASP*, **105**, 1342
- Scott, D. W. 1992, *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization* (New York, Chichester: John Wiley & Sons)
- Shin, I.-G., Han, C., Choi, J.-Y., et al. 2012a, *ApJ*, **755**, 91
- Shin, I.-G., Han, C., Gould, A., et al. 2012b, *ApJ*, **760**, 116
- Silverman, B. W. 1986, *Density Estimation for Statistics and Data Analysis* (London: Chapman and Hall)
- Skowron, J., Udalski, A., Gould, A., et al. 2011, *ApJ*, **738**, 87
- Street, R. A., Choi, J.-Y., Tsapras, Y., et al. 2013, *ApJ*, **763**, 67
- Sumi, T., Kamiya, K., Bennett, D. P., et al. 2011, *Nature*, **473**, 349
- Tsapras, Y., et al. 2009, *Astron. Nachr.*, **330**, 4
- Yee, J. C., Albrow, M., Barry, R. K., et al. 2014, *ArXiv e-prints* [[arXiv:1409.2759](https://arxiv.org/abs/1409.2759)]
- Zub, M., Cassan, A., Heyrovský, D., et al. 2011, *A&A*, **525**, A15
- ⁸ CFHT Corporation, 65-1238 Mamalahoa Hwy, Kamuela, Hawaii 96743, USA
- ⁹ Department of Astronomy, Ohio State University, 140 W. 18th Ave., Columbus, OH 43210, USA
- ¹⁰ School of Math and Physics, University of Tasmania, Private Bag 37, GPO Hobart, 7001 Tasmania, Australia
- ¹¹ Niels Bohr Institutet, Københavns Universitet, Juliane Maries Vej 30, 2100 København Ø, Denmark
- ¹² Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA
- ¹³ South African Astronomical Observatory, PO Box 9, Observatory 7935, South Africa
- ¹⁴ Department of Earth and Space Science, Graduate School of Science, Osaka University, Toyonaka, Osaka 560-0043, Japan
- ¹⁵ Qatar Environment and Energy Research Institute, Qatar Foundation, PO Box 5825, Doha, Qatar
- ¹⁶ Department of Physics, University of Rijeka, Radmile Matej vci 2, 51000 Rijeka, Croatia
- ¹⁷ Technical University of Vienna, Department of Computing, Wiedner Hauptstrasse 10, 1040 Wien, Austria
- ¹⁸ Department of Physics, Chungbuk National University, 371-763 Cheongju, Korea
- ¹⁹ Department of Physics and Astronomy, San Francisco State University, 1600 Holloway Avenue, San Francisco, CA 94132, USA
- ²⁰ Korea Astronomy and Space Science Institute, 776 Daedukdae-ro, Daejeon, Korea
- ²¹ Las Cumbres Observatory Global Telescope Network, 6740 Cortona Drive, suite 102, Goleta, CA 93117, USA
- ²² Astronomisches Rechen-Institut, Zentrum für Astronomie der Universität Heidelberg (ZAH), Mönchhofstraße 12-14, 69120 Heidelberg, Germany
- ²³ Perth Observatory, Walnut Road, Bickley, 6076 Perth, Australia
- ²⁴ International Centre for Radio Astronomy Research, Curtin University, Bentley, WA 6102, Australia
- ²⁵ Solar-Terrestrial Environment Laboratory, Nagoya University, 464-8601 Nagoya, Japan
- ²⁶ Okayama Astrophysical Observatory, National Astronomical Observatory of Japan, 3037-5 Honjo, Kamogata, Asakuchi, 719-0232 Okayama, Japan
- ²⁷ Nagano National College of Technology, 381-8550 Nagano, Japan
- ²⁸ Department of Physics, University of Auckland, 92019 Private Bag, 1010 Auckland, New Zealand
- ²⁹ Tokyo Metropolitan College of Aeronautics, 116-8523 Tokyo, Japan
- ³⁰ School of Chemical and Physical Sciences, Victoria University, 6147 Wellington, New Zealand
- ³¹ Institute of Information and Mathematical Sciences, Massey University at Albany, Private Bag 102904, 0745 North Shore, Auckland, New Zealand
- ³² Mt. John University Observatory, PO Box 56, 8770 Lake Tekapo, New Zealand
- ³³ Department of Physics, University of Auckland, Private Bag 92019, 1010 Auckland, New Zealand
- ³⁴ Department of Physics, Faculty of Science, Kyoto Sangyo University, 603-8555 Kyoto, Japan

C. Ranc et al.: MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert

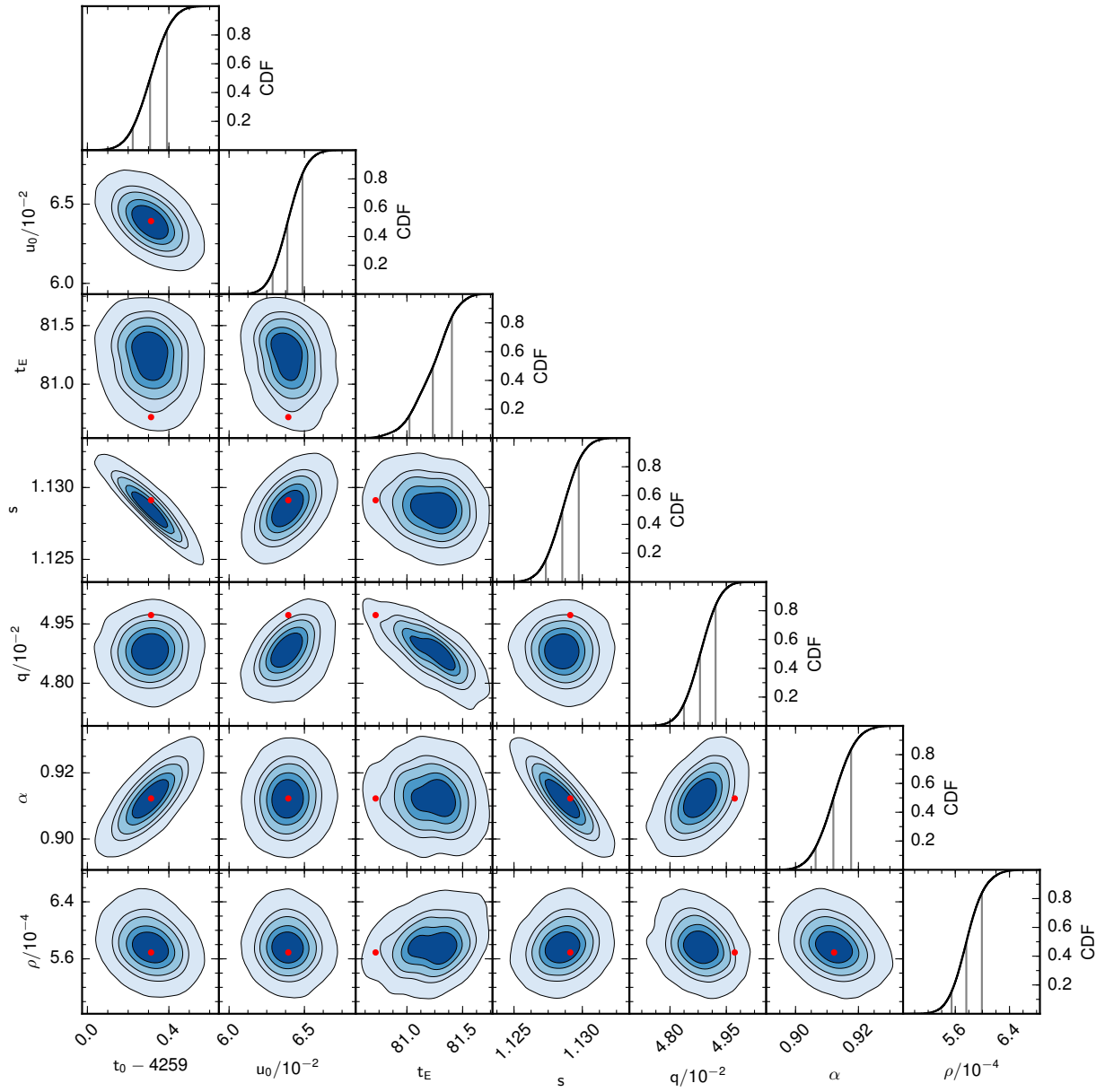


Fig. 9. Correlations between the parameters derived from ESBL's model discussed in Sect. 3.1. The red point refers to the best-fitting model obtained.

A&A 580, A125 (2015)

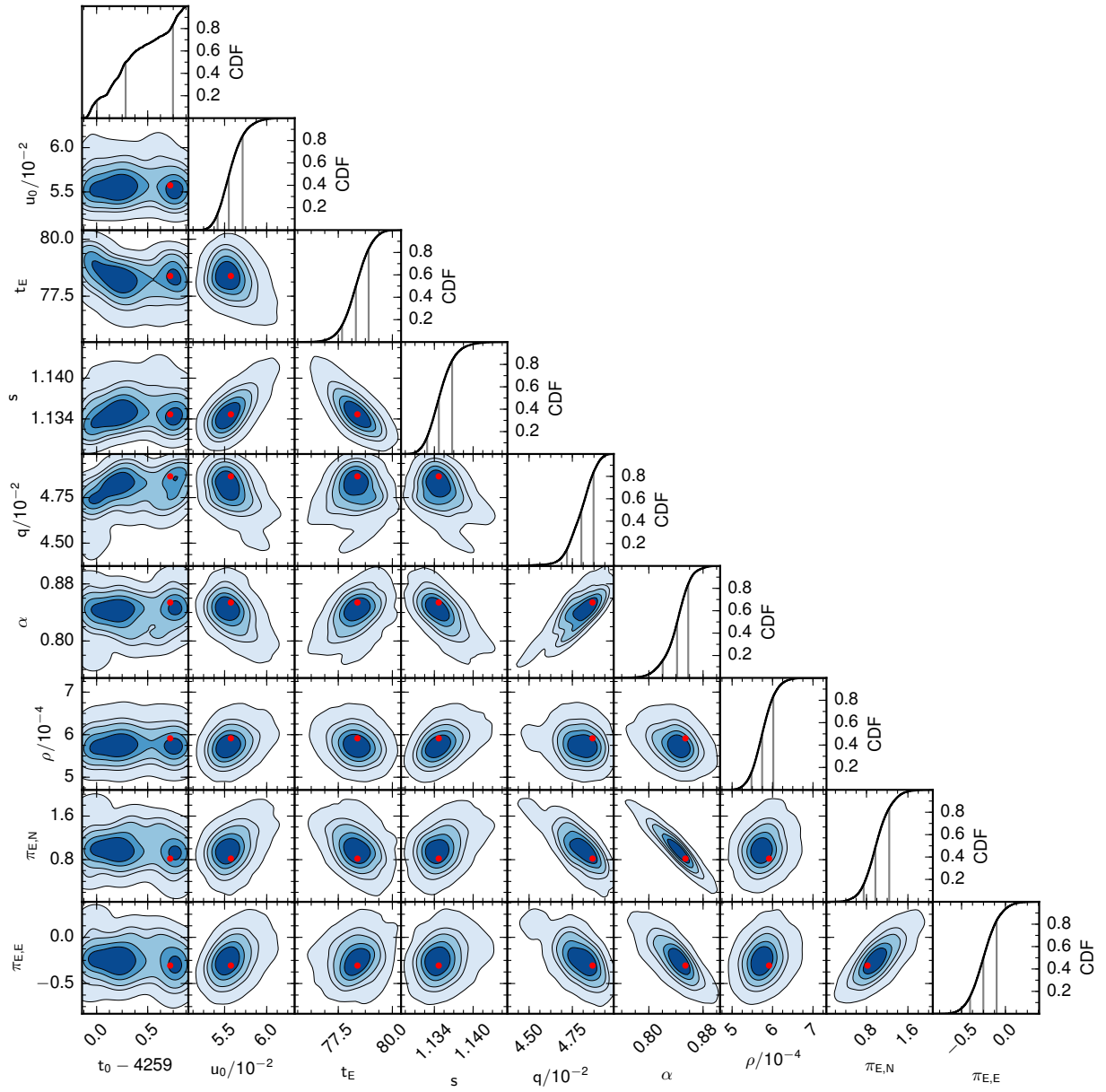


Fig. 10. Idem for ESBL+P's model.

C. Ranc et al.: MOA-2007-BLG-197: Exploring the brown dwarf desert

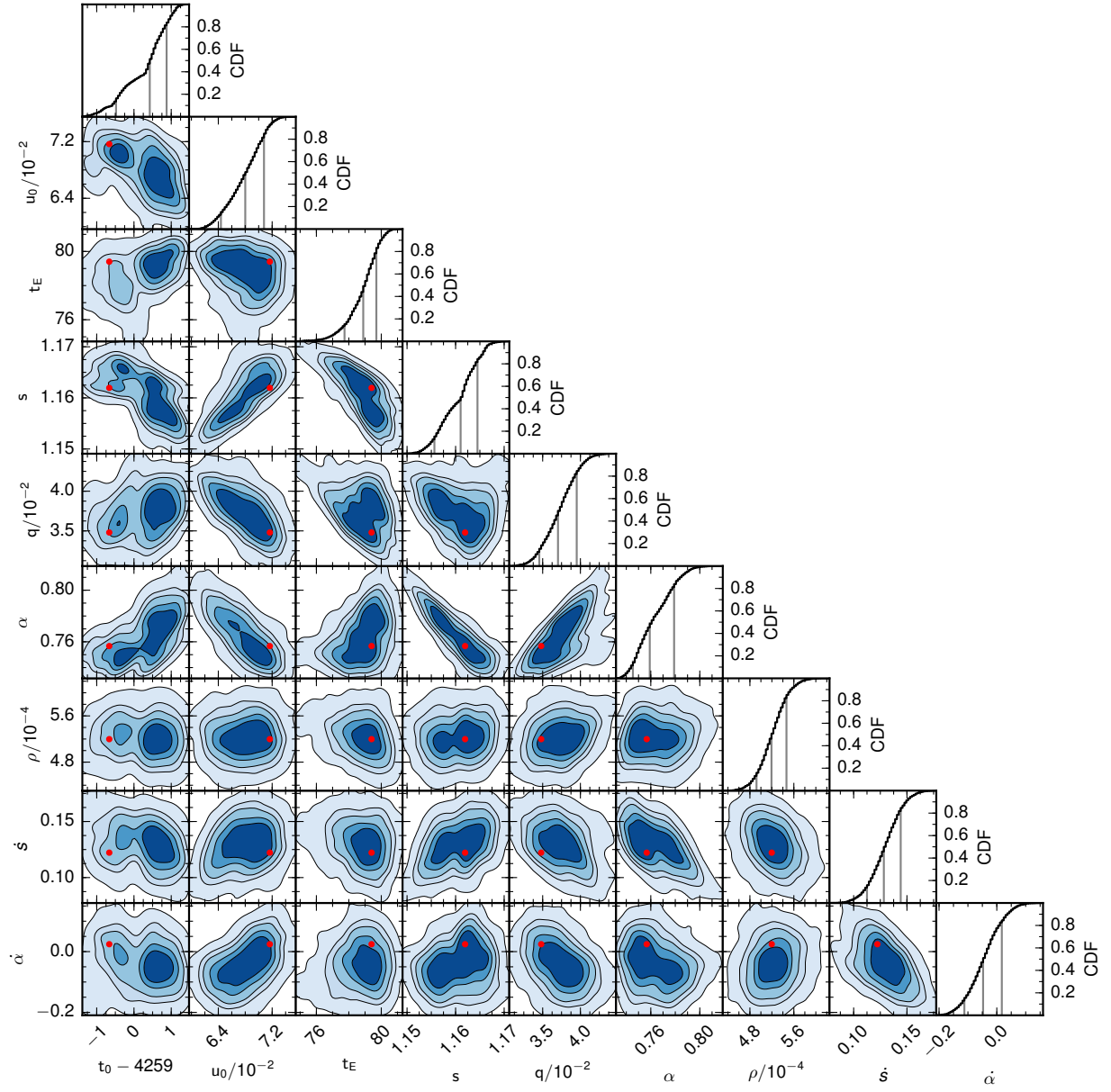


Fig. 11. Idem for ESBL+LOM's model.

A&A 580, A125 (2015)

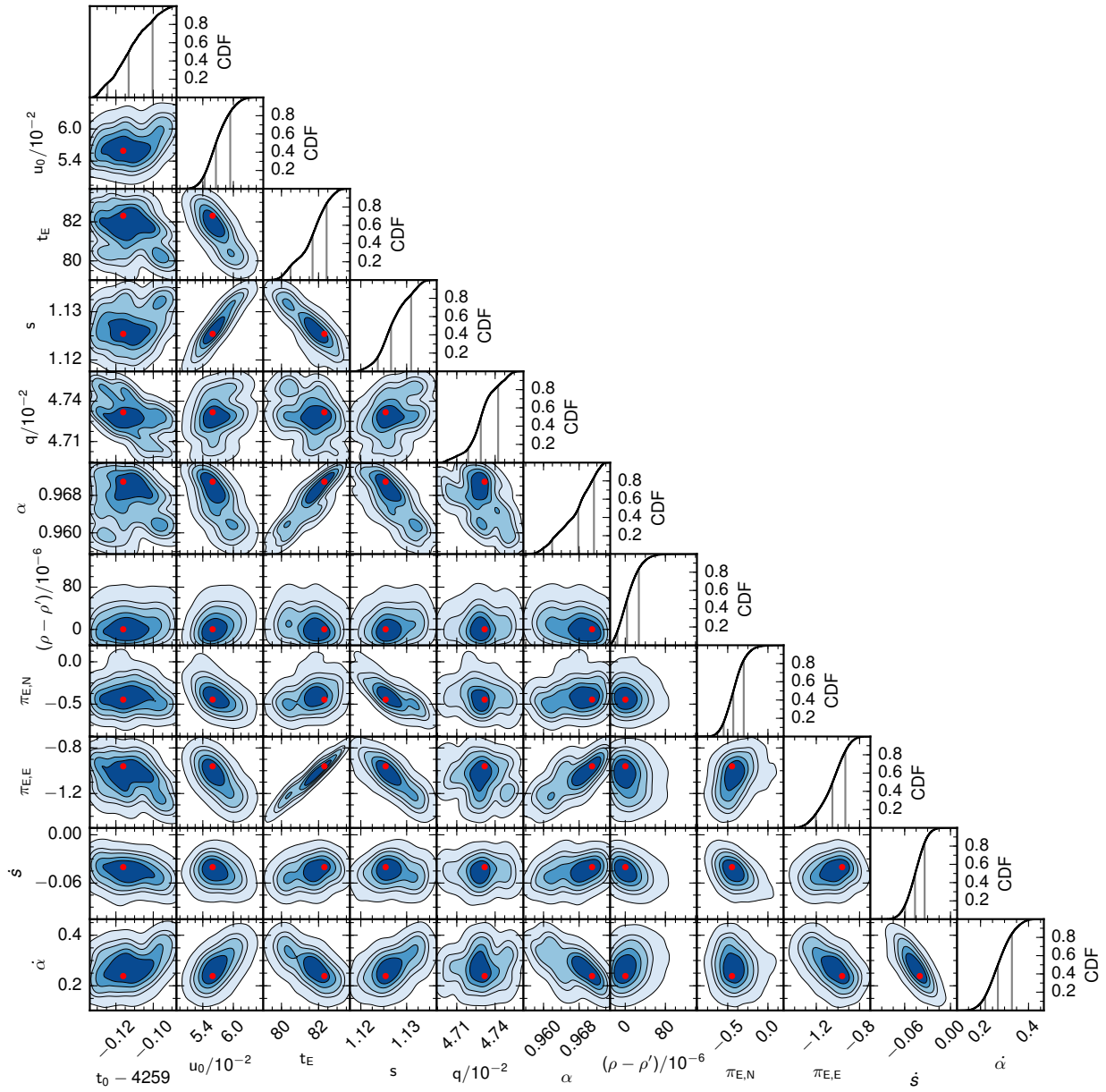


Fig. 12. Idem for ESBL+P+LOM's model ($u_0 > 0$) with $\rho' = 5.3 \times 10^{-4}$.

Quatrième partie

L'interférométrie : une technique pour caractériser les microlentilles

Lorsque l'interférométrie part à la rencontre des microlentilles

Sommaire

8.1	Mesure de masses et de distances par microlentille	193
8.2	L'interférométrie en astronomie	198
8.2.1	Généralités sur le phénomène d'interférences	198
8.2.2	Interféromètres	199
8.2.3	Notion de cohérence spatiale	200
8.2.4	Le théorème de Van Cittert-Zernike	202
8.3	L'interférométrie à la rencontre des microlentilles	203
8.3.1	Visibilité d'une source ponctuelle amplifiée par une microlentille simple	203
8.3.2	Plan (u, v) d'Einstein	204
8.3.3	Cas d'une source étendue	208
8.3.4	Discussion sur les microlentilles binaires	212
8.4	Exploration du plan (u, v) de Fourier	213
8.4.1	Super synthèse d'ouverture	213
8.4.2	Vitesse du mouvement des images	218
8.4.3	La couverture spectrale	219
8.4.4	Fermeture de phase	220
8.5	Contraintes sur le vecteur rayon d'Einstein	220
8.5.1	Mesures de visibilité pour contraindre le rayon d'Einstein	220
8.5.2	Dégénérescences	222
8.5.3	La photométrie pour lever les dégénérescences	223
8.6	Comment observer?	225
8.6.1	Émergence de l'idée	225
8.6.2	L'outil de prédiction VisObs	228
8.6.3	MOA-2015-BLG-0020 / OGLE-2015-BLG-0102 : une première alerte	233
8.6.4	Stratégie	234
8.7	Interferometric observations of microlensing events (article soumis)	238

8.1 Mesure de masses et de distances par microlentille

COMMENT les masses et les distances sont-elles mesurées en microlentilles? Ce paragraphe propose de faire une synthèse des moyens disponibles pour de telles mesures et de préciser, d'un point de vue qualitatif, les biais qui en résultent.

Parmi les presque deux mille planètes extra-solaires connues à ce jour, seule une poignée d'entre elles dont la distance est connue se situent à plus de quatre kiloparsecs de la Terre, et seulement une dans le bulbe galactique (Batista et coll., 2014). Ces planètes ont toutes été découvertes par microlentilles et dans la majorité des cas, la distance a pu être déterminée grâce à la détection d'effets de parallaxe dans la courbe de lumière de l'événement correspondant (Gould & Loeb, 1992). La méthode des microlentilles se positionne donc comme la seule méthode capable de mesurer la distribution des planètes à l'échelle de la Voie lactée, c'est-à-dire de déterminer l'abondance des planètes en fonction de l'environnement au sein de notre galaxie. Ce type de mesures fournirait des contraintes cruciales pour les théories de formation planétaire. Par exemple, la formation des planètes géantes gazeuses pourrait être inhibée au niveau du bulbe de la Galaxie à cause de l'intensité des rayonnements à cet endroit à l'époque où la majorité des étoiles se sont formées (Thompson, 2013).

Les planètes détectées par microlentille dont la distance est connue (environ la moitié des détections) se concentrent plutôt à de faibles distances par rapport à la distance du bulbe galactique (Yee et coll., 2015a). Ce biais est bien compris et a plusieurs origines. Tout d'abord, les microlentilles qui se trouvent plus proches du Système solaire induisent une forte parallaxe relative entre la lentille et la source,

$$\pi_{\text{rel}} = \frac{1 \text{ UA}}{D_l} - \frac{1 \text{ UA}}{D_s}, \quad (8.1)$$

donnant une grande amplitude au vecteur parallaxe $\boldsymbol{\pi}_E$ introduit en microlentille,

$$\boldsymbol{\pi}_E = \frac{\pi_{\text{rel}}}{\theta_E} \frac{\boldsymbol{\mu}_{\text{rel}}}{\mu_{\text{rel}}}, \quad (8.2)$$

avec μ_{rel} le mouvement propre relatif entre la lentille et la source (dans le référentiel dans lequel μ_{rel} est exprimé, géocentrique ou héliocentrique). Cette dernière expression est une première relation entre la masse de la lentille et la distance à la lentille (la source étant le plus souvent dans le bulbe galactique, l'incertitude de l'ordre du kiloparsec associée à sa position ne joue qu'un rôle secondaire dans le terme $1/D_l - 1/D_s$ dans la grande majorité des cas) puisqu'en reprenant la définition de θ_E et en y introduisant la définition de π_E , sa masse s'écrit

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{1}{\kappa \pi_E^2} \left(\frac{1 \text{ kpc}}{D_l} - \frac{1 \text{ kpc}}{D_s} \right). \quad (8.3)$$

La Fig. 8.1(a) représente cette relation (en bleu) pour différentes valeurs de π_E et pour une source située dans le bulbe galactique. Toutes choses étant égales par ailleurs, plus l'amplitude de la parallaxe est grande, plus sa mesure est aisée (Gould & Horne, 2013). Ceci implique que la distance est plus aisément mesurée pour des lentilles proches et peu massives (voir Fig. 8.1(a)). Comme nous l'avons expliqué au § 4.4.3, la mesure de π_E est principalement réalisée grâce au caractère non inertiel du référentiel terrestre (parallaxe orbitale). Cependant, pour des temps typiques d'Einstein t_E de quelques dizaines de jours, l'effet reste subtil. Ainsi, il faut en plus remarquer que la mesure de distance est favorisée pour des événements longs, pas forcément toujours représentatifs de la majorité des événements détectés. Une conséquence immédiate de cette discussion est qu'aucune mesure de distance n'a été possible par ce biais pour une lentille située dans le bulbe galactique.

Plusieurs solutions permettent de dépasser cette limitation. La première est l'estimation de θ_E par une mesure robuste des effets de taille finie de la source lors de la modélisation de la courbe de lumière d'un événement à l'issue duquel la taille angulaire ρ normalisée par θ_E est obtenue, et par l'exploitation de la photométrie multibande (souvent réalisée en bandes I et V)

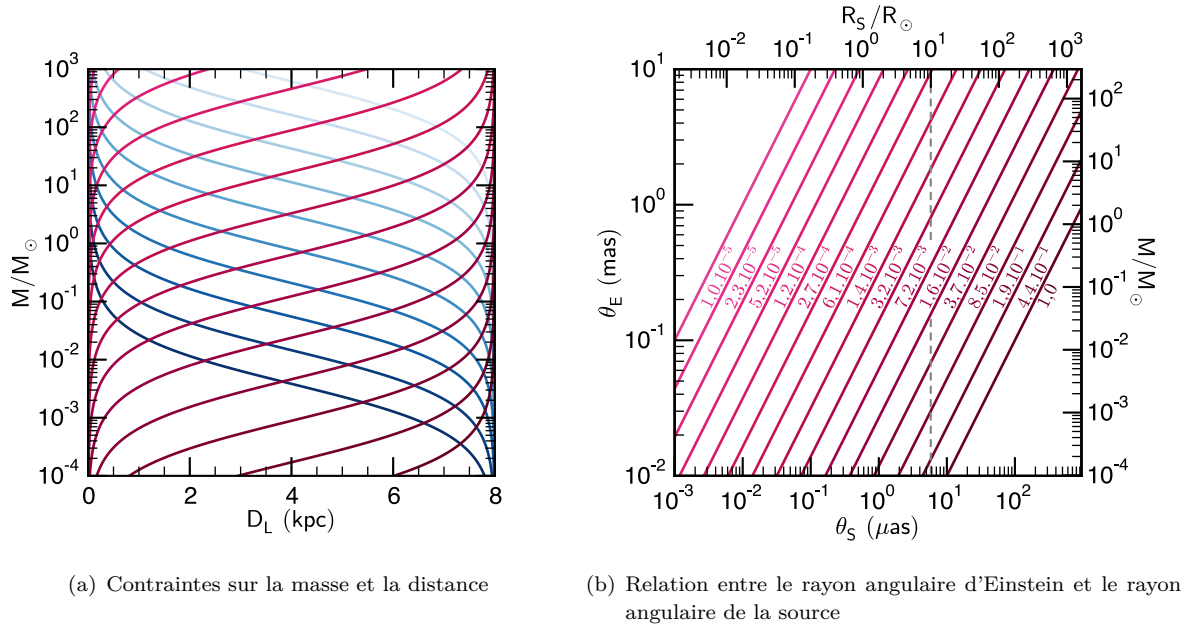


Fig. 8.1 – (a) Relations entre la masse M d'une microlentille et sa distance à l'observateur. Les courbes bleues correspondent à la contrainte imposée par la mesure de la parallaxe. Du bleu clair au bleu foncé, $\pi_E = [5 \cdot 10^{-3}; 9,7 \cdot 10^{-3}; 1,9 \cdot 10^{-2}; 3,7 \cdot 10^{-2}; 7,2 \cdot 10^{-2}; 1,4 \cdot 10^{-1}; 2,7 \cdot 10^{-1}; 5,3 \cdot 10^{-1}; 1,4 \cdot 10^{-1}; 1,0; 2,0]$ (intervalles égaux en logarithme). Cette figure illustre bien le fait que les fortes valeurs de parallaxe correspondent à des lentilles plus proches, toutes choses étant égales par ailleurs. Les courbes de couleur rose représentent la contrainte imposée par la connaissance de la taille de la source. Ces courbes sont tracées pour une source de rayon physique $10 R_\odot$ (cas typique d'une source appartenant au RGC) et pour différentes mesures du rayon de la source ρ normalisé par θ_E . Chaque couleur commune aux figures (a) et (b) correspond à une valeur de ρ indiquée sur la figure (b). La première courbe rose foncé en bas à droite de la figure (a) correspond à $\rho = 1$, donc une source dont le rayon angulaire est égal au rayon d'Einstein. (b) Relation entre le rayon angulaire d'Einstein θ_E et le rayon angulaire physique θ_s de la source pour différentes valeurs de ρ (une couleur par valeur) qui sont indiquées directement sur la figure. La droite en pointillés gris indique la valeur de θ_s choisie dans la figure (a). L'échelle de droite indique la valeur de la masse de la lentille correspondant à l'échelle de θ_E pour une source située dans le bulbe galactique à $D_s = 8$ kpc et une lentille située à $D_l = 4,0$ kpc (distance la plus probable, voir § 2.3). L'échelle du haut indique la valeur du rayon de la source correspondant à l'échelle de θ_s pour une source également située à $D_s = 8$ kpc.

qui permet de déterminer la taille réelle physique de la source θ_s . La relation entre la masse et la distance obtenue s'écrit alors en reprenant la définition de θ_E et en y introduisant $\rho = \theta_s/\theta_E$,

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{1}{\kappa \rho^2} \left(\frac{\theta_s}{1 \text{ mas}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ kpc}}{D_l} - \frac{1 \text{ kpc}}{D_s} \right)^{-1}. \quad (8.4)$$

La Fig. 8.1(a) représente cette relation pour différentes valeurs de ρ . Il apparaît sur cette figure qu'un événement pour lequel la taille de la source est mesurée et un effet de parallaxe est détectable, la masse de la lentille et sa distance à l'observateur peuvent être déterminées : la dégénérescence entre la masse et la distance est levée.

De manière indépendante, une autre relation entre la masse de la lentille et sa distance à l'observateur est obtenue en réalisant, lorsque cela est possible, une mesure directe du flux émis par la lentille. C'est exactement la manière dont nous avons procédé pour déterminer la distance et la masse de la lentille MOA-2007-BLG-197L dans le § 7.7. Cette méthode requiert la mesure directe du flux total provenant de la source et de la lentille en réalisant des mesures à haute

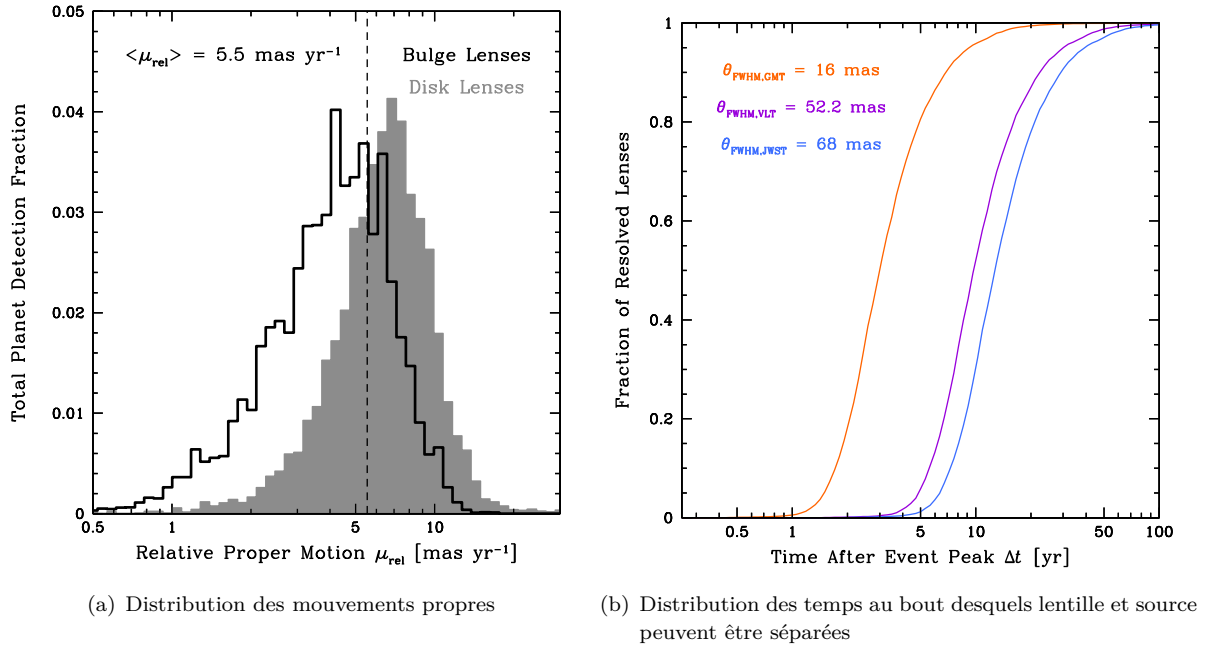


Fig. 8.2 – (a) Statistique prévisionnelle du mouvement propre relatif μ_{rel} de la lentille par rapport à la source pour des lentilles du disque et du bulbe de la Voie lactée observées par le Korean Microlensing Telescope Network (KMTNet). (b) Proportion des lentilles qui seront résolues par rapport à la source en fonction du temps pour le *Very Large Telescope* (VLT) et les deux télescopes à venir *James Webb Space Telescope* (JWST) et le *Giant Magellan Telescope* (GMT). Compte tenu de leur limite de diffraction comparable (voir (b)), le VLT et le JWST donnent des profils similaires. *Figure extraite de Henderson (2015).*

résolution angulaire, par exemple par optique adaptative. Après la modélisation de la courbe de lumière de l'événement en question, la contribution de la source amplifiée par la microlentille est soustraite au flux total mesuré en direction de l'événement. Ensuite, l'utilisation d'une relation masse-luminosité et l'estimation de l'extinction en direction de la lentille donnent une autre relation entre la masse de la lentille et sa distance à l'observateur (une telle relation est tracée sur la figure six du § 7.7). C'est également ainsi que la distance à la planète MOA-2011-BLG-293Lb (Batista et coll., 2014), située dans le bulbe galactique a été déterminée. Cette méthode est applicable si la lentille est suffisamment brillante (à titre d'exemple, dans le cas de MOA-2007-BLG-197L, la lentille était environ 2,8 plus brillante que la source), c'est-à-dire si la lentille est suffisamment proche ou massive.

Encore une autre alternative est d'attendre que la lentille et la source soient séparées pour directement mesurer le vecteur mouvement propre μ_{rel} de la lentille par rapport à la source en mesurant la séparation angulaire entre la lentille et la source bien après la fin de l'événement de microlentille. Comme le montre la figure Fig. 8.2, une estimation de la moyenne de μ_{rel} pour une lentille dans le disque donne 5,5 mas.an⁻¹ (Henderson, 2015). Les télescopes dotés d'instruments avec optique adaptative parmi les plus performants actuellement ont une résolution typique d'une cinquantaine de millisecondes d'angle en infrarouge et d'une vingtaine de millisecondes d'angle dans le visible (par exemple avec la combinaison des instruments SPHERE et ZIMPOL sur le *Very Large Telescope* au Chili). Cela implique qu'il faut attendre en moyenne huit à dix ans pour séparer la lentille de la source. Par exemple, pour l'événement MOA-2007-BLG-197, $\mu_{\text{rel}} = \theta_E/t_E = 0,91 \text{ mas}/82 \text{ jours} \approx 4,0 \text{ mas.an}^{-1}$ et la lentille est plus brillante en bande K_s qu'en bande J . Pour l'instrument NaCo d'optique adaptative en bande K_s (longueur d'onde

moyenne d'environ $\lambda = 2,18 \mu\text{m}^1$) utilisé sur un télescope de 8,2 m, un calcul rapide de la limite de diffraction donne $1,22\lambda/D \approx 67 \text{ mas}$ (en réalité la résolution est de 56 mas^2), où D est le diamètre du télescope. Ceci signifie qu'il faudra attendre quatorze ans après l'événement pour espérer séparer la lentille de la source, soit encore six ans. En bande J (résolution de 32 mas), bien qu'étant moins brillante la lentille devrait à peine commencer à être résolue par NaCo cette année et ouvre d'intéressantes perspectives pour valider l'analyse réalisée au § 7.7.

Une voie nouvellement explorée sur une grande quantité d'événements est la mesure des distances aux lentilles (en particulier de faible luminosité) en exploitant la parallaxe Terre-Espace. Comme nous en avons discuté au § 5.8, cette méthode permettra dans un avenir proche de construire la distribution des planètes à l'échelle de la Galaxie. Son principe est expliqué § 4.4.3. Cette technique consiste à observer simultanément un événement depuis la Terre et depuis l'espace, mesurer le vecteur π_E grâce aux différences des courbes de lumière dans le temps. D'un point de vue théorique, cette méthode présente plusieurs défis de taille. Le premier est le traitement d'une dégénérescence de π_E (les dégénérescences dans la modélisation des microlentilles sont omniprésentes et leur exploration est parfois complexe, nous n'avons pas décrit en détail ce problème dans ce manuscrit, mais une présentation des dégénérescences liées à la modélisation de microlentilles simples se trouve au § 5.5.5 et une discussion approfondie sur ce point est menée par exemple au § 5.8.2 par Calchi Novati et coll. (2015)). Par ailleurs, la détermination de l'amplitude de π_E seule ne fournit pas directement une mesure de la masse ou de la distance. Elle fournit la relation masse-distance correspondant à l'Éq. (8.3). Lorsque l'événement est planétaire, θ_E est mesuré dans la majorité des cas, résolvant par la même occasion cette dégénérescence. C'est ce qu'illustre la Fig. 8.1(a). Néanmoins, rappelons que la mesure de la taille de la source normalisée par θ_E est beaucoup plus rare dans le cas d'événements de microlentille simple et nécessite d'avoir recours à des arguments cinématiques issus de modèles galactiques (Calchi Novati et coll., 2015).

La grande majorité des événements de microlentille détectés sont des événements de microlentille simple. Ceci signifie qu'il est impossible d'obtenir une mesure de θ_E dans la majorité des événements qui sont pourtant utilisés pour construire la distribution des planètes à l'échelle de la Voie lactée. Comme nous venons de le mentionner, les modèles galactiques permettent de sauter cette embûche. Néanmoins une estimation statistique n'est jamais pleinement satisfaisante et ne remplace pas la réalisation d'une mesure directe et indépendante du rayon angulaire d'Einstein. Une telle mesure fournirait une contrainte observationnelle cruciale dans ce type d'étude et plus largement encore puisqu'il n'est pas toujours possible d'obtenir une mesure fiable de la parallaxe lors d'un événement planétaire. Dans ce chapitre, nous explorons les perspectives liées à la résolution des images multiples créées lors d'un événement de microlentille par interférométrie. Nous montrons qu'une telle mesure permettra effectivement de contraindre la mesure du rayon d'Einstein d'un événement. Nous étudions la probabilité pour qu'un événement soit effectivement observable par l'un des deux plus grands interféromètres actuellement en service. Comme nous le verrons, l'idée a été évoquée il y a de nombreuses années, mais n'a pas encore passé le cap de l'observation. Ces mesures nouvelles, maintenant possibles grâce aux caractéristiques techniques des instruments modernes, représentent un défi enthousiasmant à relever et une stratégie observationnelle à construire. Le succès futur de ce type d'observations sera le succès de deux communautés scientifiques et ouvrira la porte sur des investigations complètement nouvelles.

1. <http://www.eso.org/sci/facilities/paranal/instruments/naco/inst/filters.html>

2. <http://www.eso.org/sci/facilities/paranal/instruments/naco/overview.html>

8.2 L'interférométrie en astronomie

8.2.1 Généralités sur le phénomène d'interférences

La lumière est la principale source d'information qui nous parvient des étoiles. C'est de l'analyse et de l'exploitation de ces ondes électromagnétiques que bon nombre de théories peuvent se soumettre à l'épreuve de l'expérience. Il en va donc de notre connaissance globale d'extraire un maximum d'informations de cette lumière qui nous parvient des étoiles. La physique ondulatoire est d'ailleurs un domaine qui a toujours été extrêmement actif. La découverte du phénomène d'interférence avec l'expérience des trous d'Young en 1802 en est un exemple qui continue d'irradier la physique de ses retombées heuristiques.

Un phénomène d'interférence est une caractéristique propre à l'aspect ondulatoire de la lumière. Peut-être la manière la plus parlante de définir ce que sont des interférences est de décrire une expérience modernisée des trous d'Young : une plaque opaque percée de deux trous quasi ponctuels est éclairée par une source lumineuse quasi monochromatique (un laser par exemple), la lumière ayant traversé les trous est collectée au niveau d'un écran placé après la plaque où une succession spatialement périodique de franges alternativement sombres et brillantes est observée. Tout l'enjeu d'une observation dans ce domaine est d'être capable, à partir de la donnée d'un interférogramme, de déterminer les caractéristiques de la source qui en est à l'origine.

L'interférométrie astronomique a déjà une longue histoire derrière elle. Pourtant, il s'agit encore d'un domaine à la pointe de la recherche en instrumentation, car elle a besoin d'une technologie originale et exigeante pour fonctionner. Un interféromètre stellaire est un type particulier d'instrument pour l'observation astronomique qui utilise plusieurs télescopes simultanément pour observer un astre unique. L'enjeu de la démarche est d'échantillonner le front d'onde provenant de l'astre en question en plusieurs points très éloignés les uns des autres, ce qui serait impossible avec un télescope unique, et de mesurer grâce à eux la cohérence spatiale du front d'onde. C'est ce que rend possible de nos jours l'interférométrie à longue base qui peut atteindre des résolutions théoriques de l'ordre de la milliseconde d'angle (notée dans la suite mas). En effet, la résolution est limitée par la diffraction de l'ouverture d'un télescope, donnée par le rayon angulaire du premier zéro de la tache d'Airy :

$$\theta_{\text{diff}} \simeq 1,22 \frac{\lambda_0}{D} \quad (8.5)$$

où D est le diamètre du télescope et $\lambda_0 \approx 1 \mu\text{m}$ la longueur d'onde d'observation. Un interféromètre constitué de deux télescopes définit une base dans l'espace. L'instrument ainsi constitué a le même pouvoir de résolution théorique qu'un télescope dont le diamètre est la longueur de la base. Par conséquent, pour une base d'une centaine de mètres, $D \approx 100 \text{ m}$ et $\theta_{\text{diff}} \sim 0,002''$. Or nous l'avons vu, l'étude théorique du phénomène de microlentille gravitationnelle prévoit l'existence d'images multiples, non observables, car les télescopes uniques actuels n'atteignent pas la résolution angulaire nécessaire $\sim 0,006''$. La technique se rapprochant aujourd'hui le plus de ces résolutions est donc l'interférométrie. Il existe plusieurs méthodes pour analyser les données issues des interféromètres. Le principe général de la mesure est toujours à peu près le même : un interféromètre stellaire permet de mesurer le carré de la visibilité des franges d'interférences. Le théorème de Van Cittert-Zernike permet alors de déterminer la distribution angulaire de luminosité de la source. Dans ce chapitre étudiant l'intérêt et la possibilité d'une observation d'une microlentille par interférométrie, c'est le processus inverse qui est privilégié : connaissant la forme des images qui se forment en microlentille, quelles mesures de visibilité peut-on espérer réaliser et de telles mesures permettent-elles de contraindre les paramètres de la lentille ?

8.2.2 Interféromètres



Fig. 8.3 – Photographie des quatre *Unit Telescope* (UT) du *Very Large Telescope Interferometer* (VLTI) au Chili faite par l'ESO le 24 mai 2000.

L'observation en interférométrie d'un événement de microlentille n'exige pas seulement un interféromètre de très bonne résolution (de l'ordre de la mas), mais aussi un interféromètre de grande sensibilité. En effet, la magnitude typique en bande I d'un événement est supérieure à dix-sept lorsque l'amplification vaut l'unité et peut descendre couramment jusqu'à une magnitude de quatorze. Les instruments les plus performants actuellement ne permettent pas de suivre des franges d'interférence à cette magnitude. Par conséquent, l'observation de microlentilles se limite aux événements les plus brillants, qui ne sont pas nécessairement les plus amplifiés. Nous reviendrons en détail sur le nombre d'événements observable au § 8.6.4.

En infrarouge, de nombreux télescopes offrent une résolution angulaire de l'ordre de 1 mas voire moins. Il « suffit » pour augmenter la résolution d'augmenter la distance séparant deux télescopes. En revanche, il y a très peu d'interféromètres installés sur des télescopes dont l'envergure permet de récupérer suffisamment de photons pour réaliser des mesures sur des cibles de magnitude supérieure à dix. Sur ce point, le télescope européen *Very Large Telescope* (VLT) de l'*European Southern Observatory* (ESO) constitué de quatre télescopes fixes (représentés sur la Fig. 8.3) de 8,2 m de diamètre (UT) et quatre télescopes auxiliaires (AT) de 1,8 m de diamètre, fait figure de favori. Ces télescopes, installés à l'Observatoire du Cerro Paranal dans le désert d'Atacama au Nord du Chili et à une altitude de 2 635 mètres, sont reliés en eux pour permettre l'utilisation d'instruments spécifiques à l'interférométrie. Citons en particulier l'instrument AMBER qui permet de combiner deux ou trois faisceaux dans le proche infrarouge. Cet instrument permet de résoudre des objets binaires avec des séparations angulaires allant d'environ 2 mas à 50 mas avec les UT (longueur maximale de la base d'environ 130 m) et entre 2 mas et 140 mas avec les AT (longueur maximale de la base d'environ 140 m). La magnitude limite dans la bande spectrale K de l'instrument est d'environ 9 mag³ sur les UT, mais semble pouvoir atteindre des valeurs supérieures à 11 mag dans de bonnes conditions d'observations (Petrov et coll., 2007). L'instrument PIONER, quant à lui, permet d'atteindre une magnitude en bande H de 8,5 avec les AT.

Un autre télescope particulièrement intéressant est le *Center for High Angular Resolution Astronomy* (CHARA) situé en Californie sur le mont Wilson. En 1919, c'est dans cet observatoire que fut installé le premier interféromètre de Michelson dans le but de réaliser des observations astronomiques. En particulier, c'est à cet endroit que Michelson a réalisé des mesures très précises de la dimension et de la distance de certaines étoiles. Le réseau de télescopes de CHARA est en

3. <https://www.eso.org/sci/facilities/paranal/instruments/amber/inst.html>

forme de Y et définit quinze bases d'une longueur comprise entre 31 m et 331 m, ce qui en fait l'un des plus grands interféromètres au monde en fonction dans le domaine spectral de l'infrarouge (voir photographie Fig. 8.4). La résolution obtenue avec les bases les plus grandes est de l'ordre de 0,6 mas. Les six télescopes d'un mètre permettent de suivre des cibles peu lumineuses. Le record en magnitude obtenu sur une mesure de visibilité est actuellement d'environ $K = 9$ dans de très bonnes conditions d'observations (d'après une communication privée avec Gail Schaefer). Si l'emplacement de l'interféromètre dans l'hémisphère Nord restreint les périodes de bonne visibilité du bulbe de la Voie lactée, un événement de microlentille particulièrement brillant pourrait être observé, depuis le mont Wilson, entre les mois de mai et juillet.

Dans la suite de ce chapitre, les simulations sont réalisées en tenant compte des caractéristiques du *Very Large Telescope Interferometer* (VLTI) ou du CHARA, pour des observations réalisées dans la bande spectrale K (longueur d'onde $\lambda_0 \approx 2,2 \mu\text{m}$).

Fig. 8.4 – Photographie d'une partie de l'interféromètre *Center for High Angular Resolution Astronomy* (CHARA). Source: site web de CHARA.



Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur l'étude de la perte de cohérence spatiale due à l'existence d'images multiples créées au cours d'un phénomène de microlentille gravitationnelle.

8.2.3 Notion de cohérence spatiale

L'observation d'un phénomène de microlentille gravitationnelle s'apparente à l'observation d'une source étendue, ou d'un système d'étoiles doubles très éloignées du lieu d'observation. En effet, chaque image se comporte comme une source secondaire conformément au principe d'Huygens-Fresnel, spatialement incohérente. Si la cohérence temporelle est suffisamment bonne au niveau du plan d'observation (ce qui est assuré par l'utilisation de filtres interférentiels), l'existence d'images multiples se traduit par une perte de visibilité. Le théorème de Van Cittert-Zernike relie la visibilité des franges \mathcal{V} à la distribution angulaire de luminosité de la source \mathcal{L} . Les définitions mathématiques des grandeurs optiques introduites dans ce qui suit sont reprises des cours de Champeau et coll. (2009) et Goodman (1972).

Le concept de cohérence est directement issu de l'étude d'un phénomène d'interférences de deux ondes. C'est exactement ce qui est réalisé si les interféromètres sont constitués de deux télescopes au sol. Ces derniers forment un interféromètre à division du front d'onde. Dans le cadre du modèle scalaire de la lumière, il est possible de montrer que l'expression de l'intensité moyenne \mathcal{I} résultant de la superposition des deux radiations lumineuses collectées au niveau de chaque télescope fait apparaître un terme d'interférence :

$$\mathcal{I} = I_{T_1} + I_{T_2} + 2\sqrt{I_{T_1} I_{T_2}} \operatorname{Re}\{\gamma^{(T_1, T_2)}\} \quad (8.6)$$

où I_{T_i} désigne l'intensité moyenne du rayonnement reçu au niveau du télescope i (ici $i = 1$ ou $i = 2$), Re l'opérateur partie réelle, et $\gamma^{(T_1, T_2)}$ est le degré complexe de cohérence mutuelle des deux radiations lumineuses recombinaées avec un retard temporel τ contrôlé.

$$\gamma^{(T_1, T_2)}(\tau) \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{\Gamma^{(T_1, T_2)}(\tau)}{\sqrt{I_{T_1} I_{T_2}}} \quad (8.7)$$

avec

$$\Gamma^{(\tau_1, \tau_2)} \stackrel{\text{déf.}}{=} \lim_{T \rightarrow +\infty} \left[\int_{-T/2}^{T/2} \mathcal{S}_{\tau_1}(t) \overline{\mathcal{S}_{\tau_2}(t - \tau)} dt \right] \quad (8.8)$$

où \mathcal{S}_{τ_i} désigne le signal analytique associé à l'onde reçue au niveau du télescope i (ici $i = 1$ ou $i = 2$) (il coïncide avec la représentation complexe de l'onde quand elle est monochromatique). $\Gamma^{(\tau_1, \tau_2)}$ est simplement la fonction de corrélation des deux radiations lumineuses.

Ainsi, en notant ψ l'argument du degré complexe de cohérence mutuelle, l'intensité moyenne peut s'écrire

$$\mathcal{I} = I_{\tau_1} + I_{\tau_2} + 2\sqrt{I_{\tau_1} I_{\tau_2}} \left| \gamma^{(\tau_1, \tau_2)}(\tau) \right| \cos(\psi(\tau)). \quad (8.9)$$

Pour comprendre l'influence de chacun des termes précédents dans l'intensité moyenne résultante, il est pratique de réaliser une expérience de pensée : imaginons qu'une radiation parfaitement monochromatique de fréquence ν_0 (dont la représentation par une fonction sinusoïdale n'est pas de carré sommable) arrive au niveau de l'interféromètre. Le signal analytique associé (coïncidant dans ce cas avec la représentation complexe de l'onde) s'écrit :

$$\mathcal{S}(t) = A e^{-i\phi} e^{-i2\pi\nu_0 t} \quad (8.10)$$

où A et ϕ sont des constantes, de sorte que

$$\left| \gamma^{(\tau_1, \tau_2)}(\tau) \right| = |\gamma(\tau)| = 1. \quad (8.11)$$

Ainsi, l'intensité moyenne résultante varie entre les deux valeurs extrêmes

$$\mathcal{I}_{\max} = I_{\tau_1} + I_{\tau_2} + 2\sqrt{I_{\tau_1} I_{\tau_2}} \quad (8.12)$$

et

$$\mathcal{I}_{\min} = I_{\tau_1} + I_{\tau_2} - 2\sqrt{I_{\tau_1} I_{\tau_2}} \quad (8.13)$$

variation caractérisée par la visibilité :

$$\mathcal{V} \stackrel{\text{déf.}}{=} \frac{\mathcal{I}_{\max} - \mathcal{I}_{\min}}{\mathcal{I}_{\max} + \mathcal{I}_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_{\tau_1} I_{\tau_2}}}{I_{\tau_1} + I_{\tau_2}}. \quad (8.14)$$

La visibilité des franges d'interférence est maximale et vaut un si et seulement si les intensités moyennes reçues au niveau des télescopes sont égales.

Un très grand soin est apporté à la réalisation des montages optiques constituant un interféromètre, de manière à garantir une visibilité maximale des franges d'interférence. En particulier, nous travaillerons sous les hypothèses suivantes :

1. la taille typique de l'interféromètre est négligeable devant la distance à la source, de sorte que les intensités moyennes soient des constantes dans l'espace, au niveau des télescopes ;
2. les montages optiques sont construits pour que la symétrie entre les deux chemins optiques soit parfaite, à un décalage temporel contrôlé près : $I_{\tau_1} = I_{\tau_2} = I_0$; en particulier, chaque faisceau lumineux capté subit le même nombre de déphasages localisés.

Une conséquence importante de ces hypothèses concerne le module du degré complexe de cohérence mutuel : il ne dépend plus que de la position relative de la source et des télescopes.

$$\left| \gamma^{(\tau_1, \tau_2)}(\tau) \right| = |\gamma(\tau_1, \tau_2)| \quad (8.15)$$

Dans toute la suite, nous travaillerons sous ces hypothèses.

8.2.4 Le théorème de Van Cittert-Zernike

Le théorème de Van Cittert-Zernike exprime le lien qui existe entre le degré complexe de cohérence mutuelle et la distribution angulaire de luminosité \mathcal{L} d'une source étendue : pour une source spatialement incohérente et quasi monochromatique, le degré complexe de cohérence mutuelle est égal à la transformée de Fourier normalisée de \mathcal{L} , c'est-à-dire

$$\gamma(\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2) = \frac{\mathcal{F}_{[\mathcal{L}(x,y)]}(f_1, f_2)}{\mathcal{F}_{[\mathcal{L}(x,y)]}(0,0)}. \quad (8.16)$$

où (x, y) sont les coordonnées physiques vraies dans le plan du ciel de l'observateur, (f_1, f_2) désignent les fréquences spatiales, et $\mathcal{F}_{[\mathcal{L}(x,y)]}$ correspond à la transformée de Fourier (à deux dimensions) de la distribution angulaire de luminosité \mathcal{L} de la source qui interfère. Il s'agit d'un nombre complexe dont le module donne la visibilité (souvent appelée le contraste) des franges d'interférence,

$$\mathcal{V} \stackrel{\text{déf.}}{=} |\gamma(\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2)| = \left| \frac{\mathcal{F}_{[\mathcal{L}(x,y)]}(f_1, f_2)}{\mathcal{F}_{[\mathcal{L}(x,y)]}(0,0)} \right|. \quad (8.17)$$

La visibilité des franges d'interférence est donc un nombre réel positif inférieur ou égal à l'unité. La source est partiellement résolue en interférométrie si la visibilité est strictement inférieure à un.

La définition de la transformée de Fourier que nous adoptons est la suivante :

$$\mathcal{F}_{[\mathcal{L}(x,y)]}(f_1, f_2) \stackrel{\text{déf.}}{=} \iint_{\mathbb{R}^2} \mathcal{L}(x, y) \exp[-i 2\pi (f_1 x + f_2 y)] dx dy \quad (8.18)$$

puisque la normalisation n'est ici pas nécessaire (seul un rapport de transformées de Fourier intervient dans le théorème de Van Cittert-Zernike). Par ailleurs, la notion de fréquence spatiale s'adapte au contexte observationnel. Nous appelons \mathcal{B} le vecteur $\mathcal{B} = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2$ (vecteur joignant deux télescopes, nommés arbitrairement 1 et 2 ; il est appelé la base). Dans le plan du ciel, ce vecteur se projette et donne un vecteur à deux dimensions. Selon l'étude, il est utile de travailler à deux ou trois dimensions, selon si la ligne de visée joue un rôle ou non. La troisième dimension, qui correspond à la coordonnée le long de la ligne de visée n'est pas accessible à la mesure et ne joue donc aucun rôle dans le calcul de la visibilité de la source. Dans le plan du ciel, les coordonnées de la base sont ${}^t[\mathcal{B}_n, \mathcal{B}_e]$ (ou bien ${}^t[\mathcal{B}_n, \mathcal{B}_e, \mathcal{B}_m]$ à trois dimensions), où les indices font référence aux directions Nord, Est et celle de la ligne de visée de la lentille à l'observateur. Les fréquences spatiales sont alors données par

$$(f_1, f_2) = \left(\frac{\mathcal{B}_e}{\lambda_0 D_1}, \frac{\mathcal{B}_n}{\lambda_0 D_1} \right) \quad (8.19)$$

où D_1 désigne la distance au plan lentille et λ_0 la longueur d'onde d'observation dans le vide. Il est très important à ce stade de remarquer que les repères utilisés de manière courante en interférométrie et en microlentille sont différents. Alors qu'en interférométrie l'usage est de travailler dans une base typiquement (Est, Nord), il est d'usage de travailler en microlentilles dans une base (Nord, Est). Nous repoussons la discussion du choix du repère pour décomposer la position des images de quelques paragraphes. Ce n'est pas le propos ici. Il convient de faire apparaître des grandeurs angulaires en écrivant

$$(u, v) = \left(\frac{\mathcal{B}_e}{\lambda_0}, \frac{\mathcal{B}_n}{\lambda_0} \right). \quad (8.20)$$

La transformée de Fourier Éq. (8.18) s'écrit alors

$$\mathcal{F}_{[\mathcal{L}(x,y)]}(u, v) \propto \iint_{\mathbb{R}^2} \mathcal{L}(x, y) \exp \left[-i 2\pi \left(u \frac{x}{D_1} + v \frac{y}{D_1} \right) \right] dx dy, \quad (8.21)$$

à condition que (x, y) soient des coordonnées exprimées dans une base (Est, Nord). Cette dernière expression peut être écrite en faisant intervenir des grandeurs angulaires dans le plan du ciel. Pour cela, on fait le changement de variable $(x, y) \mapsto (x/D_1, y/D_1)$, et on introduit le vecteur $\boldsymbol{\theta} = {}^t[x/D_1, y/D_1]$ dans la base du plan du ciel et le vecteur sans dimension $\mathbf{k} = -\mathbf{B}/\lambda_0$ (cette définition sera justifiée au § 8.3.2). Notons qu'avec ces notations, $\mathbf{k} = -{}^t[u, v]$ dans un repère (Est, Nord). La transformée de Fourier de la distribution angulaire de luminosité de la source devient alors

$$\mathcal{F}[\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})](\mathbf{k}) \propto \int_{\mathbb{R}^2} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) \exp[-i 2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\theta} \rangle] d^2\theta. \quad (8.22)$$

et la visibilité s'écrit finalement

$$\mathcal{V} = \left| \frac{\mathcal{F}[\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})](\mathbf{k})}{\mathcal{F}[\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta})](\mathbf{0})} \right| = \left| \frac{\int_{\mathbb{R}^2} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) \exp[-i 2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\theta} \rangle] d^2\theta}{\int_{\mathbb{R}^2} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) d^2\theta} \right|. \quad (8.23)$$

Comment cette formule très générale s'applique-t-elle dans le domaine des microlentilles gravitationnelles?

8.3 L'interférométrie à la rencontre des microlentilles

Lors d'un événement de microlentille, des images multiples sont créées dont la séparation angulaire est de l'ordre de la milliseconde d'angle. L'observation par interférométrie d'un tel événement s'apparente donc à l'observation d'une source binaire séparée par une unité astronomique et observée à dix parsecs, avec toutefois des spécificités singulières que nous soulignons dans cette section.

8.3.1 Visibilité d'une source ponctuelle amplifiée par une microlentille simple

Le modèle d'une source ponctuelle dont le flux est amplifié par une microlentille simple permet un calcul analytique de la visibilité directement exprimée en fonction des coordonnées de la source. Nous verrons par la suite que ce modèle est finalement relativement bon pour décrire un événement de microlentille dans une très grande variété de situations. Comme nous l'avons démontré au § 4.1, une lentille simple forme deux images $\boldsymbol{\theta}_{\pm}$ de la source dont les positions angulaires relatives à la lentille se déduisent⁴ de l'Éq. (4.11) en multipliant chaque membre par θ_E ,

$$\Delta\boldsymbol{\theta}_{\pm} = \frac{u \pm \sqrt{u^2 + 4}}{2u} \Delta\boldsymbol{\theta} \quad (8.24)$$

avec $\Delta\boldsymbol{\theta} \stackrel{\text{déf.}}{=} \boldsymbol{\theta}_s - \boldsymbol{\theta}_l$ et $u \stackrel{\text{déf.}}{=} |\Delta\boldsymbol{\theta}|/\theta_E$. Tout ce qui suit ne dépend pas du repère dans lequel la position angulaire $\boldsymbol{\theta}_s$ de la source, $\boldsymbol{\theta}_l$ de la lentille ou tout autre grandeur angulaire $\boldsymbol{\theta}$ sont exprimées. Seul l'écart angulaire (vectoriel) entre la lentille et la source joue un rôle physique.

La source étant ponctuelle, les images obtenues sont également ponctuelles d'amplification respective μ_+ (image majeure) et μ_- (image mineure). La distribution angulaire de luminosité des images dans le plan lentille peut alors s'écrire $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{L}_0[\mu_+ \delta(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_+) + \mu_- \delta(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_-)]$, où

4. Le passage de grandeurs complexes aux grandeurs vectorielles est totalement univoque : la partie réelle et la partie imaginaire d'une affixe sont converties en coordonnées spatiales. Le passage inverse est tout aussi transparent.

δ est la distribution de Dirac à deux dimensions.

$$\mathcal{F}_{[\mathcal{L}(\theta)]} = \mathcal{L}_0 \left(\mu_+ \mathcal{F}_{[\delta(\theta - \theta_+)]} + \mu_- \mathcal{F}_{[\delta(\theta - \theta_-)]} \right) \quad (8.25)$$

$$= \mathcal{L}_0 \left(\mu_+ \exp[-i 2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\theta}_+ \rangle] + \mu_- \exp[-i 2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\theta}_- \rangle] \right) \mathcal{F}_{[\delta(\theta)]} \quad (8.26)$$

$$= \mathcal{L}_0 \left(\mu_+ \exp[-i 2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\theta}_+ \rangle] + \mu_- \exp[-i 2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\theta}_- \rangle] \right) \quad (8.27)$$

Le carré du module de ce complexe est

$$\left| \mathcal{F}_{[\mathcal{L}(\theta)]} \right|^2 = \mathcal{L}_0^2 \left(\mu_+^2 + \mu_-^2 + 2\mu_+ \mu_- \cos(2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\Delta\theta}_{+-} \rangle) \right) \quad (8.28)$$

avec $\boldsymbol{\Delta\theta}_{+-} = \boldsymbol{\theta}_+ - \boldsymbol{\theta}_-$. Partant de cette expression, $\left| \mathcal{F}_{[\mathcal{L}(\theta)]}(\mathbf{0}) \right|^2 = \mathcal{L}_0^2 \mu^2$ où nous avons introduit $\mu = \mu_+ + \mu_-$. Ainsi, on retrouve la visibilité des franges d'interférence créées par deux distributions de Dirac,

$$\mathcal{V}^2 = \frac{1}{\mu^2} \left(\mu_+^2 + \mu_-^2 + 2\mu_+ \mu_- \cos(2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\Delta\theta}_{+-} \rangle) \right). \quad (8.29)$$

Cette expression est parfois écrite en introduisant le rapport d'amplification $R = \mu_+/\mu_- \geq 1$ et devient alors,

$$\mathcal{V}^2 = \frac{1}{(1+R)^2} \left(1 + R^2 + 2R \cos(2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\Delta\theta}_{+-} \rangle) \right). \quad (8.30)$$

Il est important de remarquer que chaque terme dépend du temps dans cette équation : R car l'amplification relative des deux images change au cours du temps, $\boldsymbol{\Delta\theta}_{+-}$ parce que la position des images change, et \mathbf{k} car la base de l'interféromètre se projette dans le plan de la lentille différemment à chaque instant. Deux échelles de temps sont ici présentes, une courte (une fraction de 24 h) et périodique due à la rotation de la Terre sur elle-même, et une plus longue (une fraction de $t_E \approx 25$ jours) et non-périodique correspondant au mouvement propre relatif de la lentille par rapport à la source.

Par ailleurs, nous vérifions que la visibilité donnée par l'Éq. (8.30) est comprise entre une valeur minimale de $(1-R)^2/(1+R)^2$ et un. Une conséquence importante de cela est que la signature des deux images sur la visibilité des franges d'interférences est d'autant plus importante que l'amplification associée à chacune d'entre elles est proche. En effet, l'étude des variations de ce coefficient en fonction de R montre que celui-ci est minimum et égal à zéro pour $R = 1$. Comme,

$$\mu_{\pm} \underset{0}{\sim} \frac{1}{2|\zeta|} \quad \text{et} \quad \mu_{\pm} \underset{+\infty}{\sim} \pm \frac{1}{2} + \frac{1}{2}, \quad (8.31)$$

la position de la source pour laquelle ces conditions sont les mieux réunies est près du pic d'amplification, c'est-à-dire lorsque la source passe au plus près de la lentille dans le plan d'observation. Tout ceci est bien cohérent avec l'idée intuitive que nous pouvons nous faire du phénomène.

8.3.2 Plan (u, v) d'Einstein

Commençons par rendre compte de la dépendance temporelle liée au déplacement des images. Ce déplacement est entièrement déterminé par le mouvement relatif de la lentille par rapport à la source. Dans les conventions usuellement adoptées en microlentille, la lentille est choisie fixe et le mouvement apparent de la source dans un repère où la lentille est fixe à l'origine est modélisé. Cette modélisation est décrite en détail au § 4.4.1 et au § 4.4.3 dont les éléments principaux sont rappelés ici. De manière la plus générale possible, deux paramètres (τ, β) sont utilisés pour

2D	type	définition	3D	type	définition
$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$	scalaire	$x^i y_i$	$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$	scalaire	$x^i y_i$
$\mathbf{x} \times \mathbf{y}$	scalaire	$\epsilon^{ij} x_i y_j$	$\text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \mathbf{x}, \mathbf{y})$	scalaire	$\epsilon^{ijk} \hat{m}_i x_j y_k$
			$\mathbf{x} \times \mathbf{y}$	vecteur	$\epsilon^{ijk} x_i y_j$

Tab. 8.1 – Correspondance entre les notations à deux et trois dimensions.

décrire le mouvement de la source. Ils correspondent aux coordonnées de la source dans un repère du plan du ciel $(\hat{\boldsymbol{\tau}}, \hat{\boldsymbol{\beta}})$ direct (c'est-à-dire⁵ que $\hat{\boldsymbol{\tau}} \times \hat{\boldsymbol{\beta}} = \hat{\mathbf{m}}$) tel que $\hat{\boldsymbol{\tau}} = -\boldsymbol{\mu}_{\text{rel}}/\mu_{\text{rel}}$. Nous insistons sur le fait que ces définitions sont prises à un instant donné et servent ensuite à décrire tout le mouvement de la source. Le signe négatif vient de la convention adoptée : $\boldsymbol{\mu}_{\text{rel}}$ est par définition le vecteur mouvement propre de la lentille par rapport à la source alors que l'usage est maintenant de décrire le mouvement de la source par rapport à la lentille. Nous souhaitons dans ce texte rester cohérents avec les définitions et notations associées aux grandeurs classiques considérées en microlentille, même si ce choix peut paraître de prime abord malheureux. Une remarque importante est à faire ici : τ et β sont des composantes qui dépendent du temps, mais les vecteurs unitaires associés que nous avons appelés $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ et $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, eux sont définis une fois pour toutes. Dans le cas le plus simple d'un mouvement apparent supposé rectiligne et uniforme, $\tau = u_0$ et $\beta(t) = (t - t_0)/t_E$. Dans le cas où des effets de parallaxes sont pris en compte, $\tau(t) = u_0 + \delta\tau(t)$ et $\beta(t) = (t - t_0)/t_E + \delta\beta(t)$, avec $\delta\tau(t)$ et $\delta\beta(t)$ donnés par l'Éq. (4.69) et l'Éq. (4.70).

L'interférométrie a d'une part la capacité de résoudre les images, mais cette technique est aussi sensible à l'orientation des images multiples dans le ciel. La situation est donc très similaire au suivi d'un événement par astrométrie, technique qui permet de suivre le déplacement du barycentre photométrique des images, bien que les images elles-mêmes ne soient pas résolues. En suivant l'approche heuristique décrite par Gould & Yee (2014) dans une étude prospective concernant l'astrométrie en microlentille, on introduit le vecteur « rayon d'Einstein », noté $\boldsymbol{\theta}_{\text{E}}$ et défini par $\boldsymbol{\theta}_{\text{E}} \stackrel{\text{déf.}}{=} \boldsymbol{\mu}_{\text{rel}} t_E$ dont la norme est bien $|\boldsymbol{\theta}_{\text{E}}| = |\mu_{\text{rel}}| t_E = \theta_E t_E / t_E = \theta_E$. Ainsi, en utilisant l'Éq. (8.24), il vient

$$\langle -\mathbf{k}, \Delta\boldsymbol{\theta}_{+-} \rangle = \left(1 + \frac{4}{\tau^2 + \beta^2}\right)^{1/2} \left(\tau \langle \hat{\boldsymbol{\tau}}, -\mathbf{k} \rangle + \beta \text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \hat{\boldsymbol{\beta}}, -\mathbf{k})\right) \theta_E, \quad (8.32)$$

ce qui s'écrit aussi en introduisant $\boldsymbol{\theta}_{\text{E}}$,

$$\langle -\mathbf{k}, \Delta\boldsymbol{\theta}_{+-} \rangle = \left(1 + \frac{4}{\tau^2 + \beta^2}\right)^{1/2} \left(\tau \langle \boldsymbol{\theta}_{\text{E}}, \mathbf{k} \rangle + \beta \text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \boldsymbol{\theta}_{\text{E}}, \mathbf{k})\right) \quad (8.33)$$

où les notations sont explicitées dans le Tab. 8.1. Le choix du signe dans la définition du vecteur \mathbf{k} se justifie ici pleinement pour simplifier les expressions qui sont utilisées dans la pratique. Dès lors, nous avons le choix de la base dans laquelle les vecteurs sont exprimés. En pratique, cette base peut être la base (Nord, Est) pour une conversion immédiate entre les repères utilisés en microlentille et en interférométrie. À deux dimensions dans le plan du ciel (voir le tableau 8.1),

5. la notation $\hat{\cdot}$ indique que le vecteur considéré est normé, il s'agit donc d'un vecteur unitaire.

on trouve alors

$$\langle -\mathbf{k}, \Delta\boldsymbol{\theta}_{+-} \rangle = \left(1 + \frac{4}{\tau^2 + \beta^2}\right)^{1/2} \left(\tau \langle \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{E}}, \mathbf{k} \rangle + \beta \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{E}} \times \mathbf{k}\right) \quad (8.34)$$

$$= \left(1 + \frac{4}{\tau^2 + \beta^2}\right)^{1/2} \left(\theta_{\mathbf{E},N} (\tau k_N + \beta k_E) + \theta_{\mathbf{E},E} (\tau k_E - \beta k_N)\right) \quad (8.35)$$

$$= \left(1 + \frac{4}{\tau^2 + \beta^2}\right)^{1/2} (u\tau + v\beta) \quad (8.36)$$

$$= (u\tilde{\tau} + v\tilde{\beta}), \quad (8.37)$$

avec $u = \langle \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{E}}, \mathbf{k} \rangle = \theta_{\mathbf{E},N} k_N + \theta_{\mathbf{E},E} k_E$, $v = \boldsymbol{\theta}_{\mathbf{E}} \times \mathbf{k} = \theta_{\mathbf{E},N} k_E - \theta_{\mathbf{E},E} k_N$, $\tilde{\tau} = \tau \left(1 + \frac{4}{\tau^2 + \beta^2}\right)^{1/2}$ et $\tilde{\beta} = \beta \left(1 + \frac{4}{\tau^2 + \beta^2}\right)^{1/2}$. Chacune de ses égalités est équivalente et permet de souligner différentes caractéristiques. L'Éq. (8.34) met en évidence qu'il s'agit de la projection du mouvement apparent de la source sur la base qui joue un rôle déterminant. Ceci est tout à fait commun avec l'observation d'un objet quelconque par interférométrie. L'Éq. (8.35) fait clairement apparaître les variables connues et les variables inconnues : à chaque instant, la projection du vecteur \mathbf{k} dans une base (Nord, Est) est connue. En revanche τ , β , $\theta_{\mathbf{E},N}$ et $\theta_{\mathbf{E},E}$ sont des inconnues du problème. L'interprétation de mesures de visibilité consistera donc à ajuster ces variables qui décrivent d'une part la trajectoire apparente de la source dans le plan du ciel ($\boldsymbol{\theta}_{\mathbf{E}}$) et la position de la source sur cette trajectoire à l'instant de la ou des mesures (τ et β). Il apparaît donc ici, de manière originale, qu'une observation en interférométrie d'un effet de microlentille contraint directement le rayon angulaire d'Einstein qui devient un paramètre d'ajustement d'un modèle aux données. C'est dans cette particularité que réside l'intérêt de telle mesure pour le domaine des microlentilles. Enfin, l'Éq. (8.36) et l'Éq. (8.37) vont plus loin dans le formalisme en introduisant des fréquences spatiales qui apparaissent naturellement dans l'Éq. (8.34). Cette équation n'est pas anodine, car elle exprime le produit scalaire $\langle -\mathbf{k}, \Delta\boldsymbol{\theta}_{+-} \rangle$ en n'introduisant que des variables qui s'expriment en unité du rayon angulaire d'Einstein. D'une certaine manière les formulations Éq. (8.36) et Éq. (8.37) expriment véritablement une fusion parfaite entre la vision de l'interférométrie et la formulation naturelle de l'effet de microlentille gravitationnelle. L'Éq. (8.37) est en tout point similaire à l'expression habituellement utilisée pour exprimer l'argument de l'exponentielle complexe dans la transformée de Fourier permettant le calcul d'une visibilité, à la différence près que l'intégrale en question n'est plus une transformée de Fourier pour les variables $\tilde{\tau}$ et $\tilde{\beta}$. La spécificité des microlentilles réside dans le fait que les coordonnées $\tilde{\tau}$ et $\tilde{\beta}$ ne sont pas de simples projections. Dans la pratique, nous travaillerons avec l'Éq. (8.36) et les transformées de Fourier. La Fig. 8.5 représente la visibilité dans le plan d'Einstein à trois instants différents lors d'un événement de microlentille gravitationnelle.

La définition que nous adoptons pour les fréquences spatiales définit le repère dans lequel la position de la source est exprimée. Elle définit également l'échelle des longueurs et les coordonnées de la source sont exprimées en unité du rayon angulaire d'Einstein. Le plan (u, v) ainsi construit pourrait s'appeler⁶ le plan (u, v) d'Einstein. Nous adoptons cette appellation dans la suite.

6. Ce plan des fréquences spatiales sera dans la suite appelé « plan (u, v) d'Einstein » sur une idée originale d'Arnaud Cassan.

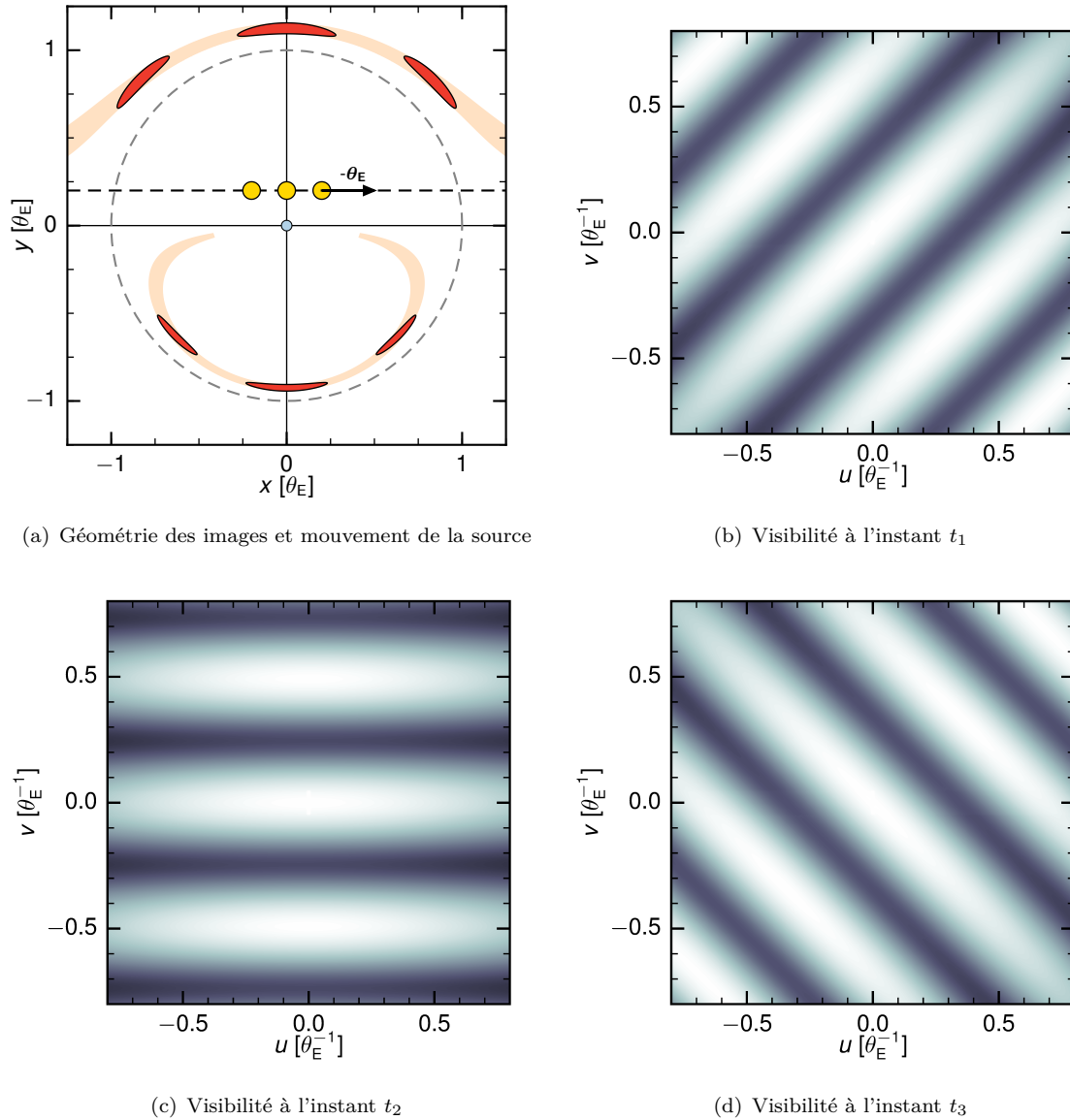


Fig. 8.5 – Illustration de la perte de visibilité des franges d'interférence par perte de cohérence spatiale. (a) Schéma de la géométrie du problème. La source est en jaune et sa trajectoire en trait noir pointillé. Le vecteur d'Einstein est orienté suivant l'axe des x et possède le même sens que le mouvement de la lentille par rapport à la source (la source se déplace donc de la gauche vers la droite sur cette figure). La lentille est indiquée en bleu et choisie comme origine du repère. Les longueurs sont en unité du rayon angulaire d'Einstein, de sorte que le cercle en pointillés gris indique la position du rayon d'Einstein. Au cours du mouvement relatif de la source par rapport à la lentille, les images majeure et mineure se déplacent dans l'ombre rouge. Trois positions particulières de la source et des images sont représentées (aux instants t_1 , t_2 et t_3 avec $t_1 < t_2 < t_3$). La source, l'image majeure et l'image mineure sont sur une même droite passant par la lentille. (b) Visibilité dans le plan (u, v) d'Einstein à l'instant t_1 . Le noir correspond à une valeur nulle de visibilité alors que le blanc correspond à la valeur maximale, c'est-à-dire un. Le domaine des fréquences spatiales représenté ici correspond à une longueur de base maximale de 730 m si $\theta_E = 0,5$ mas et 365 m pour $\theta_E = 1$ mas obtenues pour $u = v = 0,8$. (c) et (d) sont les visibilités aux instants t_2 et t_3 . Sur chacune de ces figures, une légère perte de visibilité est observée perpendiculairement à l'axe joignant les images majeure et mineure, sur une échelle de fréquence supérieure à 1,6 sur la figure (c), ce qui correspond à une échelle spatiale inférieure à $1/1,6 = 0,625 \theta_E$ due à la largeur des images (à t_2 , l'image majeure s'étend sur environ $0,6 \theta_E$ suivant l'axe des x).

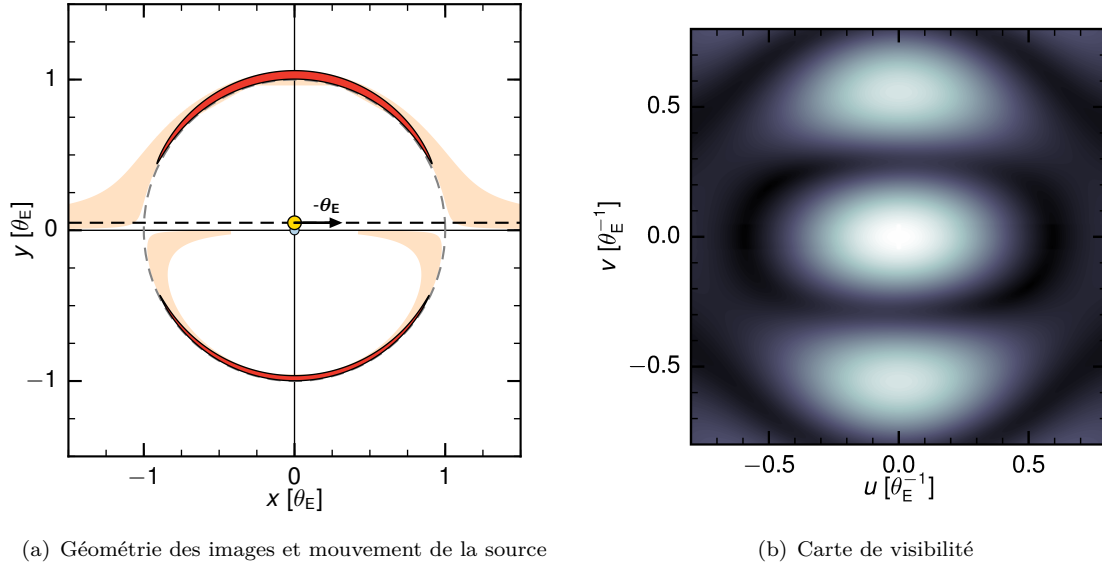


Fig. 8.6 – Illustration de la perte de visibilité des franges d'interférence par perte de cohérence spatiale dans un cas où les effets de source étendue deviennent importants. (a) Schéma de la géométrie du problème. Les conventions de représentation sont identiques à celles de la figure Fig. 8.5(a). (b) Visibilité dans le plan (u, v) d'Einstein. Les conventions de représentation sont identiques que sur la figure Fig. 8.5(b). Trois échelles de longueurs apparaissent sur cette carte : la première d'environ $1/0,5 = 2\theta_E$ et verticale qui correspond à l'existence de deux images suivant l'axe y de la figure (a) ; une seconde horizontale d'environ $1/1,2 = 0,83\theta_E$ qui correspond à la largeur des images suivant l'axe x sur la figure (a). La signature de la largeur des images est visible aux grandes fréquences sur la Fig. 8.7.

8.3.3 Cas d'une source étendue

Nous avons vu que l'amplification du flux de la source portait, dans certains intervalles de temps bien définis, la signature de l'extension spatiale de la source (voir § 5.5.3 et § 5.6). Nous avons aussi constaté que les effets de taille finie devenaient détectables lorsque l'amplification est importante. Qu'en est-il de cet effet sur la visibilité des franges d'interférence ? Rappelons que l'amplification du flux de la source est d'autant plus grande que l'aire des images est importante. En interférométrie, la perte de visibilité est provoquée par une perte de cohérence spatiale ou temporelle. Par conséquent, plus les images sont de grande taille, plus la perte de visibilité est grande. C'est ce qu'illustrent les Fig. 8.6 et Fig. 8.7. Le cas d'une source étendue a été étudié en détail par Rattenbury & Mao (2006) dans le cas d'une lentille simple. Les images qui se forment au cours d'un événement sont très étendues et déformées autour du pic d'amplification (voir § 4.1.2). Cette étude montre que les effets de source étendue sur la mesure de la visibilité deviennent importants lorsque l'amplification est forte, c'est-à-dire lorsque les images majeures et mineures sont très allongées le long du rayon d'Einstein.

Sur la totalité des événements de microlentille simple, relativement peu d'entre eux possèdent une très forte amplification et ceux-ci restent très peu de temps à forte amplification. En revanche, parmi les événements de lentille binaire, des effets de source étendue sont presque toujours détectés, grâce à l'approche d'un point de rebroussement, ou à la traversée d'une caustique. Nous avons donc généralisé l'étude au cas des lentilles binaires. Dans la suite de ce paragraphe, les raisonnements s'appliquent pour une lentille simple, binaire ou plus complexe. Par ailleurs, nous supposons que la source possède un profil d'intensité uniforme.

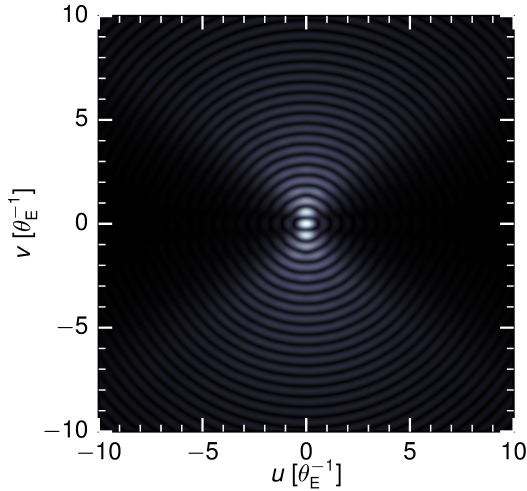


Fig. 8.7 – Les paramètres sont identiques à la Fig. 8.6. Cette figure représente la visibilité dans le plan (u, v) d'Einstein. Les conventions de représentation sont identiques à celles de la figure Fig. 8.5(b). Verticalement, une périodicité dans la visibilité est visible. Elle correspond à l'existence des deux images majeure et mineure représentées sur la Fig. 8.6(a). D'autre part, les maxima de visibilité sont de moins en moins proches de l'unité à mesure que v augmente vers des valeurs positives. L'échelle spatiale associée à cette atténuation est globalement de $1/10 = 0,1 \theta_E$, ce qui correspond à l'ordre de grandeur de l'épaisseur des images représentées sur la Fig. 8.6(a).

Le nombre de composantes de la lentille détermine en partie le nombre d'images de la source qui sont produites. Dans le cas d'une lentille simple, deux images se forment quelles que soient les propriétés de l'étoile lentille. Dans le cas d'une lentille binaire, trois ou cinq images se forment (voir § 4.2.4). Pour une lentille à M corps (voir § 4.3), le nombre minimum d'images qui se forment est $M + 1$ (Han et coll., 2005) et le nombre maximum d'images est $M^2 + 1$ (Witt, 1990). Dans la suite, notons N le nombre d'images physiques réelles. Le calcul de la visibilité passe par le calcul de l'intégrale Éq. (8.22) qui intervient dans le théorème de Van Cittert-Zernike et que nous noterons $\Lambda(\boldsymbol{\theta})\mathcal{L}_0$. Si nous appelons \mathcal{P} la parité de l'image et \mathcal{I}_i l'image numéro i , alors

$$\Lambda(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\mathcal{L}_0} \int_{\mathbb{R}^2} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}) \exp[-i 2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\theta} \rangle] d^2\theta = \sum_{i=1}^N \mathcal{P}(\mathcal{I}_i) \int_{\mathcal{I}_i} \exp[-i 2\pi \langle -\mathbf{k}, \boldsymbol{\theta} \rangle] d^2\theta. \quad (8.38)$$

Nous rappelons que nous définissons la parité des images de la manière suivante : si le contour d'une image se construit dans le même sens que celui de la source, alors l'image est paire et $\mathcal{P}(\mathcal{I}_i) = 1$. Dans le cas contraire, $\mathcal{P}(\mathcal{I}_i) = -1$. Le tout est de bien s'assurer que les intégrales (les aires) se somment.

Une intégration numérique est nécessaire pour calculer cette intégrale, car à ce jour aucune expression analytique de cette intégrale n'est connue, y compris dans le cas d'une lentille simple. Comme dans le calcul de l'amplification, cette intégrale sur la surface des images peut s'écrire comme une intégrale sur le contour des images. Cette méthode a fait ses preuves dans le calcul de l'amplification (Dominik, 2007 ; Bozza, 2010) et reste un moyen sûr et relativement rapide d'évaluer l'intégrale Λ . Étant donné une source de rayon ρ , l'abscisse des points du contour de la source est $z_s(\rho, \phi) = z_{s,0} + \rho e^{i\phi}$ avec $\phi \in [0; 2\pi]$ et $z_{s,0}$ l'abscisse du centre de la source. Chaque point du bord de la source possède N images déterminées en résolvant une équation polynomiale (voir le chapitre de modélisation théorique) et vérifiant qu'elles sont solutions de l'équation des lentilles. Une des difficultés majeures rencontrées dans la pratique est l'identification de l'image à laquelle appartient chaque solution de l'équation polynomiale qui vérifie l'équation des lentilles (voir par exemple Dong et coll. (2006)). Lorsque les images sont bien séparées dans le plan de la lentille, cette tâche est simplifiée. En revanche, lorsque l'amplification du flux de la source devient importante, les images s'étendent beaucoup et se déforment jusqu'à presque se toucher. De même, lorsque la source de rayon important est à cheval sur une caustique, certaines images naissent au bord des courbes critiques et le tri des solutions mathématiques de l'équation polynomiale est ardu. L'algorithme que j'ai écrit pour ce chapitre donne à cet égard de bons résultats. Des améliorations sont encore nécessaires lorsque la source est de grande taille et à

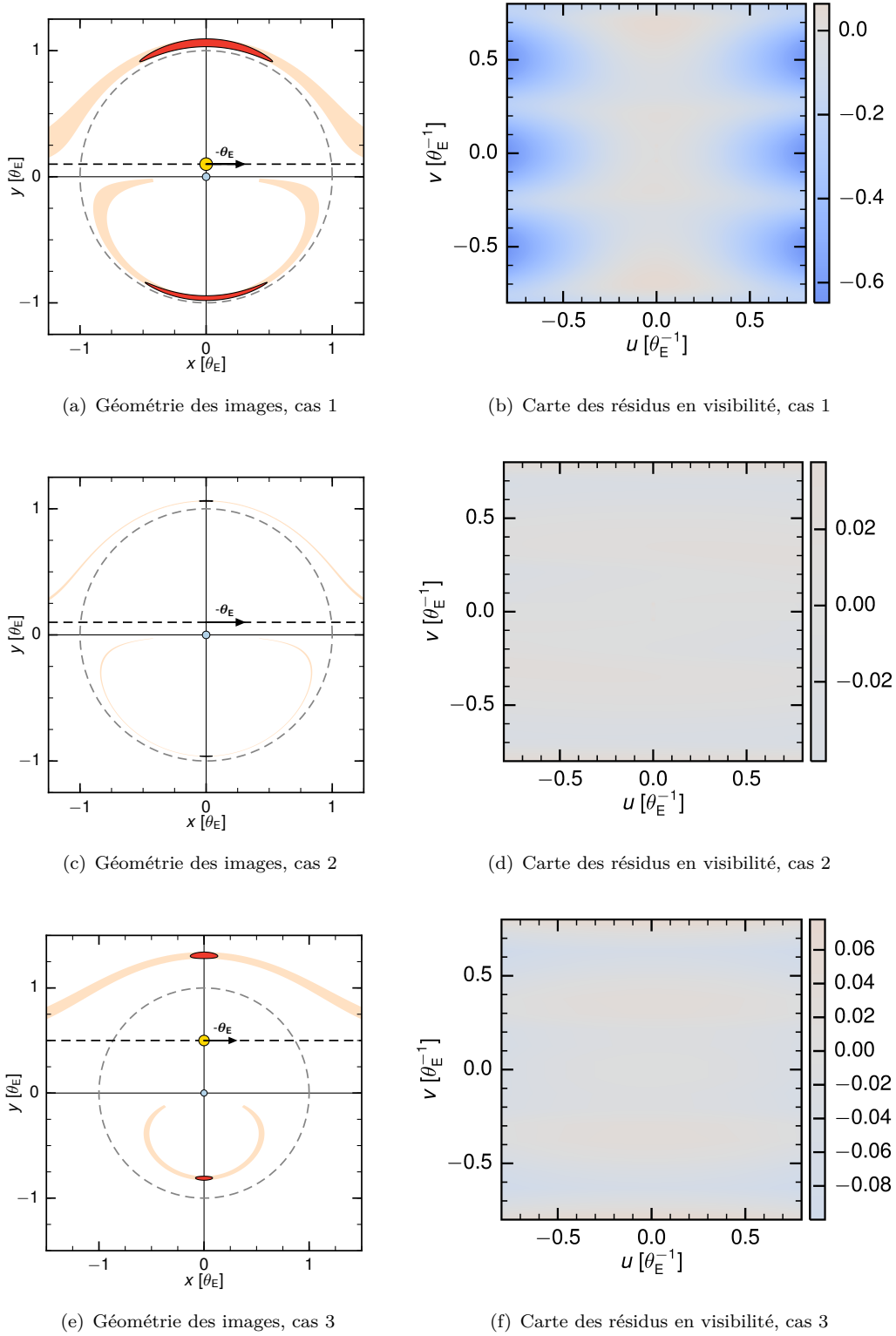


Fig. 8.8 – Les cartes (b), (d) et (f) représentent la différence entre la visibilité calculée avec un modèle de source étendue et un modèle de source ponctuelle pour trois configurations géométriques différentes : (a) faible paramètre d'impact ($u_0 = 0.01$) avec une source d'un rayon $\rho = 0,05$; (b) même paramètre d'impact, mais source de rayon $\rho = 0,005$; (c) source de rayon $\rho = 0,05$ à une distance $u_0 = 0,5$. Les conventions de représentation sont identiques à celles de la figure Fig. 8.5(a).

cheval sur une caustique. Il arrive également dans certaines situations que l'image forme un anneau d'une certaine épaisseur lorsque la source recouvre largement la lentille.

En introduisant les fréquences spatiales dans le plan d'Einstein, l'intégrale Éq. (8.38) s'écrit

$$\Lambda(u, v) = \sum_{\iota=1}^N \mathcal{P}(\mathcal{I}_{\iota}) \int_{\mathcal{I}_{\iota}} \exp[-i 2\pi (ux + vy)] dx dy, \quad (8.39)$$

avec (x, y) les coordonnées des images dans le repère $(\hat{\tau}, \hat{\beta})$.

En utilisant le théorème de Green-Riemann, l'intégrale à deux dimensions Éq. (8.38) sur l'aire des images s'écrit comme une intégrale à une dimension sur le contour des images, noté $\partial\mathcal{I}_n$,

$$\Lambda(u, v) = - \sum_{\iota=1}^N \mathcal{P}(\mathcal{I}_{\iota}) \frac{i}{2\pi v} \oint_{\partial\mathcal{I}_{\iota}} \exp[-i 2\pi (ux + vy)] dx, \quad (8.40)$$

dont nous déterminons les parties réelles et imaginaires pour le calcul de Λ ,

$$\text{Re}\{\Lambda\}(u, v) = - \sum_{\iota=1}^N \frac{\mathcal{P}(\mathcal{I}_{\iota})}{2\pi v} \oint_{\partial\mathcal{I}_{\iota}} \sin[2\pi (ux + vy)] dx \quad (8.41)$$

$$\text{Im}\{\Lambda\}(u, v) = - \sum_{\iota=1}^N \frac{\mathcal{P}(\mathcal{I}_{\iota})}{2\pi v} \oint_{\partial\mathcal{I}_{\iota}} \cos[2\pi (ux + vy)] dx. \quad (8.42)$$

Ce sont ces expressions qui sont implémentées dans le code pour le calcul de la visibilité d'images multiples créées par un effet de microlentille. L'intégrale Λ ainsi formulée n'est pas définie en $v = 0$. Cependant, nous avons le choix de la variable d'intégration dans le théorème de Green-Riemann. Ainsi, pour $v = 0$, le même travail en intégrant sur la variable y donne

$$\Lambda(u, v) = \sum_{\iota=1}^N \mathcal{P}(\mathcal{I}_{\iota}) \frac{i}{2\pi u} \oint_{\partial\mathcal{I}_{\iota}} \exp[-i 2\pi (ux + vy)] dy \quad (8.43)$$

dont le calcul des parties réelles et imaginaires donne

$$\text{Re}\{\Lambda\}(u, v) = \sum_{\iota=1}^N \frac{\mathcal{P}(\mathcal{I}_{\iota})}{2\pi u} \oint_{\partial\mathcal{I}_{\iota}} \sin[2\pi (ux + vy)] dy \quad (8.44)$$

$$\text{Im}\{\Lambda\}(u, v) = \sum_{\iota=1}^N \frac{\mathcal{P}(\mathcal{I}_{\iota})}{2\pi u} \oint_{\partial\mathcal{I}_{\iota}} \cos[2\pi (ux + vy)] dy. \quad (8.45)$$

De même, cette formulation de l'intégrale Λ n'est pas définie en $u = 0$. Il reste donc un dernier cas à considérer, celui où $u = v = 0$. En repartant de l'expression Éq. (8.39), l'intégrale $\Lambda(0, 0)$ correspond à la somme des aires des images qui peut être calculée également en utilisant le théorème de Green-Riemann,

$$\Lambda(0, 0) = \sum_{\iota=1}^N \frac{\mathcal{P}(\mathcal{I}_{\iota})}{2} \left[\oint_{\partial\mathcal{I}_{\iota}} x dy - \oint_{\partial\mathcal{I}_{\iota}} y dx \right], \quad (8.46)$$

Les différents moyens de calculer numériquement cette intégrale sont commentés au § 4.1.3. Dans la pratique, il est essentiel de faire ce calcul avec un grand nombre de points pour décrire le bord de la source, en particulier lorsqu'elle est très amplifiée, car les images sont plus grandes (mille points est un minimum, dix mille points est raisonnable pour une source de rayon ρ inférieur à 0,1 (en unité de θ_E). Parmi les précautions à prendre pour le calcul de Λ , il faut s'assurer que le contour d'intégration est fermé et jongler entre l'intégration sur l'une ou l'autre variable

en fonction du domaine du plan d'Einstein exploré. La Fig. 8.8 compare la visibilité prédite par un modèle ponctuel et un modèle de source étendue. Comme nous pouvons le constater, il est particulièrement important de prendre en compte l'étendue de la source proche du pic d'amplification.

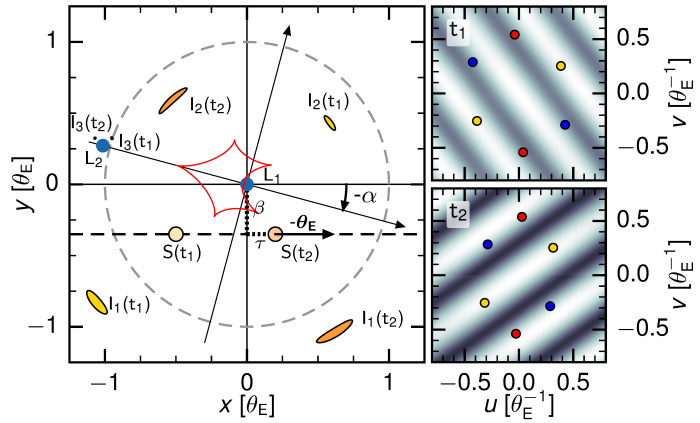
Un fois l'intégrale Λ calculée numériquement, la visibilité est donnée par

$$\mathcal{V}^2(u, v) = \frac{\Lambda(u, v)}{\Lambda(0, 0)}. \quad (8.47)$$

Dans la partie § 8.7, cette visibilité est notée $\mathcal{V}_E^2(u, v)$ pour rappeler qu'il s'agit de la visibilité dans le plan d'Einstein. Comme il n'y a aucune ambiguïté dans ce qui suit, nous conservons la notation plus légère $\mathcal{V}^2(u, v)$.

8.3.4 Discussion sur les microlentilles binaires

Fig. 8.9 – Visibilités calculées dans le cas d'une lentille binaire. À gauche, le vecteur θ_E est selon l'axe des x et possède la même direction et le même sens que le mouvement relatif de la lentille par rapport à la source. La lentille primaire en L_1 est fixe à l'origine du repère et L_2 se trouve à une distance s de L_1 . La source S se trouve à la position $\tau(t) + i\beta(t)$ et est représentée à deux instants t_1 et t_2 . Les images correspondantes sont notées $I_k(t_1)$ et $I_k(t_2)$. À droite, les visibilités sont représentées aux deux instants. Les points représentent trois bases typiques qui feraient des mesures en bande K .



Si la majorité des événements correspondent à des événements de lentille simple, les événements de lentille binaire présentent une plus grande probabilité de présenter des pics d'amplification. C'est en effet ce qui se produit lorsque la source traverse une caustique. Pour cette raison, l'étude des lentilles binaires est nécessaire. D'ailleurs, le premier événement potentiellement observable par un interféromètre cette année était un événement de lentille binaire (voir § 8.6.3).

La spécificité d'une lentille binaire est de créer deux ou cinq images de la source. La présence de telles images peut avoir une signature importante sur la visibilité. Le calcul de la visibilité dans le cas de cinq images se fait exactement de la même manière que lorsque deux images seulement existent. Il faut toutefois remarquer que lorsque la source se trouve à l'extérieur de la caustique, deux images dominent la plupart du temps, très proches des images qui seraient obtenues en présence d'une lentille simple. Ceci est illustré par la Fig. 8.9.

Par ailleurs, l'amplification associée à chaque image peut être très différente. Or l'intervalle dans lequel la visibilité des franges d'interférence varie est d'autant plus grand que le rapport des amplifications des différentes images est proche de l'unité (voir Éq. (8.30)). Par conséquent, si deux images d'amplifications importantes et comparables existent, elles domineront dans la mesure de la visibilité. Sur la Fig. 8.9, nous constatons qu'à l'instant t_1 , le minimum de visibilité est loin d'être nul (il est d'environ 0,3) en raison de l'importante différence entre les aires des deux images I_1 et I_2 .

L'utilisation de modèles de microlentilles binaires est donc parfois nécessaire. Ces modèles se traitent avec le même formalisme que nous avons introduit jusqu'ici.

8.4 Exploration du plan (u,v) de Fourier

L'interférométrie est une technique extrêmement utile, car elle permet de réaliser des mesures à des fréquences spatiales inaccessibles par d'autres moyens. Dans le même temps, cette technique souffre d'un échantillonnage du plan des fréquences spatiales très faible. Pour pallier ce problème, plusieurs conditions d'observation sont exploitées. La première solution est d'exploiter la rotation terrestre qui, sur une échelle de plusieurs heures, permet de balayer le plan des fréquences spatiales à mesure que la projection des bases interférométriques sur le plan de la microlentille change : c'est la super-synthèse d'ouverture. La seconde solution est de réaliser des mesures dans plusieurs filtres pour jouer sur la résolution de l'interféromètre. Enfin, la dernière solution est d'augmenter le nombre de bases interférométriques.

8.4.1 Super synthèse d'ouverture

Un interféromètre constitué de deux télescopes définit une base dans l'espace. À un instant donné il est possible de mesurer la visibilité des franges d'interférence. La visibilité est également une fonction des fréquences spatiales (u, v) et donc de la projection de la base dans le plan d'Einstein. À cause du mouvement de rotation propre de la Terre, cette projection varie de manière importante sur huit heures et sa période est de 24 heures. Dans le but de simuler une observation dans des conditions réelles, nous sommes amenés à considérer le mouvement diurne et à déterminer la projection des bases au cours du temps dans le plan des fréquences spatiales. Cette projection décrit une trajectoire le long de laquelle l'interféromètre mesure la visibilité des franges. Pour calculer cette projection, il est nécessaire de jongler entre plusieurs repères astronomiques, définis, par exemple, par Léna et coll. (2008). Rappelons ceux qui nous seront utiles pour situer dans l'espace la microlentille et le lieu d'observation.

Repère horizontal — Il s'agit du repère dont l'origine est située à la surface de la Terre. La position des astres est repérée par leurs coordonnées dans un repère orthonormé direct dont les axes pointent dans les trois directions suivantes : le Sud, l'Est, et le zénith locaux. Le repérage des astres lumineux dans ce repère dépend fortement de la position de l'observateur sur Terre.

Repère horizontal lié à la microlentille \mathcal{R}_μ — Pour des raisons pratiques, nous définissons un repère horizontal dont les axes sont ceux du repère horizontal d'un observateur fictif dont le zénith local coïnciderait à chaque instant avec la direction de la microlentille.

Repère horaire \mathcal{R}_H — Il s'agit du repère dont l'origine est située au centre de la Terre. L'équateur céleste est choisi comme plan fondamental, et l'un des axes du repère pointe vers le pôle Nord céleste. L'origine des longitudes dans le plan de l'équateur céleste est déterminée grâce aux points d'intersection du méridien céleste passant par le lieu d'observation et l'équateur céleste. Le point de repère retenu est par convention celui qui se trouve vers le Sud pour un lieu d'observation qui se trouverait dans l'hémisphère Nord. L'interféromètre est *a priori* fixe dans le repère horaire. Le repérage des astres dépend, là encore, de l'observateur puisque son méridien sert de référence.

Repère horaire lié à la microlentille \mathcal{R}'_{eq} — Pour des raisons pratiques, nous définissons un repère intermédiaire d'origine le centre de la Terre, et dont les axes sont ceux du repère horaire d'un observateur fictif dont le zénith local coïnciderait à chaque instant avec la direction de la microlentille.

Repère géocentrique — Il s'agit du repère orthonormé direct dont le centre est le centre de la Terre et dont les axes sont contenus dans le plan de l'équateur terrestre. Le méridien de référence est celui passant par Greenwich. Dans ce repère, un point à la surface de la Terre est repéré en coordonnées sphériques par $(R_T + h, \lambda, \phi)$, où R_T est le rayon terrestre au lieu d'observation, et h son altitude.

Repère équatorial \mathcal{R}_{eq} — C'est le même repère que le repère horaire, sauf qu'un point non rigidement lié à la Terre est choisi comme référence des longitudes. Il s'agit du point vernal noté γ . Le repérage des astres ne dépend plus de l'observateur, mais de la position du point vernal (qui bouge peu : $50''$ par an en moyenne (Léna et coll., 2008)). Un point de la voute céleste est repéré, dans ce repère, par les angles correspondants aux coordonnées sphériques : l'ascension droite α et la déclinaison δ .

Notations — Avant de poursuivre le travail, nous introduisons les notations suivantes :

- \mathcal{R}_{obs} : repère horizontal lié à l'observateur ;
- \mathcal{R}_{μ} : repère horizontal lié à la microlentille ;
- \mathcal{R}_{H} : repère horaire ;
- \mathcal{R}'_{eq} : repère horaire lié à la microlentille ;
- \mathcal{R}_{eq} : repère équatorial ;
- (H, δ) : angle horaire et déclinaison de la microlentille dans \mathcal{R}_{H} ;
- (λ, ϕ, h) : longitude, latitude et altitude du lieu d'observation dans le repère géocentrique ;
- R_T : rayon terrestre au lieu d'observation ;
- (α, δ) : ascension droite et déclinaison de la microlentille dans \mathcal{R}_{eq} ;
- α_z : ascension droite du méridien du lieu d'observation (temps sidéral) dans \mathcal{R}_{eq} ;
- \mathcal{B} : base de l'interféromètre à deux ondes exprimée dans le repère \mathcal{R}_{obs} ;
- $\Delta\mathcal{B}_{\text{H}}$: base de l'interféromètre à deux ondes exprimée dans \mathcal{R}_{H} ;
- $\Delta\mathcal{B}_{\text{eq}'}$: base de l'interféromètre à deux ondes exprimée dans le repère \mathcal{R}'_{eq} ;
- $\Delta\mathcal{B}_{\mu}$: base de l'interféromètre à deux ondes exprimée dans le repère \mathcal{R}_{μ} ;
- $P_{\text{obs} \rightarrow \text{H}}$: matrice de passage de \mathcal{R}_{obs} à \mathcal{R}_{H} ;
- $P_{\text{H} \rightarrow \text{eq}'}$: matrice de passage de \mathcal{R}_{H} à \mathcal{R}'_{eq} ;
- $P_{\text{eq}' \rightarrow \mu}$: matrice de passage de \mathcal{R}'_{eq} à \mathcal{R}_{μ} ;
- $P_{\mu \rightarrow \text{H}}$: matrice de passage de \mathcal{R}_{μ} à \mathcal{R}_{H} .

Commençons par déterminer les coordonnées de la base $\Delta\mathcal{B}_{\text{H}}$ dans le repère horaire à partir de ses coordonnées dans le repère horizontal lié à l'observateur \mathcal{R}_{obs} .

À partir des coordonnées des télescopes dans le repère géocentrique. Il s'agit de déterminer l'expression de la base dans le repère horaire \mathcal{R}_{H} , connaissant les coordonnées géographiques de chaque télescope. Pour cela, il faut considérer les rayons vecteurs qui relient le centre du repère horaire à chacun des télescopes de la base \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 , dont les composantes dans le repère horaire s'écrivent :

$$\mathbf{r}_i \begin{vmatrix} (R_T + h_i) \cos(\phi_i) \cos(\lambda_i) \\ (R_T + h_i) \cos(\phi_i) \sin(\lambda_i) \\ (R_T + h_i) \sin(\phi_i) \end{vmatrix} \quad (8.48)$$

où h_i est l'altitude du télescope T_i , de sorte que

$$\Delta \mathcal{B}_H = r_2 - r_1. \quad (8.49)$$

Les coordonnées de chacun des télescopes sont connues avec une incertitude $\Delta\lambda \sim \Delta\phi \sim 0.001''$. Par conséquent, l'incertitude absolue sur la position des télescopes est de l'ordre de $\Delta\lambda R_T \sim \Delta\phi R_T \sim 3\text{cm}$.

À partir des coordonnées des télescopes dans le repère horizontal lié à l'observateur \mathcal{R}_{obs} . Il s'agit dans ce cas de déterminer \mathcal{B} . La norme \mathcal{B} et l'angle β entre le Nord local et la ligne de base (compté positivement vers l'Est) sont souvent connus avec précision.

$$\mathcal{B} \begin{vmatrix} 0 \\ \mathcal{B} \sin(\beta) \\ \mathcal{B} \cos(\beta) \end{vmatrix} \quad (8.50)$$

Ici, pour simplifier les calculs nous supposons que les télescopes sont à la même altitude. Ce n'est pas le cas pour l'interféromètre CHARA pour lequel j'ai considéré une composante supplémentaire non nulle. La base \mathcal{B} exprimée dans le repère horaire \mathcal{R}_H , notée $\Delta \mathcal{B}_H$ se calcule grâce à une matrice de rotation d'angle $\bar{\phi}$, latitude moyenne des deux télescopes.

$$\Delta \mathcal{B}_H = (P_{\text{obs} \rightarrow H})^{-1} \mathcal{B} \quad (8.51)$$

avec

$$(P_{\text{obs} \rightarrow H})^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\bar{\phi}) & 0 & -\sin(\bar{\phi}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\bar{\phi}) & 0 & \cos(\bar{\phi}) \end{bmatrix} \quad (8.52)$$

puisque une matrice de passage contient l'expression des vecteurs de la nouvelle base (vecteurs colonnes) exprimés dans l'ancienne base (vecteurs lignes). Ainsi

$$\Delta \mathcal{B}_H \begin{vmatrix} -\mathcal{B} \cos(\beta) \sin(\bar{\phi}) = \Delta Z \\ \mathcal{B} \sin(\beta) = \Delta X \\ \mathcal{B} \cos(\beta) \cos(\bar{\phi}) = \Delta Y \end{vmatrix}, \quad (8.53)$$

où ΔX croît vers l'Est dans le repère horizontal du lieu de l'observation, ΔY croît vers le Nord, et ΔZ croît vers la microlentille. Il est d'usage de représenter le plan des fréquences spatiales tel qu'il serait observé depuis la Terre, c'est-à-dire avec un axe dirigé vers l'Ouest. C'est pourquoi les interférogrammes seront toujours tracés en fonction de $-\Delta X$.

Il s'agit maintenant de déterminer les composantes de la base dans le repère lié à la microlentille \mathcal{R}_μ . Pour cela, procédons étape par étape.

$$\Delta \mathcal{B}_H = P_{H \rightarrow \text{eq}'} \Delta \mathcal{B}'_{\text{eq}} \quad (8.54)$$

avec

$$P_{H \rightarrow \text{eq}'} = \begin{bmatrix} \cos(H) & \sin(H) & 0 \\ -\sin(H) & \cos(H) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad (P_{H \rightarrow \text{eq}'})^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(H) & -\sin(H) & 0 \\ \sin(H) & \cos(H) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8.55)$$

puisque la matrice inverse d'une rotation d'angle H correspond à une matrice de rotation d'angle $-H$. D'autre part :

$$\Delta \mathcal{B}_{\text{eq}'} = P_{\text{eq}' \rightarrow \mu} \Delta \mathcal{B}_\mu \quad (8.56)$$

Caractéristiques des bases du VLTI.		
Base	\mathcal{B}	β
UT12	56,569m	26,016°
UT13	102,434m	32,369°
UT14	130,231m	60,396°
UT23	46,635m	40,082°
UT24	89,443m	81,321°
UT34	62,463m	110,803°

Tab. 8.2 – Longueur \mathcal{B} et orientation β des bases du VLTI constituées de deux télescopes fixes, dans le repère horizontal lié à l'observateur \mathcal{R}_{obs} . L'angle β entre le Nord local et la ligne de base est compté positivement vers l'Est. *Source* : <http://www.eso.org/>.

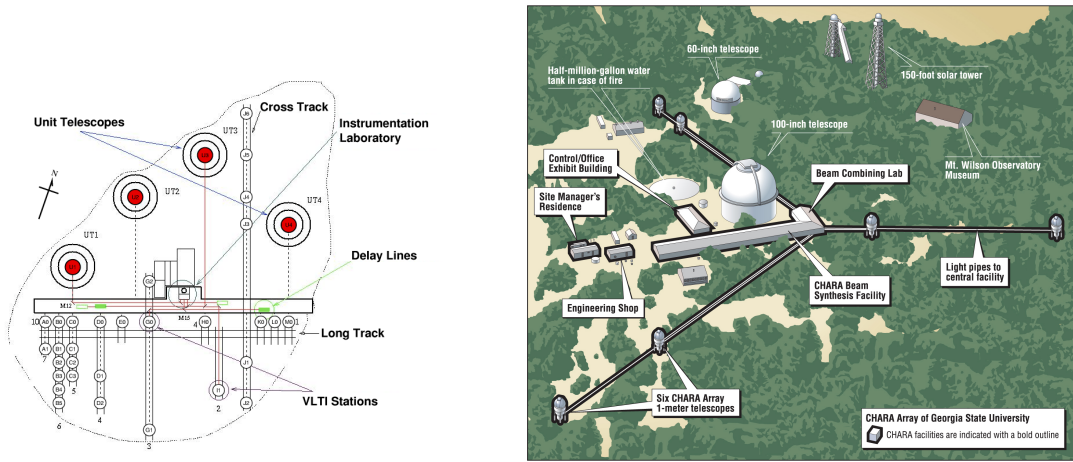


Fig. 8.10 – Schéma des bases du VLTI (gauche) et CHARA (droite).

avec

$$P_{\text{eq}' \rightarrow \mu} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & 0 & -\sin(\delta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\delta) & 0 & \cos(\delta) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad (P_{\text{eq}' \rightarrow \mu})^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & 0 & \sin(\delta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\delta) & 0 & \cos(\delta) \end{bmatrix}. \quad (8.57)$$

Donc

$$\Delta \mathcal{B}_{\mu} = (P_{\text{eq}' \rightarrow \mu})^{-1} (P_{\text{H} \rightarrow \text{eq}'})^{-1} \Delta \mathcal{B}_{\text{H}} = (P_{\mu \rightarrow \text{H}})^{-1} \Delta \mathcal{B}_{\text{H}} \quad (8.58)$$

où

$$(P_{\mu \rightarrow \text{H}})^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\delta) \cos(H) & -\cos(\delta) \sin(H) & \sin(\delta) \\ \sin(H) & \cos(H) & 0 \\ -\sin(\delta) \cos(H) & \sin(\delta) \sin(H) & \cos(\delta) \end{bmatrix}. \quad (8.59)$$

La dépendance temporelle de $\Delta \mathcal{B}_{\mu}$ liée à la rotation propre de la Terre est entièrement prise en compte dans l'angle horaire.

$$H = \alpha_z - \alpha \quad (8.60)$$

L'angle horaire change de signe lorsque la microlentille passe par le méridien du lieu d'observation, est négatif tant qu'elle se trouve à l'Est de ce dernier, et positif dans le cas contraire.

La Fig. 8.11 illustre le principe de la super synthèse d'ouverture. En particulier, la couverture du plan des fréquences spatiales par différentes bases représentées sur les Fig. 8.11(c) et Fig. 8.11(d) permettent d'obtenir une mesure de visibilité en fonction du temps (voir Fig. 8.11(b)).

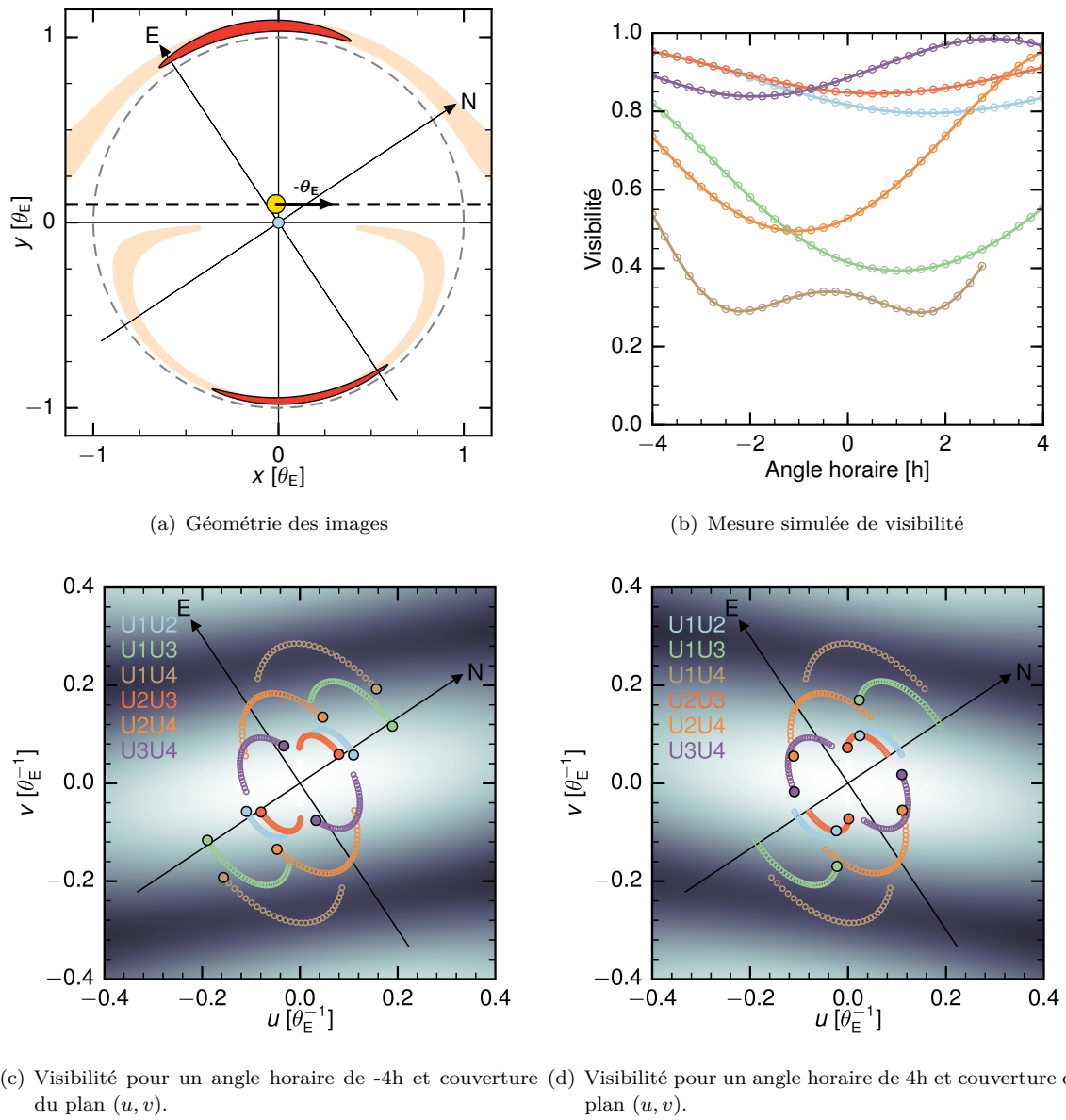
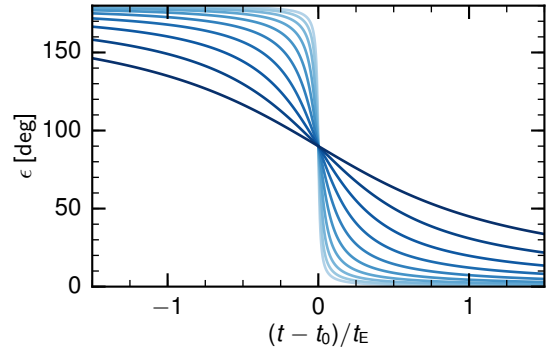


Fig. 8.11 – Cette figure illustre le principe de la super-synthèse d'ouverture. (a) Schéma de la géométrie du problème. Les conventions de représentation sont identiques à celles de la figure Fig. 8.5(a). (b) Mesure simulée d'une mesure de la visibilité des franges d'interférence réalisée par différentes bases du VLTI indiquées sur les figures suivantes. La base U1-U4 arrête les mesures avant les autres, car nous avons tenu compte ici de la longueur limite de la ligne à retard correspondante. (c) Visibilité dans le plan (u, v) d'Einstein pour un angle horaire $H = -4h$. Les différentes couleurs correspondent aux projections des différentes bases du VLTI indiquées en couleur. Les points entièrement colorés indiquent la projection des différentes bases à $H = -4h$. Le repère (Nord, Est) est indiqué par (N, E). (d) Même figure que (c) mais à un angle horaire de $4h$.

Fig. 8.12 – Argument ϵ de l’affixe du centre de la source et de l’image majeure qui lui correspond en fonction de la variable $\tau = (t - t_0)/t_E$ dans un modèle de lentille simple. Chaque couleur correspond à une valeur particulière du paramètre d’impact. Du bleu clair au bleu foncé, $u_0 = [0,01; 0,017; 0,028; 0,046; 0,077; 0,129; 0,215; 0,359; 0,599; 1,0]$. Cette figure montre le caractère continu de la fonction ϵ construite.



8.4.2 Vitesse du mouvement des images

Une propriété singulière des images obtenues en microlentille est qu’au moment où l’on est susceptible de faire une mesure, ces dernières bougent de manière importante. C’est l’analogue de la super-synthèse, mais l’observateur étant immobile. Je présente ce calcul dans le cas d’une lentille simple car il est analytique.

La position des images créées par une lentille simple est donnée par l’Éq. (4.11). Pour déterminer la vitesse de rotation des images dans le plan du ciel, nous déterminons la vitesse de rotation des images du centre de la source. Nous avons démontré au § 4.1.2 que source, images et lentille arbitrairement placée au centre du repère sont alignées. L’image majeure se trouve du côté de la source et l’image mineure du côté opposé à la source par rapport à l’origine. Quelle que soit la trajectoire de la source, compte tenu de la symétrie sphérique d’une lentille simple, nous pouvons toujours définir des axes du repère parallèle et dans le même sens que le mouvement de la source par rapport à la lentille. Appelons ϵ l’argument de l’affixe de la source. Cet angle dépend du temps t et s’écrit en fonction de la variable réduite $\tau = (t - t_0)/t_E$

$$\epsilon(\tau) = \nu(\tau) + \text{sgn}(\tau) \text{Arcsin} \left[\frac{u_0}{u(\tau)} \right], \quad (8.61)$$

avec $\nu(\tau) = \pi$ et $\text{sgn}(\tau) = -1$ si $\tau < 0$; $\nu = 0$ et $\text{sgn}(\tau) = 1$ dans le cas contraire. Dans la mesure où u_0 est non nul (cas très particulier), la fonction ϵ est continue sur \mathbb{R} (en effet, $\lim_{\tau \rightarrow 0^-} \epsilon(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow 0^+} \epsilon(\tau) = \pi/2$, voir la Fig. 8.12) et de classe C^1 sur \mathbb{R} (alors que $u \mapsto \text{Arcsin}[u_0/u]$ n’est pas dérivable en $u(0) = u_0$), car nous vérifions en zéro que

$$\frac{\epsilon(0) - \epsilon(h)}{h} \underset{0^-}{=} -\frac{1}{u_0} + \frac{h^2}{3u_0^3} + o(h^3) \quad (8.62)$$

$$\frac{\epsilon(h) - \epsilon(0)}{h} \underset{0^+}{=} -\frac{1}{u_0} + \frac{h^2}{3u_0^3} + o(h^3). \quad (8.63)$$

Ces deux expressions admettent une limite finie égale à $-1/u_0$ lorsque h tend vers zéro. Ainsi, ϵ est dérivable en zéro et sa dérivée par rapport à la variable τ (et non le temps t) est même continue en zéro et vaut $-1/u_0$. Ceci signifie que plus le paramètre d’impact est faible, plus la vitesse de rotation des images dans le ciel est grande.

La vitesse angulaire du mouvement des images est finalement obtenue en dérivant ϵ par rapport au temps,

$$\omega(t) = \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\epsilon}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = -\text{sgn}(t - t_0) \frac{u_0}{u(t)^2} \frac{1}{t_E}, \quad (8.64)$$

soit

$$|\omega(t)| = \frac{\gamma}{\gamma^2 + (t - t_0)^2}, \quad (8.65)$$

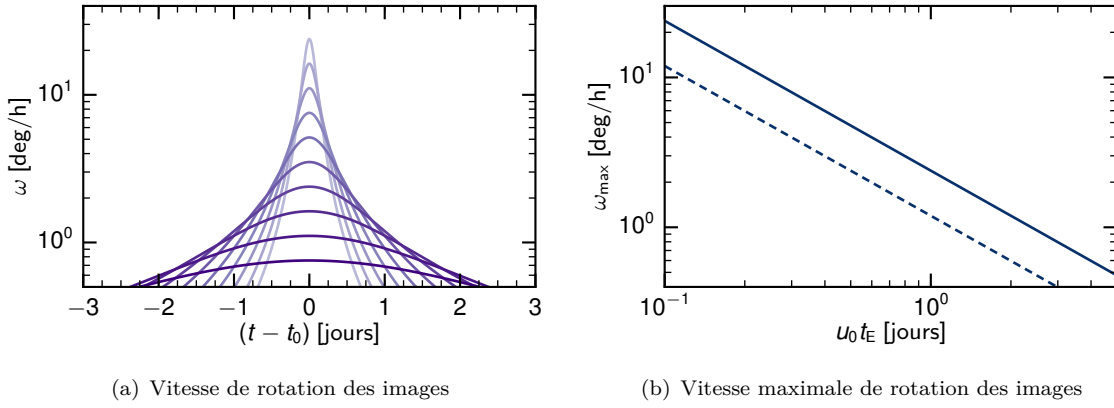


Fig. 8.13 – (a) Vitesse angulaire ω du mouvement des images créées par une lentille simple en fonction du temps. Chaque couleur correspond à une valeur du paramètre (en jours) $u_0 t_E = [0,1; 0,15; 0,22; 0,32; 0,46; 0,68; 1; 1,47; 2,15; 3,16]$, en partant des vitesses les plus élevées (couleur claire) aux plus petites (couleur foncée). (b) Vitesse maximale des images en fonction du paramètre $u_0 t_E$ (ligne continue). La ligne en pointillés indique la vitesse à mi-hauteur du pic.

c'est-à-dire que cette vitesse angulaire suit une loi Lorentzienne (ce qui est particulièrement remarquable) de centre t_0 et de largeur à mi-hauteur $2\gamma = 2u_0 t_E$. Cela signifie que cette vitesse est d'autant plus grande que la source est amplifiée et que l'événement est rapide. Pour une valeur typique $t_E = 25$ jours et $u_0 = 0,1$ pour le paramètre d'impact, la vitesse est de $0,95^\circ \text{h}^{-1}$ au pic de l'événement. En pratique,

$$|\omega(t_0)| = \frac{1}{u_0 t_E} \approx 0,0955^\circ \text{h}^{-1} \left(\frac{1}{u_0} \right) \left(\frac{t_E}{25 \text{ jours}} \right)^{-1}. \quad (8.66)$$

Dans le cas d'un événement de grande amplification, nous avons remarqué au § 4.11 que $\mu_{\text{PSPL}}(u) = 1/u + o(1/u)$, donc

$$\epsilon(\tau) \approx \nu(\tau) + \text{sgn}(\tau) \text{Arcsin}[u_0 \mu_{\text{PSPL}}(\tau)], \quad (8.67)$$

et

$$|\omega(t_0)| \approx \frac{\mu_{\text{PSPL}, \max}}{t_E} \approx 0,0955^\circ \text{h}^{-1} \mu_{\text{PSPL}, \max} \left(\frac{t_E}{25 \text{ jours}} \right)^{-1}. \quad (8.68)$$

Cette rotation peut donc atteindre des dizaines de degrés par heure si le maximum d'amplification est plus de cent. Ces événements sont plutôt rares, mais ils sont souvent associés aux événements les plus brillants, donc ceux susceptibles d'être observés.

8.4.3 La couverture spectrale

Une autre manière très efficace pour couvrir le plan des fréquences spatiales est de réaliser des mesures à plusieurs longueurs d'onde. Ceci est un principe que je n'ai pas exploré dans mon travail de thèse, mais il est potentiellement très intéressant car il permet de réaliser, rien qu'avec deux télescopes, plusieurs mesures de visibilité à la suite. L'exploitation de la couverture spectrale représente un axe de développement pour évaluer le potentiel de cette méthode dans la caractérisation de microlentilles gravitationnelles. Par exemple, l'instrument AMBER installé sur le VLTI permet ce type de mesures.

Fig. 8.14 – Cette figure illustre le principe de la couverture spectrale. Il s'agit de la visibilité dans le plan (u, v) d'Einstein dans les mêmes conditions que la Fig. 8.11 pour un angle horaire $H = -4$ h. Les différentes couleurs correspondent aux projections des différentes bases du VLTI indiquées en couleur. Les projections sont calculées pour différentes valeurs de la longueur d'onde dans la bande K , allant de $1,97 \mu\text{m}$ à $2,48 \mu\text{m}$.

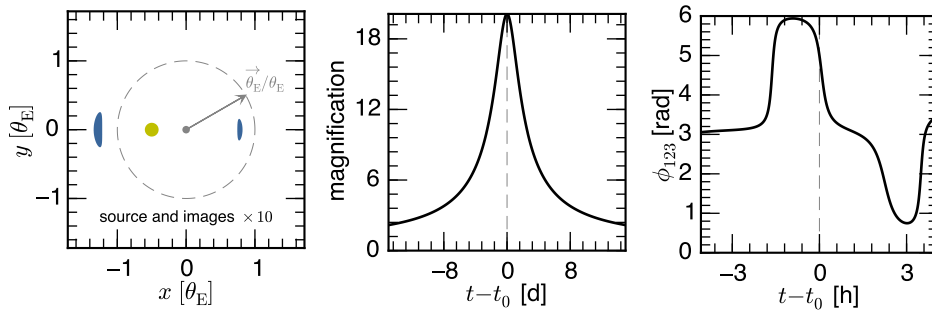
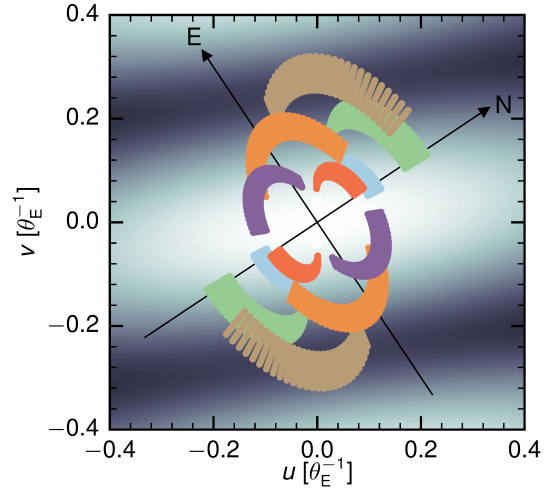


Fig. 8.15 – À gauche, géométrie des images dans le cas d'un modèle de lentille simple. Au centre, amplification du flux de la source en fonction du temps. À droite, mesure de la fermeture de phase en fonction du temps sur six heures d'observations.

8.4.4 Fermeture de phase

Lorsque N télescopes sont disponibles pour une mesure, $N(N - 1)/2$ bases sont potentiellement utilisables, définissant autant de couples (u, v) . Il est alors possible de faire une mesure de fermeture de phase, c'est-à-dire de l'argument du produit de la visibilité complexe associée à chacune des bases formant une courbe fermée (Dalal & Lane, 2003 ; Rattenbury & Mao, 2006). Par exemple, dans le cas de trois télescopes, le fait que $\mathcal{B}_{12} + \mathcal{B}_{23} + \mathcal{B}_{31} = 0$ implique que les composantes aléatoires de la phase (due à la turbulence atmosphérique) s'annulent deux à deux lorsque le produit des visibilités complexes est réalisé. La fermeture de phase peut ainsi être mesurée, ce qui en soi est très intéressant, car le rapport signal à bruit obtenu sur cette quantité est plus grand que sur la mesure du module au carré de la visibilité (Dalal & Lane, 2003). Une telle mesure est illustrée par la Fig. 8.15.

8.5 Contraintes sur le vecteur rayon d'Einstein

8.5.1 Mesures de visibilité pour contraindre le rayon d'Einstein

Que peut-on espérer de l'observation d'un événement de microlentille par interférométrie? La réponse à cette question n'est pas immédiate, car il n'est pas évident d'estimer *a priori* le nombre de mesures nécessaires pour obtenir une bonne contrainte sur le vecteur θ_E .

Pour obtenir des premiers éléments de réponse à cette question, j'ai mis en place un simulateur

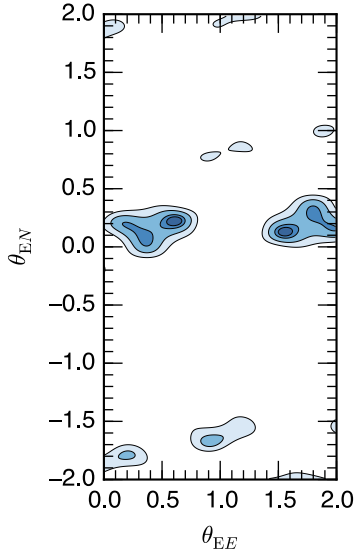


Fig. 8.16 – Exemple de contraintes obtenues sur les composantes de θ_E par quatre mesures de visibilité réalisées par deux bases différentes (W1-E1 et W1-S1 du CHARA), deux mesures étant réalisées au pic d'amplification et deux autres la nuit suivante. Les différentes couleurs correspondent, du foncé au clair, aux contours 1-4 σ .

de mesures de visibilité, étant donné un rayon d'Einstein typique de norme $\theta_E = 0,6$ mas. Ce simulateur génère une mesure de visibilité qui pourrait être produite par l'interféromètre CHARA ou le VLTI. Dans cette section, CHARA est choisi pour accompagner l'argumentation. Ces mesures synthétiques sont générées avec du bruit autour de la valeur vraie suivant une loi gaussienne d'écart-type $\sigma = 0,05$, en maintenant le minimum de la visibilité à zéro et son maximum à l'unité. Ensuite, un code de modélisation de ces données synthétique de type grille ou Monte Carlo par chaîne de Markov (MCMC) permettent d'ajuster un modèle aux données. Le modèle utilisé pour cette étude est un modèle de lentille simple et de source ponctuelle.

Les résultats obtenus sur la contrainte de θ_E dépendent de manière importante du nombre de mesures et du choix des bases réalisant ces mesures lorsque peu d'observations sont disponibles. Cependant, il est particulièrement remarquable qu'à peine quatre mesures de visibilité réalisées par deux bases différentes suffisent à obtenir une contrainte très intéressante sur le rayon d'Einstein. La Fig. 8.16 représente la contrainte obtenue. Une dégénérescence est visible sur cette figure. Il est important de noter qu'aucune distribution *a priori* n'a été utilisée dans cette simulation et pourrait dans la pratique permettre d'identifier les valeurs les plus probables de θ_E obtenues. En suivant un tel raisonnement, la solution à $\theta_E < 1$ mas serait ici préférée lors de la réalisation d'un MCMC.

Dans le prolongement du § 8.1, il apparaît que l'interférométrie permet donc de mesurer directement θ_E , ce qui fournit une relation directe et indépendante entre la masse de la microlentille et la distance à la microlentille et à la source,

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{\theta_E}{1 \text{ mas}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ kpc}}{D_l} - \frac{1 \text{ kpc}}{D_s} \right)^{-1}. \quad (8.69)$$

Sur la Fig. 8.1, cette relation est strictement identique à la contrainte obtenue par la mesure de la taille de la source. Si, de plus, l'événement est suffisamment long pour que des effets de parallaxe soit mesurés (ou bien s'il a été observé par un satellite comme Spitzer qui permet de mesurer une parallaxe Terre-Espace), la distance à la lentille est immédiatement déduite, car

$$\frac{D_l}{1 \text{ kpc}} = \left(\pi_E \frac{\theta_E}{1 \text{ mas}} + \frac{1 \text{ kpc}}{D_s} \right)^{-1}, \quad (8.70)$$

en faisant l'hypothèse d'une source dans le bulbe de la Galaxie. Partant de ces relations, une étude de la précision sur la masse et la distance obtenues par une mesure par interférométrie serait

très intéressante, du point de vue d'une mesure isolée, mais aussi d'un point de vue statistique, et reste à réaliser.

Dans la pratique, une observation par interférométrie d'un événement de microlentille ne peut se faire que dans un contexte de *Target of Opportunity* dans lequel le choix des bases n'est pas garanti, ce qui limite la portée potentielle de ce type d'investigation réalisée en temps réel pour chercher à identifier les meilleures bases pour un événement donné.

8.5.2 Dégénérescences

La qualité intrinsèque de la contrainte sur θ_E qu'une base en particulier fournirait dépend grandement de l'orientation de la base par rapport au mouvement relatif de la lentille par rapport à la source, qui est *a priori* inconnue au moment des observations. Néanmoins, nous pouvons nous demander quel est le nombre minimum de mesures de visibilité nécessaire pour obtenir une contrainte, quelle que soit la qualité de cette contrainte. En inversant l'Éq. (8.35), il vient

$$\theta_{E,N} = -\frac{\tau k_E - \beta k_N}{\tau k_N + \beta k_E} \theta_{E,E} + \frac{\langle \mathbf{k}, \Delta\theta_{+-} \rangle}{\tau k_N + \beta k_E} \left(1 + \frac{4}{\tau^2 + \beta^2} \right)^{-1/2}. \quad (8.71)$$

À un instant donné, τ et β sont fixés et donnés par la modélisation de la courbe de lumière de l'événement observé, k_N et k_E sont connus. Cette relation montre qu'une valeur donnée de $\langle \mathbf{k}, \Delta\theta_{+-} \rangle$ donne une relation linéaire (donc dégénérée) entre $\theta_{E,N}$ et $\theta_{E,E}$. Or rappelons que la visibilité dans le cas d'une source ponctuelle s'écrit

$$\mathcal{V}^2 = \frac{1}{(1+R)^2} \left(1 + R^2 + 2R \cos(2\pi \langle \mathbf{k}, \Delta\theta_{+-} \rangle) \right). \quad (8.72)$$

Cette fonction est 2π -périodique et pour une mesure donnée, R est fixe. Par conséquent, une mesure de visibilité correspond à une valeur particulière de $2\pi \langle \mathbf{k}, \Delta\theta_{+-} \rangle$, définie à 2π près. Ainsi, il apparaît clairement qu'une mesure de visibilité fournit une contrainte sous la forme d'un réseau de fonctions affines dans le plan $(\theta_{E,E}, \theta_{E,N})$ dont le coefficient directeur est $-\frac{\tau k_E - \beta k_N}{\tau k_N + \beta k_E}$ et l'ordonnée à l'origine est le second membre de l'Éq. (8.71). Une mesure de visibilité fournit un ensemble d'ordonnées à l'origine périodique, donc un ensemble de droites parallèles. Ceci apparaît très distinctement sur la Fig. 8.17(a) correspondant aux contraintes obtenues après une mesure unique de visibilité. Les intervalles à 1σ sont linéaires. Cette linéarité est bien périodique et les droites parallèles entre elles. De plus, en développant l'expression de \mathcal{V}^2 et en se rappelant que $\sin^2 \theta = (1 - \cos(2\theta))/2$,

$$\mathcal{V}^2 = \frac{1+R^2}{(1+R)^2} + \frac{2R}{(1+R)^2} \cos(2\pi \langle \mathbf{k}, \Delta\theta_{+-} \rangle) \quad (8.73)$$

$$= 1 - \frac{4R}{(1+R)^2} \sin^2(\pi \langle \mathbf{k}, \Delta\theta_{+-} \rangle). \quad (8.74)$$

Par conséquent, on trouve

$$\langle \mathbf{k}, \Delta\theta_{+-} \rangle = \frac{1}{\pi} \text{Arcsin} \left(\pm (1+R) \left(\frac{1-\mathcal{V}^2}{4R} \right)^{1/2} \right) \quad (8.75)$$

qu'il faut ensuite insérer dans l'Éq. (8.71). Cette double solution \pm explique la présence de deux intervalles à 1σ rapprochés, séparés par un intervalle à 2σ sur la Fig. 8.17(a). En résumé, une mesure de visibilité fournit une relation exactement dégénérée. La dégénérescence a deux

sources : l'existence de deux solutions pour $\langle \mathbf{k}, \Delta\theta_{+-} \rangle$ affectant l'ordonnée à l'origine de la droite décrivant la relation entre $\theta_{E,N}$ et $\theta_{E,E}$, ce qui donne deux droites parallèles dans le plan $(\theta_{E,E}, \theta_{E,N})$; la périodicité de la visibilité qui donne une périodicité de l'ordonnée de la relation entre $\theta_{E,N}$ et $\theta_{E,E}$, répétant ces deux droites parallèles périodiquement.

Par récurrence du raisonnement précédent, une deuxième mesure de visibilité donne un deuxième réseau de droites dans le plan $(\theta_{E,E}, \theta_{E,N})$. L'intersection de toutes ces droites indique les valeurs permises pour les composantes du vecteur θ_E . La Fig. 8.17(b) illustre la contrainte obtenue avec deux mesures réalisées avec la même base que pour la Fig. 8.17(a). Les solutions dégénérées s'affinent. L'importance de la dégénérescence dépend d'une part de l'instant de la mesure comme l'illustre la Fig. 8.17(c), mais aussi du choix de la base comme le montre la Fig. 8.17(d). Un réseau de quatre droites faiblement inclinées entre elles induit une plus faible levée de dégénérescence qu'un réseau de quatre droites se croisant perpendiculairement.

La généralisation de l'étude des dégénérescences dans un cadre plus général d'une source étendue et d'une lentille binaire sera possible avec l'adaptation du code produisant les visibilitées présentées jusqu'à présent à l'analyse de données synthétiques. Elle présente un axe de travail en cours.

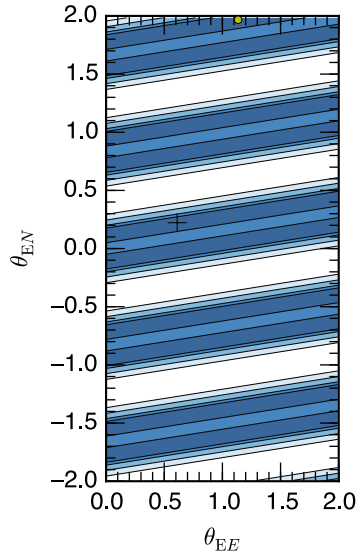
8.5.3 La photométrie pour lever les dégénérescences

Deux informations importantes semblent donc apparaître : relativement peu de mesures suffisent à obtenir une bonne contrainte sur θ_E , cependant comme il est bien connu en interférométrie, une mesure seule fournit un espace des paramètres hautement dégénéré et la levée de dégénérescence (donc le gain) obtenue par une seconde mesure peut être très franche. Malgré l'inconvénient lié à la réalisation d'une unique mesure, l'information dégénérée obtenue reste cruciale, car combinée avec les observations photométriques de l'événement, elle fournit une source de contrainte indépendante. En particulier, la mesure de parallaxe dans une courbe de lumière fournit une première relation entre la masse et la distance de la lentille. Nous avons discuté du fait qu'il existait une direction privilégiée sur laquelle la projection du vecteur parallaxe est très bien contrainte. Cette direction est celle de l'accélération apparente du Soleil dans le référentiel géocentrique \parallel . Ainsi, $\pi_{E,\parallel} = \langle \pi_E, \mathbf{v}_{\parallel} \rangle$ est toujours bien mieux connue que $\pi_{E,\perp}$. Ceci peut se comprendre par le fait que cette composante a pour conséquence de briser la symétrie de la courbe de lumière, alors que la composante \perp induit une déformation symétrique de celle-ci, facilement confondue avec une courbe de microlentille obtenue sans effets de parallaxe. Dans les simulations précédentes, le vecteur θ_E est décomposé suivant l'Est et le Nord. Mais comme le vecteur parallaxe, le vecteur rayon d'Einstein se décompose dans n'importe quelle base du plan du ciel. En particulier, on note $\theta_{E,\parallel} = \langle \theta_E, \mathbf{v}_{\parallel} \rangle$.

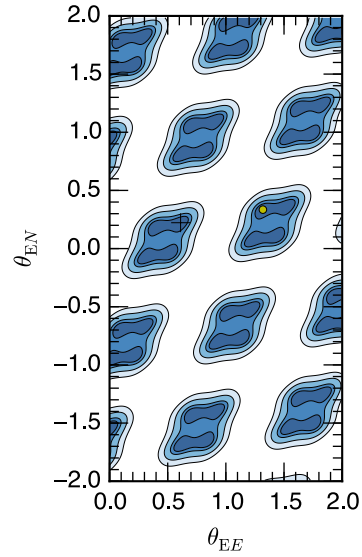
$$\left. \begin{aligned} \theta_{E,\parallel} &= \langle \theta_E, \mathbf{v}_{\parallel} \rangle = \langle \mu_{\text{rel}}, \mathbf{v}_{\parallel} \rangle t_E \\ \pi_{E,\parallel} &= \langle \pi_E, \mathbf{v}_{\parallel} \rangle = \langle \mu_{\text{rel}}, \mathbf{v}_{\parallel} \rangle \frac{t_E \pi_E}{\theta_E} \end{aligned} \right\} \frac{\theta_{E,\parallel}}{\pi_{E,\parallel}} = \frac{\theta_E}{\pi_E} \quad (8.76)$$

Ainsi, $\pi_{\text{rel}} = \theta_E \pi_E = \theta_E^2 \pi_{E,\parallel} / \theta_{E,\parallel}$ et $M = \theta_{E,\parallel} / (\kappa \pi_{E,\parallel})$.

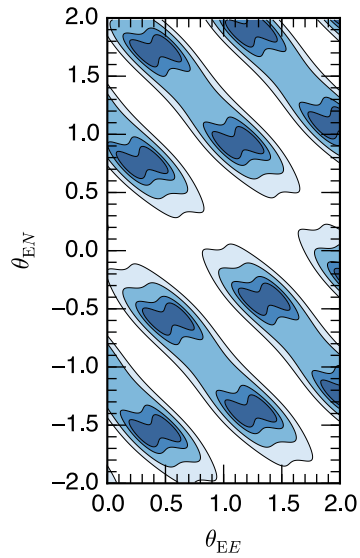
De manière générale, l'astrométrie et l'interférométrie permettent de mesurer la norme et la direction du vecteur rayon d'Einstein. On peut n'utiliser qu'une composante de ce vecteur et la combiner avec la mesure de la parallaxe (Gould & Yee, 2014), ou bien utiliser de manière indépendante la mesure de θ_E directement. En astrométrie, la norme et la direction de ce vecteur déterminent le déplacement elliptique du barycentre des images multiples de la source, alors qu'en interférométrie, elles sont liées à la direction et la taille des variations spatio-temporelles



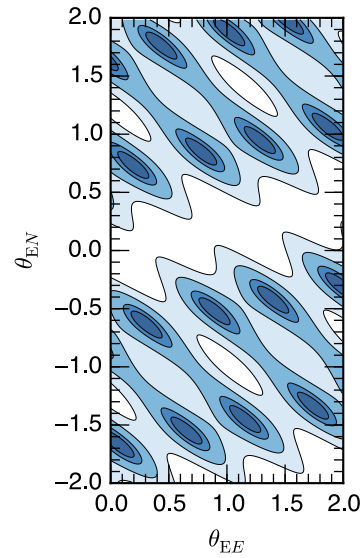
(a) Dégénérescence après une mesure, base W1-E1



(b) Dégénérescence après deux mesures, base W1-E1



(c) Dégénérescence après deux mesures différentes, base W1-E1



(d) Dégénérescence après deux autres mesures, base W1-E2

Fig. 8.17 – Illustration de la dégénérescence sur les composantes du vecteur θ_E obtenue après une (a) ou deux ((b), (c), (d)) mesures de la visibilité. Les différentes couleurs correspondent, du foncé au clair, aux contours 1-4 σ .

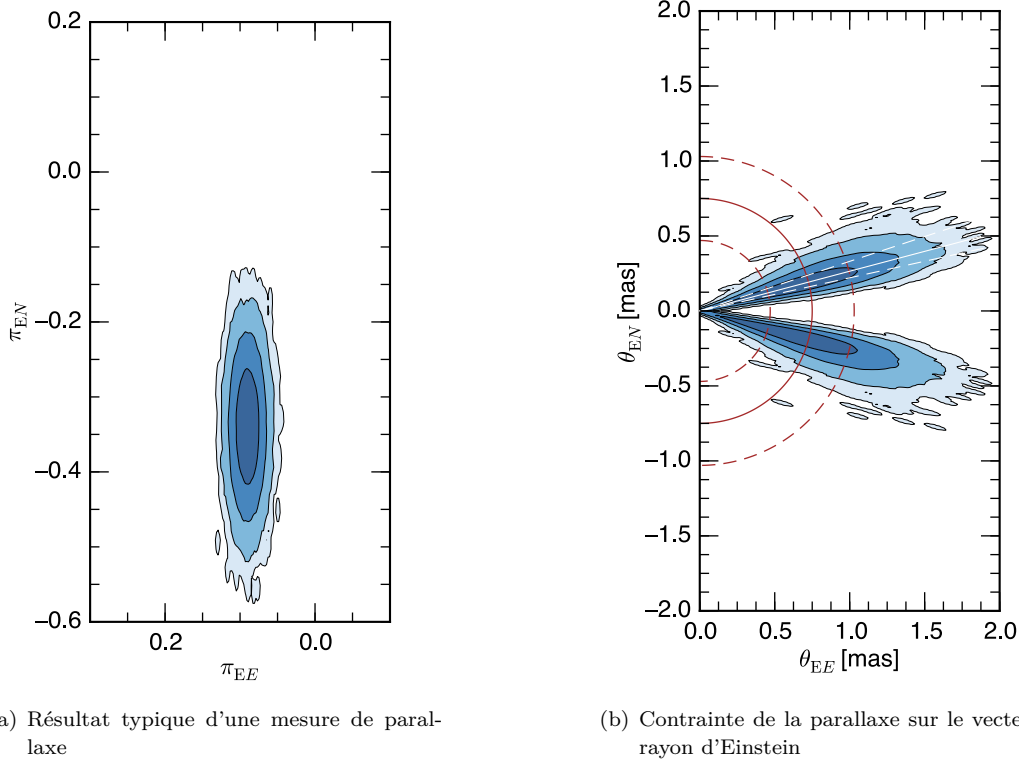


Fig. 8.18 – Cette figure montre comment une mesure de parallaxe typique (a) contraint le rayon d'Einstein (b). Les différentes couleurs correspondent, du foncé au clair, aux contours 1-4 σ . Sur la figure (b), la ligne blanche continue correspond à la mesure de π_E . La ligne rouge continue correspond à la contrainte typique imposée par la mesure de la taille de la source à l'issue de la modélisation de la courbe de lumière. Les lignes en pointillés correspondent aux limites à $\pm\sigma$. Les incertitudes considérées pour construire cette figure sont réalistes.

de visibilité. La Fig. 8.18 illustre les contraintes sur θ_E (par l'Éq. (8.76)) qui seraient obtenues après une mesure de la parallaxe et de l'effet de taille finie de la source dans la courbe de lumière. Cette figure est à mettre en regard des contraintes fournies par l'interférométrie.

C'est ici que le formalisme nouveau lié à l'utilisation du plan (u, v) d'Einstein prend toute sa puissance. Il s'adapte complètement au contexte observationnel :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \langle \theta_E, \mathbf{k} \rangle \\ \theta_E \times \mathbf{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{E,N} k_N + \theta_{E,E} k_E \\ \theta_{E,N} k_E - \theta_{E,E} k_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{E,\parallel} k_{\parallel} + \theta_{E,\perp} k_{\perp} \\ \theta_{E,\parallel} k_{\perp} - \theta_{E,\perp} k_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (8.77)$$

En particulier, si la parallaxe est mesurée dans un événement par ailleurs observé par interférométrie, alors le repère (\parallel, \perp) est privilégié et permet de combiner la composante la mieux contrainte de la parallaxe avec la composante correspondante mesurée par interférométrie pour obtenir la meilleure estimation possible de la masse de la lentille. L'interférométrie revêt donc un intérêt tout particulier pour la caractérisation des microlentilles gravitationnelles.

8.6 Comment observer ?

8.6.1 Émergence de l'idée

L'idée d'utiliser l'interférométrie dans le but de mesurer la séparation angulaire des images créées au cours d'un événement de microlentille n'est pas nouvelle. En 2001, une première étude présente

et discute la possibilité de telles observations à l'aide d'interféromètres à longue base comme le VLTI (Delplancke et coll., 2001). La visibilité des images créées par une lentille simple dans le cas d'une source ponctuelle est calculée en fonction de la projection d'une base sur l'axe joignant les deux images. En particulier, l'utilisation des techniques d'optique adaptative sur le VLTI laissait présager de possibles premiers essais dès 2002 et des observations réellement efficaces entre 2003 et 2004. L'intérêt de telles mesures pour lever la dégénérescence des paramètres en microlentille est mis en avant et le potentiel de la méthode dans la détermination de la masse et de la distance des lentilles par la mesure de la séparation angulaire des images est proposé. Dans ce premier travail, il est mentionné la possibilité de reconstruire le mouvement des images par rapport à une étoile de référence. Une première stratégie d'observation est ébauchée à la lumière des performances du VLTI et se conclut sur l'importance d'une alerte lancée le plus tôt possible. Du point de vue statistique, le nombre de cibles suffisamment brillantes – estimation critique dans ce domaine – est estimé par la conversion de la magnitude minimale observée en bande I dans la bande K en adoptant une relation de conversion $I - K = 1,5$ valable pour des sources géantes du type spectral K et M. Il est ainsi prédit qu'un nombre « significatif » d'événements serait observable sur une année (Delplancke et coll., 2001).

Une seconde étude complète étend le travail réalisé par Delplancke et coll. (2001) au potentiel qu'offrent en interférométrie la fermeture de phase. Le rayon angulaire d'Einstein est introduit dans le formalisme et fait apparaître très clairement la manière dont l'interférométrie peut contraindre sa valeur par une mesure directe (Dalal & Lane, 2003). Les performances du VLTI sont mises en perspective avec celles de l'interféromètre Keck, plus petit. Pour la première fois, un nombre de cibles potentiellement observables est avancé, environ cinq événements par an. Cette étude se termine sur les perspectives ouvertes par la *Space Interferometry Mission* (SIM), projet abandonné en 2010.

Partant du constat que la propriété la plus restrictive en matière d'observation d'événements de microlentille était la magnitude limite des interféromètres, de potentielles observations devront se faire proches de l'instant auquel la source est la plus amplifiée, donc au moment où les images sont les plus déformées. Ainsi, la troisième étude (la plus récente) sur le sujet étudie comment les franges d'interférence sont affectées par les effets de source étendue dans le cas d'une lentille simple (Rattenbury & Mao, 2006). Ce travail montre que de tels effets deviennent importants dans le cas d'événements très amplifiés. En particulier, la visibilité peut changer de 10% à cause de l'étendue de la source, ce qui est détectable par un interféromètre comme le VLTI. Pour la première fois, en plus de la mesure de θ_E , l'interférométrie est proposée comme un outil de mesure de la taille de la source sans avoir recours à des diagrammes magnitude-couleur. La discussion menée dans cette étude insiste sur la notion de complémentarité possible entre les mesures faites en photométrie et celles que permet l'interférométrie. Il est mentionné qu'une combinaison des mesures faites traditionnellement par photométrie et de potentielles mesures faites par interférométrie peuvent être combinées dans une étude commune. Par exemple, la direction du mouvement relatif de la lentille par rapport à la source peut être caractérisée par interférométrie et compléter les informations partielles obtenues sur la cinématique de l'événement par la modélisation d'une courbe de lumière. Dans cette étude, il est enfin montré que les effets de source étendue sur la visibilité pouvaient durer environ deux fois le temps d'Einstein. Pour être caractérisés, il est mentionné que deux mesures sont nécessaires, au pic et après cette durée (Rattenbury & Mao, 2006). Toutefois, à ce jour, rares sont les événements qui restent suffisamment brillants pendant la durée de $2t_E$ pour être observés. C'est le cas lorsque l'événement est de forte amplification et de courte durée. Mais il est alors plus compliqué de réaliser des mesures dans ces conditions.

La perspective de réaliser ce type de mesure est très exaltante. Une telle mesure propulsera

bientôt le domaine des microlentilles dans une nouvelle ère : celle où les images seront résolues et θ_E sera directement mesuré. Autant dire une révolution ! Un premier essai infructueux a été tenté dans la nuit du 21 au 22 juin 2005 sur l'événement OGLE-2005-BLG-099 (communication privée avec A. Richichi rapportée par Rattenbury & Mao (2006)), pourtant très brillant ($K = 7-8$ mag), avec un faible taux de contamination provenant d'autres sources lumineuses et relativement lent au pic ($t_E \approx 50$ jours). Bien que ce tout premier essai n'ait pas été réussi, il y a fort à parier qu'une première mesure sera réussie dans un avenir très proche, en particulier grâce à l'amélioration des algorithmes de prédiction et à l'établissement d'une stratégie sur le long terme, testée étape par étape.

Le travail que j'ai réalisé à ce sujet au cours de ma thèse s'inscrit pleinement dans la continuité des efforts menés jusqu'à présent pour développer un formalisme commun aux microlentilles et à l'interférométrie. Bien que les événements de microlentille binaire soient moins nombreux que les événements de microlentille simple, ces derniers peuvent être très brillants et très amplifiés par la traversée ou l'approche d'une caustique par la source. De plus, le caractère binaire de l'événement revêt un intérêt particulier et il s'agit souvent d'événements très bien suivis et contraints par les mesures réalisées par les différentes collaborations de suivi, source indispensable de données pour déterminer précisément et le plus tôt possible la date du pic d'amplification.

Du point de vue du formalisme, la généralisation du traitement des effets de parallaxe a conduit à l'introduction d'un vecteur rayon angulaire d'Einstein θ_E (Gould & Yee, 2014) permettant de clarifier la source de bonnes et moins bonnes contraintes observationnelles. Le travail de Dalal & Lane (2003) introduit clairement le rayon d'Einstein dans le formalisme propre à l'interférométrie. Dans la continuité de ces approches parallèles, nous introduisons le vecteur rayon angulaire d'Einstein θ_E pour franchir une nouvelle étape de la modélisation. Ceci nous a conduit à introduire un repère dans lequel se décomposent des fréquences spatiales dites d'Einstein contenant l'information sur θ_E et qui s'est par la suite imposé naturellement. Ceci est le fruit d'une réflexion nourrie par les tout derniers développements théoriques dans le domaine des microlentilles gravitationnelles. Le plan des fréquences spatiales ainsi construit est plus proche des observables connues en microlentilles.

Cette nouvelle formulation permet également de clarifier les contraintes espérées sur les paramètres physiques de la lentille, et s'adapte pleinement aux sources d'informations issues d'observations d'événements (par exemple, si la parallaxe est détectée, le repère qui s'impose naturellement est (\parallel, \perp) et permet d'extraire les meilleures contraintes sur la masse de la microlentille). À cet égard, les algorithmes que j'ai écrits permettent de commencer à explorer les contraintes que nous pouvons espérer d'une mesure de visibilité et les dégénérescences théoriques associées à un nombre insuffisant de mesures. En particulier, la prise en compte du mouvement de rotation de la Terre et du mouvement propre des images durant l'événement montre que loin d'être des caractéristiques parasites, elles permettent d'obtenir de bonnes contraintes avec finalement peu de mesures. Cependant, l'interprétation d'éventuelles données en interférométrie se ferait conjointement avec la modélisation de la courbe de lumière de l'événement suivi en photométrie, dans un contexte de statistique bayésienne pour combiner toutes les sources d'information possibles. Ainsi donc, même une ou deux mesures par interférométrie sur un événement représenteraient une source d'information originale et une avancée importante.

Les chances de succès d'une observation par interférométrie augmenteront considérablement par l'utilisation de toutes les données possibles disponibles sur les événements en cours et leur combinaison astucieuse pour permettre de prendre une décision au moment opportun. C'est dans ce but que j'ai développé le code `VisObs` décrit au § 8.6.2 qui a déjà permis de déclencher une première alerte décrite au § 8.6.3.

Du point de vue observationnel, nous avons pu faire un premier test grandeur nature de la stratégie avec l'équipe du CHARA. J'ai par ailleurs réalisé une statistique sur les saisons d'observation 2011-2014 pour estimer le nombre moyen de cibles potentiellement observables par an. Cette étude traite individuellement chaque événement, du point de vue de la modélisation en microlentille, mais aussi du point de vue de la conversion des magnitudes en bande I et K , incluant l'effet de l'extinction par le milieu interstellaire, ce qui n'a jamais été réalisé jusqu'alors dans la perspective d'observations par interférométrie.

8.6.2 L'outil de prédiction VisObs

Dans ce paragraphe, je décris les principales fonctionnalités du programme **VisObs** que j'ai écrit au cours de ma thèse.

Description générale

Il s'agit d'un petit code dont l'objectif est d'aider à visualiser le maximum de données utiles pour prendre une éventuelle décision d'observation. Pour cela, il collecte toutes les données et une première estimation des paramètres réalisée par la collaboration Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE), lorsque ceux-ci sont disponibles. Le code récupère également les informations les plus récentes délivrées par la collaboration Robotic Network of telescopes (RoboNet) liées aux observations programmées pour le satellite Spitzer, les cibles en question devenant de fait intéressantes. Ce code permet de réaliser une modélisation rapide des données par un modèle de lentille simple et de source ponctuelle à l'aide d'un algorithme de type Monte Carlo par chaîne de Markov différentiel (DMCMC). Il s'agit du code qui a été utilisé pour vérifier la qualité de la réduction des données présentées au § 5.8. Pour cela, il suffit d'entrer le nom du ou des événement(s) à modéliser dans un fichier texte nommé `events2rta.txt` (« rta » pour *real time analysis*). Par ailleurs, les propriétés d'un ou plusieurs événement(s) particulier(s) peu(ven)t être utilisées pour calculer des cartes de visibilité ou tester la qualité des contraintes qui seraient obtenues par une mesure réalisée avec une ou plusieurs base(s) particulière(s) d'un interféromètre donné. Pour cela, il faut entrer le nom du ou des événement(s) pour le(s)quel(s) nous souhaitons réaliser cette étude dans le fichier texte nommé `events2inter.txt`.

En l'absence de données obtenues par interférométrie à modéliser, l'atout majeur de **VisObs** qui est aussi la fonctionnalité pour laquelle il est principalement utilisé est la possibilité de visualiser, sur une figure unique et interactive, les informations suivantes :

- la magnitude en bande I dans le système photométrique calibré d'OGLE ;
- la magnitude en bande I estimée au pic d'amplification dans le système photométrique calibré d'OGLE ;
- l'amplification estimée par l'ajustement d'un modèle de lentille simple ponctuelle et d'une source ponctuelle aux données obtenues par la collaboration OGLE ;
- la date estimée du pic d'amplification (qui se raffine de jour en jour grâce aux nouvelles données) ;
- les cibles programmées pour des observations avec le satellite Spitzer.

VisObs a également été conçu pour compléter les outils de préparation des observations tels que ASPRO2. En particulier, les données affichées dans un terminal par **VisObs** sont faites pour être reportées dans ASPRO2 qui calcule alors la masse d'air associée à la cible en fonction du temps, ou encore fournit immédiatement les meilleures heures pour observer une nuit donnée en intégrant les limites et contraintes techniques des interféromètres.

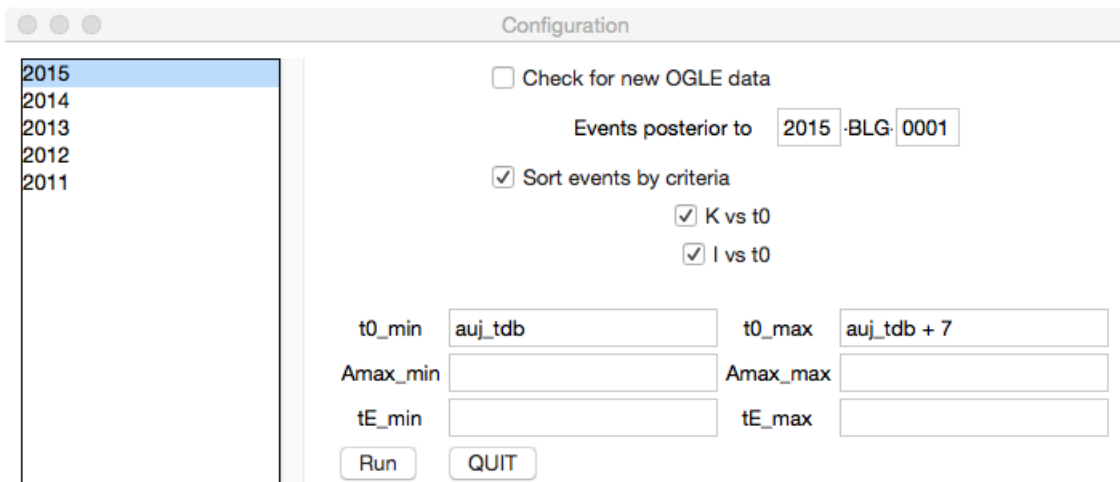


Fig. 8.19 – Écran d'accueil de VisObs. Le panneau de gauche indique les années pour lesquelles des données sont disponibles localement. À droite, la première case à cocher permet de télécharger les données les plus récentes obtenues par OGLE. La seconde permet de demander la représentation graphique de la magnitude K au pic de l'événement en fonction de la date du pic et/ou la magnitude en bande I . Les trois lignes du bas permettent de ne sélectionner que certains événements qui vérifient les critères indiqués.

Interactivité

Le programme possède une interface graphique (voir Fig. 8.19) minimaliste qui permet de réaliser les opérations les plus courantes. Un fichier de paramètres étend par ailleurs considérablement le champ des possibles. Par exemple, sans sa version graphique, VisObs permet de sélectionner les événements selon certains critères, comme un intervalle donné pour la date du pic d'amplification, une amplification maximale comprise dans un certain intervalle ou enfin un temps d'Einstein compris entre deux valeurs (c'est ce qui est représenté sur la Fig. 8.19). De plus, n'importe quel autre paramètre qui n'est pas mentionné dans l'interface graphique permet également de trier les données. Dans ce cas, il est nécessaire de remplir le fichier de configuration `parameter.py` aux lignes correspondantes. De même, l'activation de la modélisation en temps réel ou des simulations d'interférométrie se font par l'intermédiaire de ce fichier de configuration. Pour le moment, seules les caractéristiques des interféromètres VLTI et CHARA sont connues, mais l'ajout d'éventuels autres interféromètres est possible. Un fichier séparé contenant toutes les informations techniques correspondantes doit être ajouté.

La Fig. 8.20 montre le résultat obtenu lorsque l'utilisateur demande de visualiser la magnitude I au pic de chaque événement. Un code graphique permet d'identifier les cibles observées par Spitzer, les cibles particulièrement intéressantes que l'utilisateur a repérées et suit (les noms de ces événements sont rassemblés dans le fichier `events_gold_2015.txt`), les cibles rejetées manuellement par l'utilisateur (les noms de ces événements sont rassemblés dans le fichier `events_refused_2015.txt`). Par ailleurs, l'utilisateur peut cliquer sur l'événement de son choix, ce qui provoque un ensemble d'actions comme

- ouvrir le service EWS sur le site d'OGLE si la modélisation de l'événement n'est pas demandée localement,
- l'affichage des propriétés utiles de l'événement et
- l'affichage du résultat du calcul de la magnitude en bande K au pic de l'événement.

Ce processus est illustré sur la Fig. 8.21.

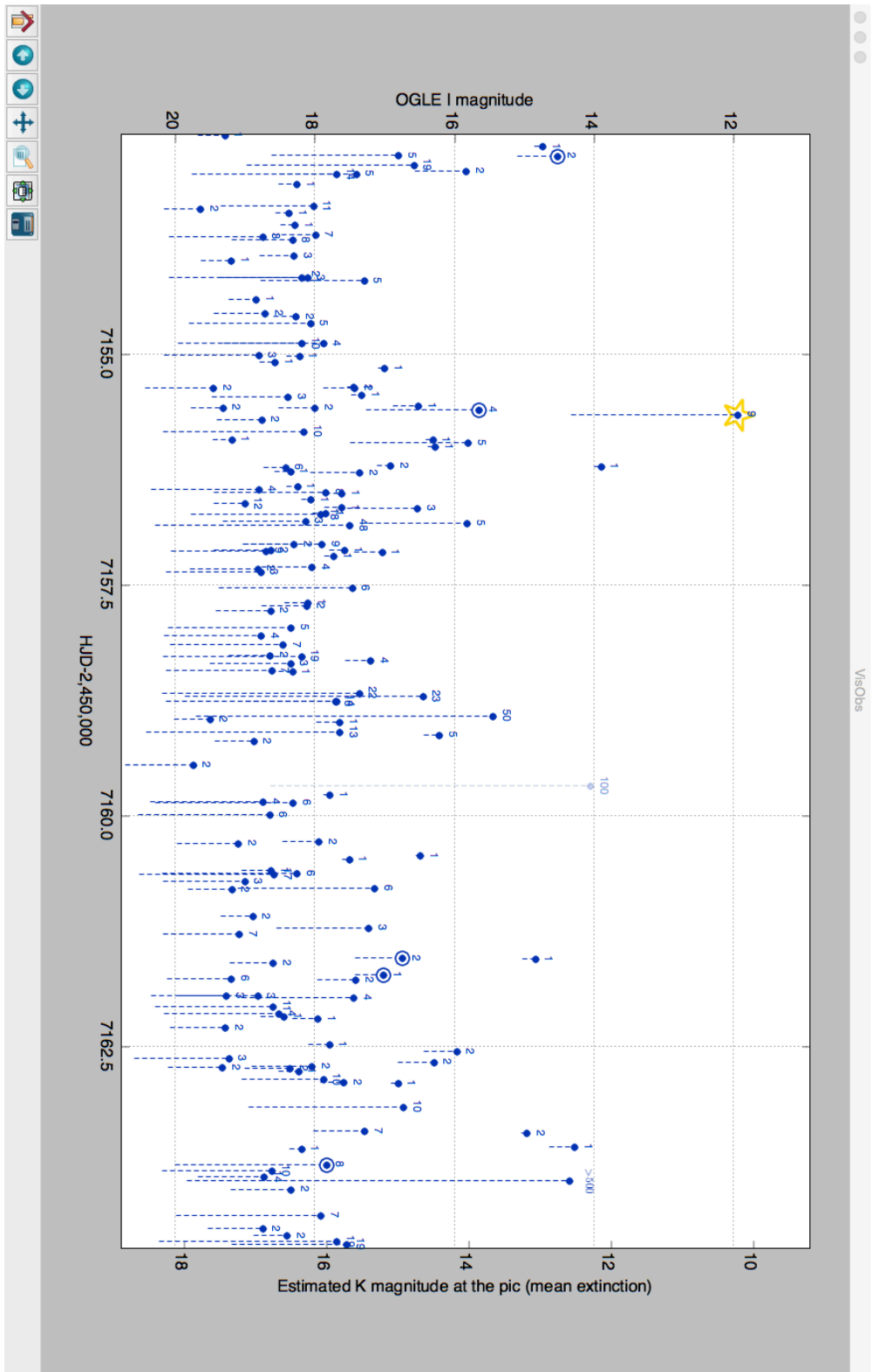
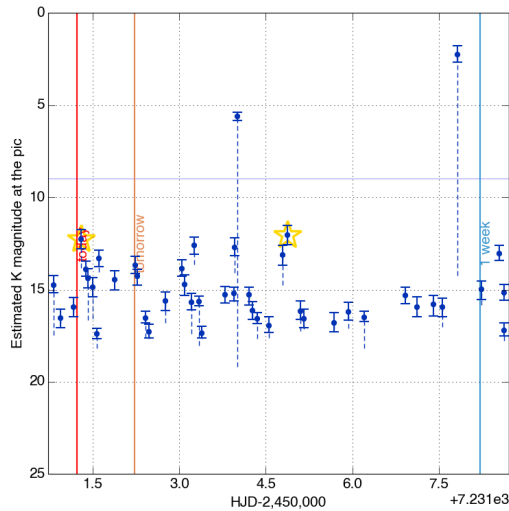
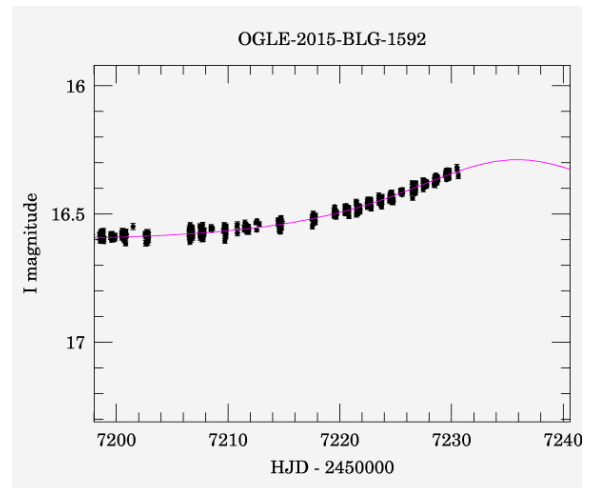


Fig. 8.20 – Une fenêtre de VisObs représentant les événements dont les pics d'amplification ont été atteints dans un intervalle de temps donné. Chaque événement est représenté par un point, une ligne en pointillés et un nombre. Le point correspond à la magnitude en I estimée au pic d'amplification. Ce point est représenté à la date du pic. Le nombre à proximité du point bleu indique l'amplification maximale de la source. Les pointillés bleus relient la magnitude de base à la magnitude au pic. L'événement représenté en bleu partiellement transparent correspond à un événement jugé manuellement très intéressant (par exemple lorsque le modèle est jugé mauvais et la magnitude de base trop faible). À l'inverse, un événement jugé manuellement très intéressant à suivre de près est représenté avec une étoile jaune. Les points entourés par un cercle correspondent aux cibles observées par le satellite Spitzer. Les magnitudes prennent en compte le flux de contamination.



(a) Visualisation des événements



(b) Événement en cours. Source de l'image : OGLE

```

4. py-main (Python)
TOOL: select a point to see its coordinates.
[ranc@midi-pyrenees:py-main]$ clear
[ranc@midi-pyrenees:py-main]$ python runme.py
>>> 156 events found in the range.
      1 both OGLE and Spitzer targets in the range.
Le calcul des magnitudes K peut prendre beaucoup de temps.

TOOL: select a point to see its coordinates.
>>> 2015-BLG-1440
RA DEC 18:03:53.56 -27:42:26.7
t0=7232.292 MHJD, u0=2.400e-01, Amax: 4.258000, tE: 22.780 days, I_base: 15.606 mag
pic on 2015/07/28 18:59 in 0 days and 1.726 hours.
point coordinate: [7232.292, 12.246]
>>> 2015-BLG-1592
RA DEC 17:51:03.01 -29:48:35.5
t0=7235.872 MHJD, u0=9.980e-01, Amax: 1.343000, tE: 12.610 days, I_base: 16.609 mag
pic on 2015/08/01 08:54 in 3 days and 15.646 hours.
point coordinate: [7235.872, 12.042]

```

(c) Estimation des paramètres dans le terminal

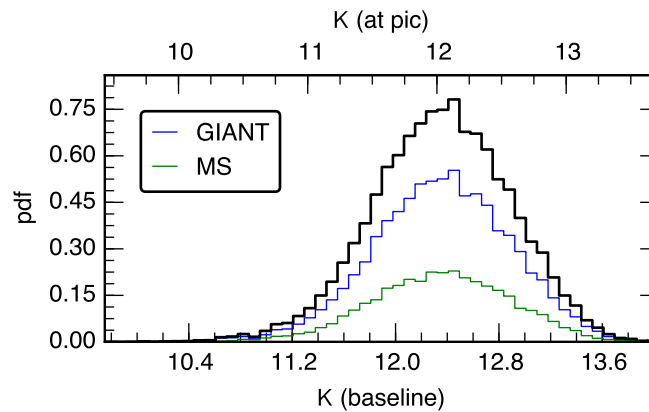
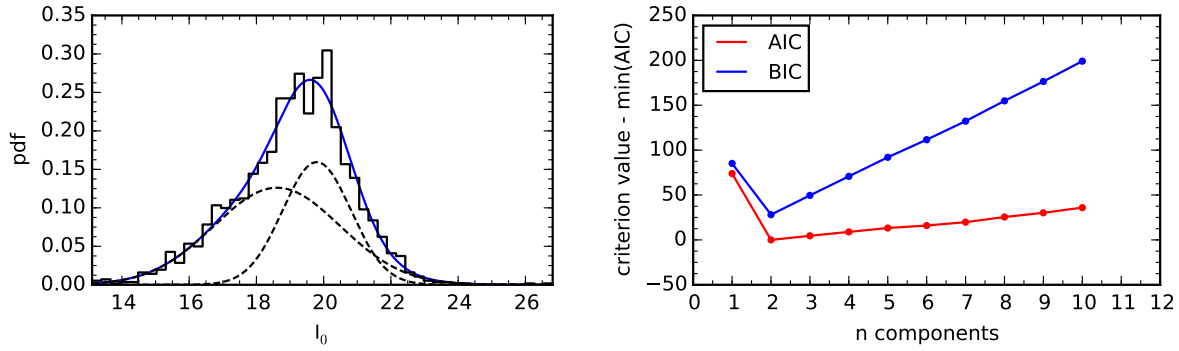
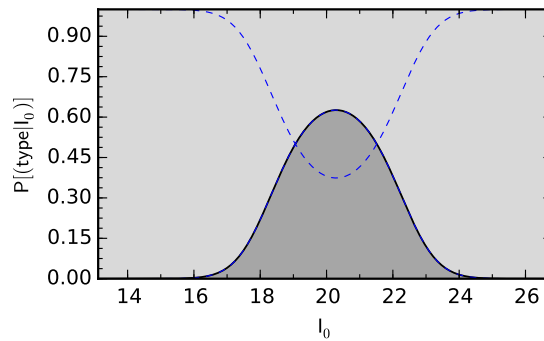
(d) Densité de probabilité de la magnitude en K au pic

Fig. 8.21 – Illustration de l'interactivité de VisObs. (a) À partir de l'estimation de la magnitude en bande K des événements, l'utilisateur peut cliquer sur un événement (ici l'étoile jaune de droite). (b) L'utilisateur est redirigé vers l'Early Warning System (EWS) du site d'OGLE s'il n'a pas demandé la modélisation de l'événement localement. (c) Les caractéristiques de l'événement sont immédiatement estimées et affichées. (d) Le résultat du calcul de la magnitude au pic de l'événement en bande K est affiché sous la forme d'une densité de probabilité qui s'affine avec le temps. Le terme Giant fait référence aux étoiles géantes du bulbe et MS aux étoiles de la séquence principale. Les différentes distributions de couleurs sont expliquées dans le texte.



(a) Magnitude de la source sur les événements de l'année 2014 (b) Résultat de l'ajustement de (a) par n fonctions gaussiennes



(c) Probabilité d'appartenance à un type

Fig. 8.22 – (a) Histogramme de la magnitude de la source sur l'année 2014. (b) Résultat de l'ajustement de n fonctions gaussiennes sur l'histogramme obtenu en (a). Les deux critères AIC et BIC sont décrits au § 5.3.2. Les deux critères indiquent que le nombre optimal de fonctions est deux. Ces deux composantes sont représentées sur la figure (a) en pointillés. (c) Probabilité d'appartenance à l'une ou l'autre des composantes étant donnée une valeur de magnitude pour la source. Le gris foncé correspond à la gaussienne plus étroite et à plus grande magnitude sur la figure (a). Le gris clair correspond à l'autre gaussienne, plus large.

Estimation des magnitudes au pic de l'événement

VisObs est dans sa toute première version et certaines améliorations ont d'ores et déjà été testées et approuvées, en particulier en ce qui concerne le calcul de la magnitude en bande K qui sera plus détaillée au § 8.6.4. Je ne rentre donc pas dans le détail ici puisque cette version du code est destinée à évoluer. Je donne simplement les grandes idées qu'il exploite et la raison pour laquelle nous passons à un autre mode de fonctionnement. Dans sa version actuelle, le code traite individuellement chaque événement. Avant de décrire de quelle manière l'algorithme fonctionne, la Fig. 8.22(a) représente un histogramme de la magnitude des sources observées en 2014. Les données utilisées ici proviennent du site EWS. Au terme d'un ajustement linéaire, il apparaît que cet histogramme peut être décrit par deux fonctions gaussiennes, une étroite à faible magnitude qui pourrait correspondre à des sources appartenant à la Séquence Principale, une plus large à plus grande magnitude qui pourrait correspondre à des sources géantes du bulbe galactique. La probabilité d'appartenance à l'une ou l'autre de ces deux classes est calculée, étant donnée une valeur de la magnitude de la source I_0 (voir Fig. 8.22(c)). Ensuite, l'utilisation d'une isochrone (Bressan et coll., 2012) permet de convertir la magnitude de la bande spectrale I à la bande spectrale K en tenant compte des propriétés des étoiles géantes du bulbe, moins riches en métaux.

La prise en compte de l'incertitude sur la métallicité de la source et son âge est estimée en considérant des isochrones aux propriétés très larges d'une part, et l'incertitude sur la distance à la source d'autre part permet de calculer l'incertitude sur la magnitude en K à l'aide d'un algorithme de type *Monte Carlo*. C'est ce qu'illustrent les Fig. 8.21(d) et Fig. 8.22(c). La courbe verte sur la Fig. 8.21(d) correspond au résultat obtenu avec une isochrone plus riche en métaux, et la bleue avec une isochrone plus âgée et moins riche en métaux. La distribution finale est donnée par la combinaison des deux résultats, pondérée par la probabilité d'appartenance au groupe identifié comme celui des étoiles géantes ou des étoiles de la Séquence Principale. Un constat important est que finalement, la relation entre les magnitudes I et K dépend peu des propriétés de la source. C'est de ce constat, développé au § 8.6.4 qu'une nouvelle approche est aujourd'hui préférée. Le traitement du rougissement par les poussières du milieu interstellaire est également de première importance. Il est inclus dans *VisObs* et nous l'expliquons également au § 8.6.4.

Les perspectives d'amélioration sont nombreuses, mais il est important de noter qu'elles sont le fruit d'une expérience acquise à l'aide du développement de cette première version. Le gain de la version suivante est centré sur le temps de calcul des magnitudes en bande K des événements, demandant plusieurs minutes si ce calcul est réalisé sur plus d'une centaine d'objets. Par ailleurs, comme j'ai rejoint la collaboration RoboNet, un grand nombre de données supplémentaires me sont maintenant accessibles, ce qui améliorera considérablement le pouvoir prédictif des modèles.

8.6.3 MOA-2015-BLG-0020 / OGLE-2015-BLG-0102 : une première alerte

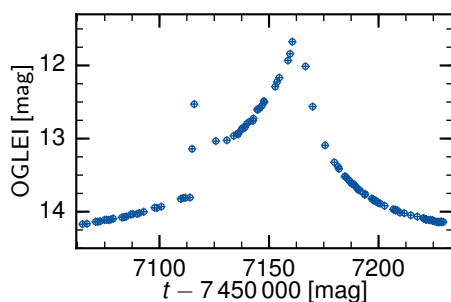


Fig. 8.23 – Courbe de lumière de l'événement MOA-2015-BLG-0020 / OGLE-2015-BLG-0102. Seules les données OGLE sont présentées ici et ne couvrent pas bien le second pic d'amplification, plus brillant que la mesure de magnitude la plus faible. L'alerte a été lancée sur le second pic d'amplification.

En 2014, une proposition d'observations dont je suis co-responsable scientifique a été acceptée par CHARA nous accordant une nuit d'observation en ToO (*Target of Opportunity*). Bien que la saison 2014 n'ait pas permis d'observation, car aucun événement suffisamment brillant n'a été recensé au moment où le bulbe était accessible par CHARA, nous avons continué à améliorer les outils disponibles. Au tout début de la saison d'observation 2015, alors même que *VisObs* était encore en train d'être testé, l'événement MOA-2015-BLG-0020 a immédiatement attiré l'attention sur lui. Sa courbe de lumière est représentée sur la Fig. 8.23. Il s'agissait d'un événement de magnitude de base $I = 14,3$ mag, donc extrêmement brillant. Cet événement a été détecté pour la première fois par la collaboration Microlensing Observations in Astrophysics (MOA) le 16 février 2015 alors que rien ne permettait de prédire, à l'époque ce que cet événement allait devenir. Le 7 avril 2015, un premier saut d'amplification est détecté par OGLE puis MOA provoquant le suivi dense de cet événement par plusieurs collaborations dont RoboNet. Rien n'indiquait encore que cet événement allait devenir durablement brillant. Le 17 avril, après dix jours de chute du flux provenant de la source, une nouvelle augmentation de l'amplification rend l'événement de plus en plus brillant, atteignant des magnitudes en bande I de 13 mag, puis 12,5 mag en une cinquantaine de jours. La modélisation en temps réel était alors compliquée par le fait que

l'événement était devenu anormal, c'est-à-dire dû à une lentille au moins binaire. Le jeudi 21 mai à 12h13 (JD \approx 2 457 163), bien que nous n'étions toujours pas sûrs du moment où la source allait sortir de la caustique, et donc de la date du pic, les modèles en temps réels commençaient à converger. Nous lançons une alerte à CHARA par courriel devant ce qui semblait être l'événement providentiel et inattendu du tout début de saison, alors qu'il atteignait un tout petit peu moins de 11,6 mag en bande I .

La stratégie discutée en amont s'est mise en place très rapidement dans la journée du 21 mai. Malheureusement, la météo (mauvaise depuis huit jours sur le mont Wilson en Californie) n'a permis aucune observation ce 21 mai, ni les jours suivants. Toutefois, nous avons maintenu l'alerte alors que la source était en train de traverser la caustique et l'événement atteignait son minimum de magnitude en bande I d'environ 11,4 mag, ce qui le rendait *a priori* observable ($K < 10$ mag) par CHARA en bande K . Des conditions d'observations favorables ont été retrouvées le 24 mai alors que la magnitude en bande K était estimée à plus de 10,5 mag, ce qui rendait les chances de succès beaucoup plus faibles. En plus de cela, de mauvaises conditions atmosphériques (mauvais *seeing* et forte humidité) ne permettaient pas d'espérer obtenir de bonnes mesures. La combinaison de tous ces facteurs – magnitude au-dessus du record de CHARA, mauvais *seeing*, humidité, bulbe galactique très bas sur l'horizon – rendait la mesure impossible malgré l'espoir en début de nuit de tenter une observation dans la nuit du 24 au 25 mai 2015.

8.6.4 Stratégie

Une stratégie en deux temps

L'élaboration d'une stratégie d'observation qui se nourrit à la fois des caractéristiques du phénomène de microlentille gravitationnelle et des propriétés de l'interférométrie est facilitée par le développement d'un langage commun, adaptée aux deux domaines. L'introduction du formalisme des transformées de Fourier et donc de la notion de fréquences spatiales est propre aux propriétés physiques les plus fondamentales sur lesquelles repose l'interférométrie. À l'inverse, l'introduction du vecteur θ_E dans le choix de l'orientation du plan des fréquences spatiales est motivée par la nature des images observées donc de l'effet de microlentille. De cette fusion de deux approches, le lien entre les observables et les contraintes qu'elles permettent sur les paramètres physiques de la microlentille en est clarifié et permet d'exploiter au mieux les informations délivrées par ailleurs sur l'événement de microlentille. Par exemple, si des effets de parallaxe sont détectés dans la courbe de lumière de l'événement, il est judicieux de travailler dans un repère (\parallel , \perp) car l'une des composantes de la parallaxe dans ce repère sera très bien contrainte. La composante correspondante de θ_E permettra d'obtenir la meilleure estimation possible de la masse de la microlentille. Dans ce but, nous avons défini le plan (u, v) d'Einstein qui s'adapte au contexte observationnel.

Une caractéristique importante de la modélisation des événements de microlentille en temps réel est la difficulté d'obtenir une estimation fiable plusieurs jours en avance, avant le pic d'amplification. Ceci est illustré par la Fig. 8.24 où en particulier, à gauche, un événement très peu brillant est décrit par un modèle de haute amplification. Bien souvent, la prédiction de l'amplification au pic est revue à la baisse à mesure que le temps passe. Les modélisations en temps réel les plus performantes à l'heure actuelle permettent de confirmer une cible de grande amplification environ six à douze heures avant le pic de l'événement. Les collaborations RoboNet (chaque année) et PLANET (selon les années) ont accès à des télescopes dédiés au suivi d'événements de microlentille à Sutherland en Afrique du Sud, qui se situe à six fuseaux horaires du VLTI et neuf fuseaux horaires de CHARA, une disposition géographique optimale

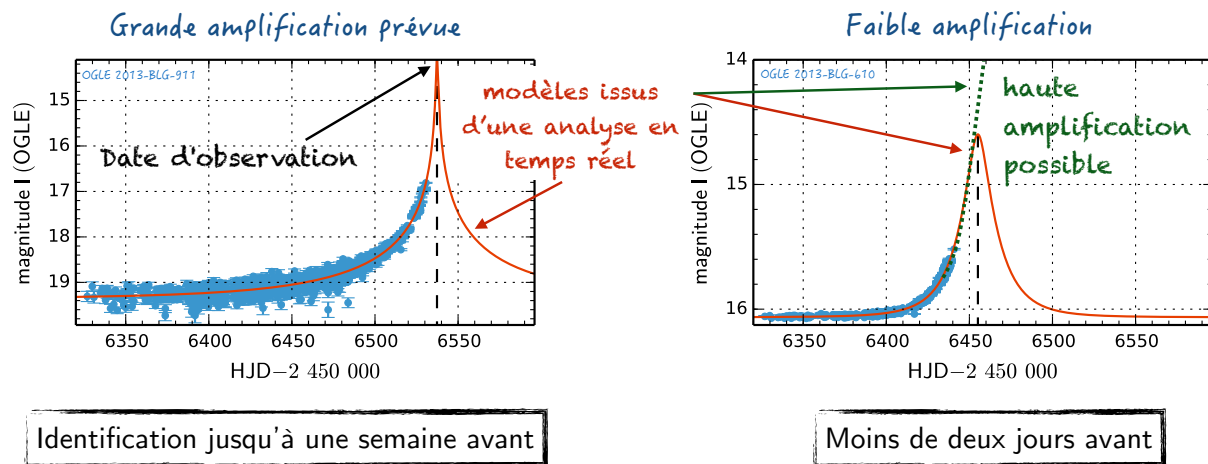


Fig. 8.24 – Illustration de la procédure d'alerte pour une observation par interférométrie. Plusieurs jours avant le pic, un événement est souvent décrit par un modèle faisant intervenir une grande amplification et prévoyant une magnitude au pic très faible, potentiellement observable par un interféromètre. Parfois un jour avant, parfois seulement quelques heures avant le pic, le modèle de haute amplification est rejeté et finalement l'événement n'est pas observable. Les données représentées ici sont des données obtenues par OGLE au Chili. Les modèles sont calculés avec le module de modélisation en temps réel de *VisObs*.

pour lever les ambiguïtés avant la réalisation d'une mesure et permet d'éviter de gaspiller du temps d'observation en ToO. Pour cette raison, une alerte en deux temps est nécessaire. Du point de vue de la stratégie, l'idée consiste à suivre de très près les événements dont la magnitude de base est faible ($I < 16,5$ mag) comme sur la Fig. 8.24, à droite. En effet, même avec une faible amplification, ces événements peuvent devenir observables. La préparation d'une alerte commence par une phase de suivi d'un événement et de modélisation en temps réel. Si l'événement est suffisamment brillant et suffisamment lent, une alerte est lancée annonçant une possible bonne cible quelques jours avant l'observation. L'alerte est alors maintenue jusqu'à quelques heures avant les observations. Si l'événement s'avère finalement moins brillant que prévu, l'alerte est levée. Sinon l'alerte est confirmée et les observations peuvent se faire si la météo le permet. L'alerte décrite au § 8.6.3 s'est produite de cette manière, par une confirmation, chaque jour de la demande d'observation jusqu'à ce que l'événement ne soit plus assez brillant.

Nombre de cibles

Les nouvelles générations de télescopes dédiés, au moins en partie, à la détection et au suivi d'événements de microlentille ont augmenté d'environ cinq cents le nombre d'événements détectés depuis 2011 (en 2011, environ 1800 événements étaient observés). Environ deux mille événements de microlentille sont suivis chaque année. Cette situation permet de poser un regard nouveau sur les perspectives d'observations d'événements par interférométrie. Pour déterminer le nombre moyen de cibles qui seraient observables chaque année, j'utilise les données de toutes les alertes de microlentilles lancées par la collaboration OGLE grâce au EWS entre les années 2011 et 2014 (incluses), soit 7 342 événements détectés en quatre ans.

Pour convertir les magnitudes de la bande I à la bande K , la magnitude de la source (donc la magnitude mesurée et corrigée par les contaminations estimées par l'ajustement d'un modèle de lentille simple et d'une source ponctuelle aux des données), est corrigée de l'extinction en bande I due aux poussières du milieu interstellaire. Cette extinction est calculée pour chaque

événement individuellement en utilisant les extinctions mesurées par Nataf et coll. (2013) dans les différentes directions du ciel. En réalisant une interpolation à deux dimensions, la donnée des deux coordonnées galactiques d'un événement fournit ainsi une valeur d'absorption. L'hypothèse faite à ce niveau est que la source se situe dans le bulbe de la Voie lactée, ce qui est effectivement le cas la plupart du temps. La magnitude obtenue est notée I sur la Fig. 8.27. D'autre part, une isochrone de huit milliards d'années, de métallicité $[\text{Fe}/\text{H}] = -0,2$ et placée à une distance de 7,6 kpc est choisie comme référence. Cette isochrone est tracée en noir sur la Fig. 8.27. Pour caractériser l'incertitude associée à ces choix, j'ai représenté en gris la dispersion associée à un intervalle d'âges cinq à dix milliards d'années, une métallicité de $-0,5$ à $0,2$ et une distance à la source de six à huit kiloparsecs. Cette dispersion est également représentée sur la Fig. 8.25. Par interpolation de l'isochrone de référence choisie, la magnitude I obtenue est convertie en bande K . Comme l'effet de microlentille est achromatique, l'amplification maximale du flux de la source est la même dans toutes les bandes spectrales. Le flux en bande K est donc amplifié de ce facteur estimé par le modèle de la courbe de lumière, puis rougi. Le rougissement en K est estimé grâce aux modèles de Marshall et coll. (2006) en suivant la même procédure que pour la bande I . La magnitude ainsi obtenue est notée K sur la Fig. 8.27. Il apparaît que selon leur coordonnée galactique, les événements peuvent être favorisés par une faible absorption en K et une grande absorption en I . Les événements concernés sont alors beaucoup plus brillants en bande K qu'en bande I .

À cette étape, de nombreux événements mal contraints sont également mal modélisés. Il s'agit par exemple des événements pour lesquels seules quelques mesures à la base du pic d'amplification n'ont pu être prises, ou bien des variations qui ne sont pas causées par un effet de microlentille. Comme nous l'avons déjà mentionné, ces événements sont souvent décrits par des modèles irréalistes prévoyant des amplifications extrêmes. Détecter ces événements à l'œil est immédiat. C'est d'ailleurs ce que j'ai fait pour la saison 2014. En revanche, cela n'est pas faisable sur plus de sept mille événements et leur détection automatique reste un défi. Nous avons donc construit et testé plusieurs critères pour repérer des événements « suspects ». Un critère s'est révélé redoutablement efficace. Définissons $\delta = I_p - I_m$, avec I_p la magnitude au pic de l'événement en bande I en présence de contamination par des sources lumineuses autres que la source subissant l'effet de microlentille (I_p dépend donc du modèle ajusté aux données) et I_m la magnitude minimale réellement mesurée. La distribution des δ obtenus est très piquée autour d'une valeur nulle (voir Fig. 8.26(a)). L'inspection des événements par intervalle de δ a révélé la redoutable efficacité du critère pour localiser d'une part les événements de lentille binaire, d'autre part les événements très mal contraints. D'abord, tous les événements pour lesquels $\delta \geq 0$ sont conservés. En particulier, les événements présentant un δ grand correspondent aux événements durant lesquels la source a traversé une caustique. Dans ce cas, la prédiction du modèle de lentille simple surestime la magnitude (ces modèles prévoient un événement moins brillant qu'il ne le devient). À l'inverse, des valeurs de δ négatives englobent un groupe hétéroclite d'événements dont la magnitude a été sous-estimée. J'ai finalement adopté le critère suivant pour cette étude : tous les événements pour lesquels $\delta \leq -0,8$ sont supprimés de la statistique. Le critère adopté est conservatif en ce sens qu'il a plutôt tendance à sous-estimer le nombre d'événements favorables. Il est particulièrement remarquable que les événements rejetés n'aient pas tous des amplifications démesurées (voir Fig. 8.26(b)). L'examen des événements faiblement amplifiés et rejetés a confirmé qu'il s'agissait d'événements mal contraints et non fiables. Par ailleurs, nous avons examiné chaque événement sélectionné par notre critère en δ et dont la magnitude en bande K est inférieure ou égale à dix. Sur les vingt-sept événements trouvés, nous en avons sélectionné vingt-six. Les points bleus de la Fig. 8.27 correspondent aux événements

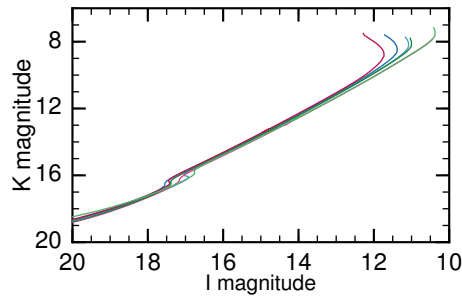
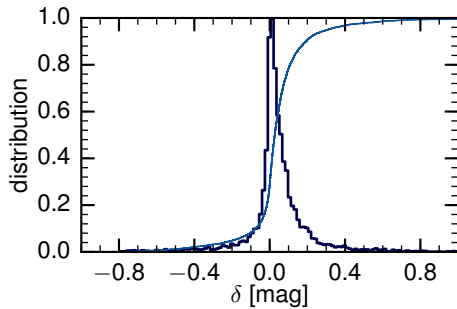
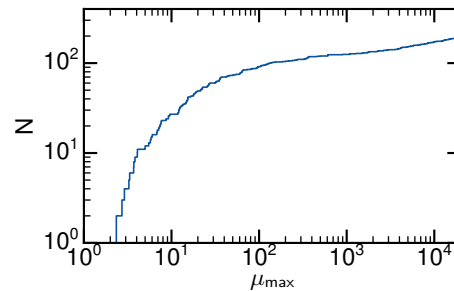


Fig. 8.25 – Dispersion en magnitudes dues à l'incertitude sur les différents paramètres propres aux isochrones. Seul le domaine des plus faibles magnitudes est représenté. Il correspond à la zone où la dispersion est la plus grande. Chaque couleur correspond à des paramètres limites $[[\text{Fe}/\text{H}], \text{âge}, \text{distance}]$. Vert foncé: $[0,019; 8 \text{ Gan}; 8 \text{ kpc}]$, vert clair: $[0,019; 8 \text{ Gan}; 6 \text{ kpc}]$, bleu foncé: $[0,019; 10 \text{ Gan}; 7,6 \text{ kpc}]$, bleu clair: $[0,019; 5 \text{ Gan}; 7,6 \text{ kpc}]$, rose clair (non visible): $[-0,5; 8 \text{ Gan}; 7,6 \text{ kpc}]$, rose foncé (visible): $[0,2; 8 \text{ Gan}; 7,6 \text{ kpc}]$. La dispersion est maximale aux faibles magnitudes.



(a) Histogramme classique et cumulé de δ



(b) Histogramme cumulé de l'amplification maximale des événements rejetés

Fig. 8.26 – (a) En bleu foncé, histogramme des valeurs de δ obtenues pour les événements des saisons 2011-2014. L'histogramme cumulé (normalisé) est représenté en bleu plus clair. La moyenne de δ est 0,02 mag. La distribution n'est pas symétrique. (b) Distribution cumulée des logarithmes décimaux de l'amplification maximale des événements rejetés par le critère $\delta \leq -0,8$. N correspond au nombre d'événements. Cette figure illustre le fait que même des événements mal contraints à faible amplification sont rejetés. L'examen des dits événements confirme le rejet.

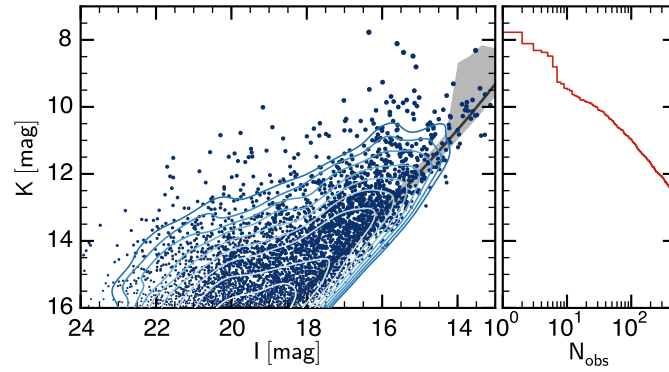


Fig. 8.27 – Prédiction de la magnitude en K au pic de l'événement en fonction de la magnitude de la source sans contamination pour les événements de microlentille (points bleus) détectés de 2011 à 2014 vérifiant le critère de sélection $\delta \leq -0,8$ (voir texte). La courbe noire correspond à une isochrone prise comme référence (8 milliards d'années, $[\text{Fe}/\text{H}] = -0,2$ et placée à une distance de 7,6 kpc) et utilisée pour la conversion entre les magnitudes en bande I et K , après correction de l'extinction. La zone grisée correspond à la dispersion typique associée aux différents paramètres de l'isochrone de référence. Les contours bleus (en échelle logarithmique) représentent la densité de probabilité de la distribution des points bleus. Le panneau de droite représente l'histogramme cumulé du nombre d'événements dont la magnitude en bande K au pic est plus faible que K .

sélectionnés dans la statistique.

Enfin, le panneau de droite de la Fig. 8.27 représente l'histogramme cumulé des événements en fonction de la magnitude en bande K au pic d'amplification. Cette étude statistique montre que la cible la plus brillante avait potentiellement une magnitude $K = 7,8$ mag et que vingt-six événements ont une magnitude au pic inférieure à dix dans cette bande spectrale. Ceci correspond donc à six à sept événements en moyenne par an. Environ neuf événements ont une magnitude au pic inférieure ou égale à 9 mag, soit environ deux par an. Ces événements auraient très probablement été observables par CHARA en terme de magnitude limite, mais les contraintes observationnelles liées à la météo et la visibilité du bulbe galactique ne permet pas de dire de manière certaine que ces événements auraient effectivement donné lieu à une mesure de visibilité. Cependant, avec en moyenne un peu plus de deux cibles par an pour CHARA et plus d'une dizaine d'événements observables pour de futurs instruments tels que Gravity dont la magnitude limite sera supérieure à dix en bande K (Gillessen et coll., 2006), le succès de telles mesures n'est qu'une question de temps et d'opportunités saisies ou ratées. S'il n'y avait qu'un seul enseignement des travaux réalisés sur ce sujet pendant ma thèse que je souhaiterais mettre en exergue, il s'agirait du fait que la mise en commun des informations obtenues, d'une part grâce au suivi photométrique des microlentilles et d'autre part grâce à la modélisation en temps réel des événements en cours, rendue possible par l'expérience acquise de plus de dix ans de modélisations théoriques et numériques, est actuellement la meilleure manière de mettre toutes les chances du bon côté pour réaliser cette mesure, aujourd'hui à portée de main.

8.7 Interferometric observations of microlensing events (article soumis)

Cet article (Cassan & Ranc (2015), soumis à A&A) introduit le nouveau formalisme que nous avons décrit et propose une statistique fiable du nombre d'événements qu'il serait possible d'observer. Le résultat de certaines simulations présentées dans ce chapitre, en particulier le lien

entre les observables et les contraintes sur le vecteur $\theta_{\mathbf{E}}$ feront l'objet d'un article plus détaillé, en préparation.

Interferometric observations of microlensing events

A. Cassan and C. Ranc

Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 6 et CNRS, UMR 7095, Institut d'Astrophysique de Paris, 98 bis bd Arago, 75014 Paris, France

Received <date> / accepted <date>

ABSTRACT

Interferometric observations of microlensing events will provide unique constraints on the physical properties of the lensing systems, but no observation has yet succeeded. In this Letter, we first present a formalism that closely combines interferometric and microlensing observable quantities, which lead us to define an original microlensing (u, v) plane. We then perform a detailed analysis of the expected number of targets in the light of new microlensing surveys (2011+) which currently deliver 2000 alerts/year. We find that a few events are already at reach of long baseline interferometers (CHARA, VLTI), and a rate of about 6 events/year is expected with a limiting magnitude of $K \simeq 10$. This number would increase by an order of magnitude by raising it to $K \simeq 11$. We thus expect that a new route for characterizing microlensing events will be opened by the upcoming generations of interferometers.

Key words. Gravitational lensing: micro - Techniques: interferometric - Planets and satellites: detection

1. Introduction

Gravitational microlensing results in the bending of light rays emitted by a background source star when they pass close to an intervening lensing massive object, such as a star or a planetary system, thereby splitting the source's disk into several images. While the typical angular separation of these images (of order of a milliarcsecond, or mas) is far too small to be resolved by classical telescopes, long-baseline interferometers of 100 m or more can in theory resolve them. Such observations have great potential to put constraints on the mass and distance of the microlensing system.

Delplancke et al. (2001) derived the fringe visibility produced by the two point-like images of a point source lensed by a single lens, and discussed the possibility of observing them with the ESO Very Large Telescope Interferometer (VLTI). Dalal & Lane (2003) further extended this study to closure phase measurements, introduced the Einstein ring radius θ_E in the formalism, and performed a first estimation of the number of potential targets. Since high magnification events are the most promising targets, Rattenbury & Mao (2006) studied the effect in visibility and closure phase of the spatial extension of the source for a single lens, which are then non negligible.

In this work, we first establish a new formalism to put together interferometric and microlensing quantities, which lead us to define a microlensing (u, v) plane (sec. 2). We then discuss microlensing interferometric observables together with light curve modeling and physical parameter measurements (sec. 3), and finally perform a detailed analysis of expected number of targets in the light of new generation of microlensing alert networks (sec. 4).

2. Interferometric microlensing

2.1. Einstein ring radius

During a microlensing event, the multiple images of the source have typical separations of about the diameter of the Einstein

ring whose angular radius is

$$\theta_E = \sqrt{\kappa M \pi_{\text{rel}}}, \quad (1)$$

while their exact position in the plane of the sky at time t is given by the lens equation (sec. 3.1). In Eq. (1), M is the total mass of the lens, $\pi_{\text{rel}}/\text{AU} = D_L^{-1} - D_S^{-1}$ is the relative lens-source parallax (respectively located at distances D_L and D_S from the Sun) expressed in astronomical units (AU), and $\kappa \simeq 8.144 \text{ mas}/M_\odot$ is a constant. For standard microlensing scenarios ($M \sim 0.5 - 1 M_\odot$, $\pi_{\text{rel}} \sim 0.03 - 0.4 \text{ mas}$), $\theta_E \sim 0.3 - 1.7 \text{ mas}$; long-baseline interferometers are therefore the instruments of choice for resolving the individual images.

Interferometers not only have the ability to measure the angular separation of individual images, but also they measure their position in the plane of the sky. This situation is very similar to astrometric microlensing, in which the shift of the images light centroid is measured while the individual images are not resolved (e.g. Dominik & Sahu 2000): the centroid shift is directly proportional to θ_E , while its direction is directly linked to the lens-source relative angular motion μ_{rel} (in the observer's frame) through the microlensing model. This led Gould & Yee (2014) to introduce a new quantity, the *vector Einstein radius* (two-dimensional in the plane of the sky),

$$\theta_E \equiv \frac{\mu_{\text{rel}}}{\mu_{\text{rel}}} \theta_E, \quad (2)$$

whose direction is that of μ_{rel} and whose magnitude is θ_E . This brings very interesting properties to measure the lens physical parameters when combined with other two-dimensional measurements, such as parallax (Gould & Yee (2014), cf. sec. 3.4). Hence we can generalize this approach to any kind of measurement, as long as it delivers an angle and a direction in the sky. Following this idea, we develop below a formalism exploiting the properties of vector θ_E for interferometric observations.

2.2. The microlensing (u, v) plane

Microlensing of a source star results in a distribution of light $I(\theta)$ in the plane of the sky, where $\theta = (\theta_x, \theta_y)$ is the angular position vector in physical units relative to a given (O, x, y) orthonormal frame. The interferometer measures the squared modulus of the fringe visibility, $V^2 = |\mathcal{V}|^2$, where $\mathcal{V} \in \mathbb{C}$ is computed via the van Cittert-Zernike theorem,

$$\mathcal{V}\left(\frac{B_x}{\lambda_0}, \frac{B_y}{\lambda_0}\right) = \frac{\iint I(\theta_x, \theta_y) e^{-i2\pi \frac{B_x \theta_x + B_y \theta_y}{\lambda_0}} d\theta_x d\theta_y}{\iint I(\theta_x, \theta_y) d\theta_x d\theta_y}. \quad (3)$$

Here, \mathbf{B} is the interferometer baseline (vector linking two telescopes) projected onto the plane of the sky, and λ_0 is the wavelength of the observation. In Fourier formalism, we equivalently write the integrals in Eq. (3) as

$$\text{FT}[I](u, v) = \iint I(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (4)$$

with $I(x, y) = I(\theta)$ and using the definition of the Fourier transform, which, from Eqs. (3) and (4) implies

$$ux + vy \equiv \frac{\mathbf{B}}{\lambda_0} \cdot \boldsymbol{\theta} \equiv -\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\theta}. \quad (5)$$

In this expression, we have introduced the vector $-\mathbf{k}(\lambda_0, t)$, the two-dimensional projection onto the plane of the sky of \mathbf{B}/λ_0 at observation time t . At this stage, we have not defined yet the coordinate system (x, y) . To make a natural link between microlensing and interferometry formalisms, we choose (x, y) to be the classical microlensing coordinates of the images in the lens plane, expressed in θ_E units. It results from Eq. (5) that (u, v) are spatial frequencies in θ_E^{-1} units, which is recalled by the subscript ‘E’ in our adopted expression (equivalent to Eq. (3)) of the fringe visibility,

$$\mathcal{V}_E(u, v) = \frac{\text{FT}[I](u, v)}{\text{FT}[I](0, 0)}. \quad (6)$$

These (u, v) coordinates hence define a new microlensing interferometric plane that we will call the *microlensing*, or *Einstein* (u, v) plane. The connection between microlensing image positions and corresponding fringe visibility patterns in the Einstein (u, v) plane is illustrated in the right panels of Fig. 1.

It finally remains to define the orientation of the (x, y) coordinate system in the plane of the sky (which also defines the orientation of (u, v) since they are conjugate Fourier variables). A natural choice is to take the x -axis to be along $-\boldsymbol{\theta}_E$ with (x, y) right-handed to follow usual microlensing conventions (left panel of Fig. 1). While \mathcal{V}_E can be computed in the Einstein (u, v) plane directly from the images position calculated from the microlensing model (cf. sec. 3.1), the actual (u, v) probed by a specific measurement is a combination of the magnitude of the two components of $\boldsymbol{\theta}_E$ (microlensing side) and the two components of \mathbf{k} (interferometry side), and reads

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \boldsymbol{\theta}_E \cdot \mathbf{k} \\ \boldsymbol{\theta}_E \times \mathbf{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{E,N} k_N + \theta_{E,E} k_E \\ \theta_{E,N} k_E - \theta_{E,E} k_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \theta_{E,\parallel} k_{\parallel} + \theta_{E,\perp} k_{\perp} \\ \theta_{E,\parallel} k_{\perp} - \theta_{E,\perp} k_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

In the two latter expressions, $\boldsymbol{\theta}_E$ has been first decomposed in the North-East frame (N, E) , while in the second case it has been decomposed in a parallel-perpendicular frame (\parallel, \perp) related to parallax measurements. These aspects are detailed in sec. 3.4.

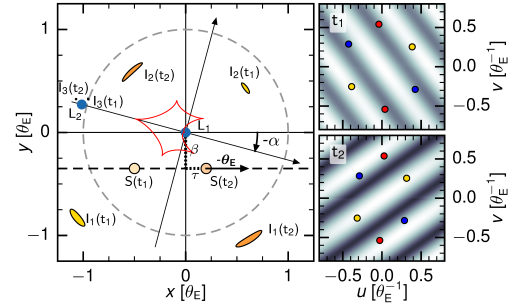


Fig. 1. Left panel: Vector Einstein radius $\boldsymbol{\theta}_E$ is along the x -axis and has same direction as the lens-source relative motion. The primary lens component L_1 is fixed at the center of the coordinate systems and the secondary L_2 is at $-s e^{-i\alpha}$. The source S is located at $\tau(t) + i\beta(t)$, and is shown at two epochs $S(t_1)$ and $S(t_2)$. The corresponding images are labelled $I_k(t_1)$ and $I_k(t_2)$. Right panels: Fringe visibilities patterns at epochs t_1 and t_2 (same observing filter), illustrating microlensing supersynthesis. The colored points mark the (u_i, v_i) measurements obtained with three different baselines.

2.3. Microlensing supersynthesis

Interferometric observations consist in sampling the (u, v) plane at given epochs t_i and measure the corresponding fringe visibilities at microlensing spatial frequencies (u_i, v_i) .

All possible combinations of 2 telescopes amongst N will give rise to $N!/2(N-2)!$ possible baselines, and the same number of pairs of (u_i, v_i) data points. When three (or more) telescopes are available, it is possible to build the complex product of the individual complex visibilities and measure the so-called closure phase (e.g. Dalal & Lane 2003; Rattenbury & Mao 2006), $\phi_{E,123} = \arg(\mathcal{V}_{E,12} \mathcal{V}_{E,23} \mathcal{V}_{E,31})$. In fact, a right arrangement of three baselines gives $\mathbf{B}_{12} + \mathbf{B}_{23} + \mathbf{B}_{31} = \mathbf{0}$, which implies that the phase errors (due to atmospheric turbulence) in the visibility of the individual baselines cancel out, resulting in a well-measured *microlensing closure phase*. Measuring this quantity is particularly interesting because the expected signal-to-noise ratio is lower than that of the visibility (Dalal & Lane 2003). In practice however, closure phase works well with three telescopes but is challenging with more telescopes.

Once the observing baselines are chosen, the simplest way to further sample the (u, v) plane is to use the rotation of the Earth, a technique called supersynthesis: u and v map the (u, v) plane as \mathbf{k} varies time according to Eq. (7). The same equation shows that changing the wavelength λ_0 of observation also affects \mathbf{k} , and additional data points in the (u, v) plane are obtained when multi-band observations are performed (e.g. in H and K).

Finally, microlensing itself provides an intrinsic *microlensing supersynthesis*: as the source moves relative to the lens, the microlensed images will change in position and shape, resulting in a change of the visibility pattern. Depending on the configuration, this change can range from barely noticeable to very strong. In the case of a single lens for example, the two diametrically opposite images rotate with time around the Einstein ring, and one can show that their maximum rotation rate ω (rad/s) is given by $\omega \simeq 1/u_0 t_E$, where $u_0 \ll 1$ is the closest approach between the source and lens in θ_E units and t_E the event’s timescale.

3. Microlensing models

3.1. Point-source single and binary lenses

The multiple image positions of a point-source lensed by a binary-mass object with mass ratio $q < 1$ are given by the com-

plex lens equation (Witt 1990),

$$\zeta = z - \frac{1}{1+q} \left(\frac{1}{\bar{z}} + \frac{q}{\bar{z} + se^{i\alpha}} \right), \quad (8)$$

where $\zeta = \xi + i\eta$ is the affix of the source and $z = x + iy$ is the affix of the images z_k found by solving the lens equation (for a binary lens, there are three or five solutions for z , and only two for a single lens). Both ζ and z are in θ_E units. Following the convention of Cassan (2008), the primary body is at the center of the coordinate system, and the source trajectory makes an angle α with respect to the binary lens axis (with the secondary on the left). It results from the choice made in sec. 2.2 (x -axis along θ_E) that the affix of the secondary lens is $-se^{-i\alpha}$, where $s > 0$ is the binary-lens separation. The single lens equation is obtained setting $q = 0$.

Each point-like image k has a flux magnified by a factor $\mu_k = |\partial\zeta/\partial z|^{-1}$ with respect to the source flux F_S , and thus contributes an additive term $\mu_k F_S \delta(x - x_k, y - y_k)$ to the total intensity $I(x, y)$. The corresponding complex visibility (in θ_E^{-1} units) then reads

$$\mathcal{V}_E(u, v) = \frac{1}{\sum_k \mu_k} \sum_k \mu_k e^{-i2\pi(u x_k + v y_k)}. \quad (9)$$

We obtain better contrasts when at least two of the μ_k are close in magnitude.

3.2. Finite-source effects

The effect of the finite size of the source has been studied in detail by Rattenbury & Mao (2006) in the single lens case. Images are then spatially extended and distorted, and form *macro images*. For example, a ring-like image is a merger of two extended, single-lens images. The authors found that finite-source effects become significant at high magnification, when the two images are very elongated along the Einstein ring. We can generalize this finding to the case of binary lenses: when the source crosses a caustic, it generates a macro image which has an elongated shape, and which angle relative to the critical line and ellipticity can be evaluated through a Taylor expansion of the lens equation (like that of Schneider & Weiss 1986).

To compute the visibility from Eq. (6), numerical integration is required since, obviously, there exists no analytical formula (even in the single lens case, Rattenbury & Mao 2006). Contouring and inverse ray shooting methods provide integration methods of choice, by analogy with magnification. Contouring methods (Bozza 2010; Dominik 2007) first calculate the macro images contours of the extended source, which in practice generates many difficulties (e.g. Dong et al. 2006). Once the oriented contours $\partial I = (X, Y)$ are drawn for each macro image, Green-Riemann's formula provides an easy and inexpensive way to compute the visibility by replacing surface integrals in Eq. (4) by contour integrals, such as

$$-\frac{i}{2\pi} \oint_{\partial I} \frac{e^{-i2\pi(uX+vY)}}{v} dX = \frac{i}{2\pi} \oint_{\partial I} \frac{e^{-i2\pi(uX+vY)}}{u} dY \quad (10)$$

in the case of a uniformly bright source with $I(x, y) = 1$. Limb-darkened sources are treated as nested uniform disks forming a number of annulus of same intensity. Inverse ray shooting (Wambsganss 1997) can be used to compute the visibility, provided that each ray carries complex factor $e^{-i2\pi(ux+vy)}$ of the pixel point $x + iy$ in the lens plane it was shot from. Improvements of these methods using contouring and ray shooting of a larger source (Dong et al. 2006) can be easily adapted to visibility calculations.

3.3. Blend sources

Microlenses are compact massive objects located at $D_L \sim 1 - 8$ kpc from Earth, but only stars are bright enough to introduce a significant blend contribution to the total light. At these distances, typical angular radius of stars range from $0.1 - 10 \mu\text{as}$, and are not resolved by the interferometer. Hence the lens, as well as other blending sources l , contribute an additive term $g_l F_S \delta(x - x_l, y - y_l)$ to $I(x, y)$, with g_l the corresponding blend ratio relative to F_S in the observing passband. In the visibility formula Eq. (9), $g_l e^{-i2\pi(u x_l + v y_l)}$ terms further enter the sum while the normalization is changed to the sum of all μ_k and g_l .

Blending sources decrease the global contrast of the visibility, and should be included in the calculation (although this aspect has not been considered in previous studies). Nevertheless, blended events are not the rule, but when it is the case, g_l can usually be estimated with enough precision from the photometric monitoring.

3.4. Model parameters and lens physical parameters

With the lensing system fixed in the reference frame, the source trajectory is usually modeled through two time-dependent quantities,

$$\tau = \frac{t - t_0}{t_E} + \delta\tau, \quad \beta = u_0 + \delta\beta, \quad (11)$$

where τ is along the source motion and β in the perpendicular direction, as seen in Fig. 1; u_0 is the minimum distance between the source and the lens primary, t_0 is the corresponding date, and t_E is the time it takes for the source to travel one θ_E . The two correction terms $\delta\tau$ and $\delta\beta$ are non-trivial and time-dependent when parallax effects are significant (Gould 1994).

The light curve model provides the parameters of the lens and trajectory such as q , s , t_E , α , t_0 and u_0 aforementioned, but in favorable cases also a measurement of the parallax vector π_E or the source size ρ in θ_E units. The best photometric model then predicts the shape and position of the images in θ_E units at any time t (with a given uncertainty) and thus yields the corresponding visibility pattern in θ_E^{-1} units at t , which can be compared to interferometric data points in the Einstein (u, v) plane (right panels of Fig. 1). Then, the two components of θ_E are adjusted as two independent parameters to match the values of the predicted and measured Einstein (u_i, v_i) through Bayesian (MCMC, DEMC) algorithms (Kains et al. 2012; Cassan et al. 2010). The advantage of the formalism developed here is that two components of θ_E in Eq. (7) are constrained separately with potentially different probability distribution widths.

As seen in Eq. (1), θ_E is a combination of the lens mass M and distance D_L through π_{rel} , since D_S is usually well-known from color-magnitude diagrams (in most cases, the source is in the Galactic bulge, at $D_S \simeq 7.6$ kpc). Several second order effects can be used to constrain these parameters, and can even lead an over-constrained problem (Ranc et al. 2015). In particular, when θ_E is measured, quantities

$$\mu_{\text{rel}} = \theta_E / t_E, \quad v_{\perp} = D_L \mu_{\text{rel}}, \quad (12)$$

are immediately found, since t_E is measured from the light curve fit. Here, v_{\perp} is the physical lens-source speed (km/s) at the lens position, which can be directly compared to predictions of Galactic models. The measure of θ_E also provides an independent lens mass-distance relation,

$$M \pi_{\text{rel}} = \theta_E^2 / \kappa. \quad (13)$$

Combined with the measurement of vector parallax π_E (which has same direction as θ_E and amplitude $\pi_E = \pi_{\text{rel}}/\theta_E$), Eq. (13) directly yields the lens mass,

$$M = \frac{\theta_E}{\kappa\pi_E} = \frac{\theta_{E,\parallel}}{\kappa\pi_{E,\parallel}}. \quad (14)$$

In the first case, the modulus of θ_E and π_E are used, but much more precise measurements can be obtained if individual components of these quantities are used (last term). In fact, as argued by Gould & Yee (2014) in the case of astrometric microlensing, $\pi_{E,\parallel}$ is much better constrained than $\pi_{E,\perp}$ or π_E , because $\pi_{E,\parallel}$ undergoes a much larger variation than $\pi_{E,\perp}$. The lens distance is finally obtained through Eq. (13), though with less precision.

4. Interferometric microlensing targets

New generations of alert telescopes (2011+) have increased the rate of microlensing event detections from a few hundreds to more than 2000 per year. This provides an unprecedented ground for predicting interferometric microlensing targets. Here we use data of all microlensing events alerted by the OGLE collaboration (Optical Gravitational Lensing Experiment) Early Warning System during seasons 2011-14 (4 years, ~ 7000 events) to perform a precise estimation of a mean number of targets per year as a function of interferometer K -limit magnitude.

To do so, for every individual OGLE event we first correct from extinction the source (de-blended) I baseline magnitude using A_I maps from Nataf et al. (2013). These de-reddened I magnitudes are compared to a reference isochrone (Girardi et al. 2002) of age 8 Gyr and metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.2$, and assuming the source is located at 7.6 kpc. This isochrone is displayed as the dark gray thick line in the left panel of Fig. 2, while the light gray shaded area indicates dispersion around this central value for isochrones spanning ages, metallicities and source distances of respectively 5 to 10 Gyr, -0.5 to 0.2 dex and 6 to 8 kpc. From this we derive magnitudes in K , which are then corrected from microlensing maximum magnification ($-2.5 \log A$) and reddened using A_K maps from Marshall et al. (2006), which yields the predicted instrumental K magnitudes at peak.

At this point, we systematically remove all events that have $\delta = I_p - I_m \leq -0.8$, where I_p is the magnitude at peak and I_m the lowest magnitude measured. This criterion is very efficient to detect events with badly covered peaks, which results in unrealistically high predicted magnifications. Cases where $\delta \geq 0$ are all kept in the final sample, since they appear to be almost always binary-lens events with minimum magnitude underestimated by single-lens models. These criteria are conservative in the sense they tend to underestimate the number of favorable events. When $-0.8 < \delta < 0$, we examine individually all events with $K \leq 10$ and select 26 events out of 27 selected by previous criteria. The final sample is shown as blue dots in Fig. 2. Blue contours draw logarithmic levels of a non-parametric estimation of the probability density of the resulting distribution.

In the right panel of Fig. 2, we show the cumulative histogram of the number of events with K peak magnitudes lower than K . The first potential target appears at $K \approx 7.8$, while 26 events already have $K \leq 10$ (hence, a mean of 6 – 7/per year). The CHARA interferometer (Center for High Resolution Astronomy) has limiting magnitudes of $K \approx 9$, but can reach 10 in exceptional cases. These magnitudes are also at reach of VLTI using not only Unit Telescopes (UT, 8m), but also Auxiliary Telescopes (AT, 1.8m). From our study, an increase of only one magnitude would already provide an order of magnitude more microlensing targets for the next generation of instruments.

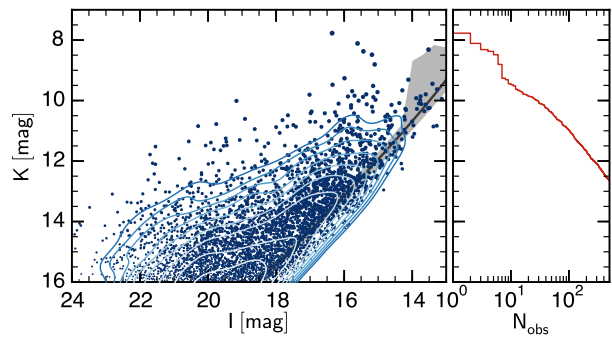


Fig. 2. *Left panel:* Predicted instrumental K at peak vs. de-blended I of the source for microlensing events alerted by OGLE in 2011-14 which passed our selection criteria (blue dots). The dark gray line is a reference isochrone of age 8 Gyr and metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] = -0.2$ for a source at 7.6 kpc, and is used to derive the source's K magnitude after treatment of extinction. The light gray shading indicates the typical dispersion around the reference isochrone in all these parameters. Blue contour lines (logarithmic levels) draw the probability density of the dots distribution. *Right panel:* Cumulative histogram of the number of events that have a K peak magnitude lower than K .

5. Conclusion and perspectives

New perspectives of interferometric observations of microlensing events have been opened by recent improvements in the sensitivity of long baseline interferometers such as CHARA and VLTI, and we have shown that several microlensing events per year are already at reach. The observational strategy requires a rapid-response microlensing photometric follow-up and efficient alert system, which are already in place, and a Target-of-Opportunity observing strategy for the interferometers, which has been successfully tested on CHARA in May 2015 by the authors and the CHARA team. Interferometric microlensing observations carry great promises to characterize completely many more microlensing systems in a near future.

Acknowledgements. The authors are grateful to the OGLE collaboration for providing online data and basic parameters of all microlensing events. The authors thank V. Foresto, S. Ridgway and the CHARA team for collaborating on testing the full observational strategy in a real case in May 2015. This work was supported by Université Pierre et Marie Curie grant Émergence-UPMC 2012.

References

- Bozza, V. 2010, MNRAS, 408, 2188
- Cassan, A. 2008, A&A, 491, 587
- Cassan, A., Horne, K., Kains, N., Tsapras, Y., & Browne, P. 2010, A&A, 515, A52
- Dalal, N. & Lane, B. F. 2003, ApJ, 589, 199
- Delplancke, F., Górski, K. M., & Richichi, A. 2001, A&A, 375, 701
- Dominik, M. 2007, MNRAS, 377, 1679
- Dominik, M. & Sahu, K. C. 2000, ApJ, 534, 213
- Dong, S., DePoy, D. L., Gaudi, B. S., et al. 2006, ApJ, 642, 842
- Girardi, L., Bertelli, G., Bressan, A., et al. 2002, A&A, 391, 195
- Gould, A. 1994, ApJ, 421, L71
- Gould, A. & Yee, J. C. 2014, ApJ, 784, 64
- Kains, N., Browne, P., Horne, K., Hundertmark, M., & Cassan, A. 2012, MNRAS, 426, 2228
- Marshall, D. J., Robin, A. C., Reylé, C., Schultheis, M., & Picaud, S. 2006, A&A, 453, 635
- Nataf, D. M., Gould, A., Fouqué, P., et al. 2013, ApJ, 769, 88
- Ranc, C., Cassan, A., Albrow, M. D., et al. 2015, ArXiv e-prints
- Rattenbury, N. J. & Mao, S. 2006, MNRAS, 365, 792
- Schneider, P. & Weiss, A. 1986, A&A, 164, 237
- Wambsganss, J. 1997, MNRAS, 284, 172
- Witt, H. J. 1990, A&A, 236, 311

Conclusion

LES MICROLENTILLES GRAVITATIONNELLES représentent un formidable outil en astrophysique et un phénomène fascinant à étudier. Leur exploitation dans le but de détecter des planètes extra-solaires s'avère être un indéniable atout pour ce domaine encore jeune. Les microlentilles gravitationnelles sont maintenant entrées dans le langage commun pour désigner l'une des techniques permettant la découverte d'exoplanètes. La première partie de ce mémoire a permis d'identifier les singularités qui rendent cette technique complémentaire des vitesses radiales, des transits, de l'imagerie directe et de l'astrométrie. En particulier, elle se positionne comme une méthode de choix pour détecter des planètes de très faible masse en orbite à plusieurs unités astronomiques de leur étoile, au-delà de la ligne des glaces, berceau des planètes telluriques et géantes.

Au début de ma thèse, la communauté des microlentilles était déjà très expérimentée en matière de détection et d'analyse d'événements. Les collaborations OGLE et MOA permettaient déjà de détecter plus de deux mille événements chaque année grâce à leur caméra grand champ. La détection d'un maximum d'événements était et reste leur objectif principal, car seule une fraction d'entre eux révèlent la présence d'une exoplanète. Les événements les plus prometteurs sont alors identifiés et observés de manière privilégiée par des collaborations de suivi, sans qui une caractérisation fiable serait impossible dans la majorité des cas. La collaboration PLANET que j'ai rejointe est basée à l'Institut d'astrophysique de Paris. Elle effectue du suivi d'événements dans lequel j'ai pris une place active en tant qu'observateur lors d'un séjour en Afrique du Sud. Mon travail consistait à observer des cibles de microlentilles identifiées par le *homebase* de PLANET et à faire sur place une première réduction des données pour les rendre disponibles le plus rapidement possible à l'ensemble de la communauté et pour alimenter les algorithmes de modélisation en temps réel. Plus récemment, ayant intégré la collaboration RoboNet, j'ai pu mettre en pratique cette expérience acquise dans une nouvelle tâche, la gestion à distance d'observations réalisées par des télescopes robotisés. Ce travail d'observation s'est révélé d'une grande richesse pour moi, il m'a fait réaliser à quel point il s'agissait d'un art subtil et a assurément nourri mon travail de modélisation ultérieur. Si une certaine maturité a été atteinte par la recherche dans le processus de détection et de suivi des effets de microlentilles gravitationnelles, le paysage dans ce domaine est en train de changer. En particulier, j'ai assisté au cours de ma thèse à la naissance opérationnelle de KMTNet, une collaboration dotée d'un nouveau réseau de télescopes en Amérique du Sud, en Afrique et en Australie. Très rapidement la qualité des mesures réalisées a été remarquée et ce réseau pleinement fonctionnel change du tout au tout la cadence avec laquelle les cibles de microlentilles sont observées. La détection d'événements de microlentille est aujourd'hui devenue commune, néanmoins la question se pose du traitement et de l'analyse des données associées. Ce processus exige une fine connaissance des modèles de microlentilles et une expérience longue à acquérir en matière de modélisation numérique.

La deuxième partie de ce mémoire est consacrée à la description de ces modèles, partant des bases les plus fondamentales sur lesquelles repose la physique des microlentilles jusqu'aux développements les plus récents motivés par l'optimisation de l'utilisation de ressources numériques.

L'élaboration de modèles physiques et la mise en œuvre pratique d'algorithmes numériques permettant l'analyse de courbes de lumière ont constitué la plus grande partie de mon travail. J'ai en particulier pris conscience de la difficulté que représente l'utilisation de modèles mathématiques décrivant des systèmes physiques idéalisés pour caractériser des courbes de lumière de microlentilles réelles. En effet, la qualité photométrique des données est telle que la prise en compte d'effets les plus subtils est devenue une nécessité, d'abord pour bien décrire les courbes de lumière, mais aussi parce que c'est grâce à eux que les paramètres physiques de la lentille sont mesurés. Parmi ces effets à prendre en compte, citons la modélisation d'une source étendue qui est devenue presque systématique, l'effet de parallaxe due au mouvement terrestre ou encore le mouvement orbital de la lentille. La modélisation précise d'un événement de microlentille et des caractéristiques physiques du système associé requiert alors bien souvent une stratégie dédiée pour analyser méticuleusement les raisons des dégénérescences qui apparaissent et les traiter en conséquence. Le chapitre 5 expose les méthodes utilisées dans la pratique pour modéliser ces effets qui rendent considérablement plus délicate et plus longue la modélisation d'une courbe de lumière, cette dernière mobilisant d'importantes ressources de calcul. Par exemple, un Monte Carlo par chaîne de Markov (MCMC) lancé en parallèle sur huit CPU pour modéliser une courbe de lumière à l'aide d'un modèle de lentille binaire avec source étendue, parallaxe et mouvement orbital de la lentille, nécessite de 24h à 48h de calculs pour qu'il soit possible de se faire une première idée des solutions. Et ceci n'est qu'une partie du processus de modélisation qui exige de répéter cette étape de nombreuses fois. La caractérisation des lentilles dont la courbe de lumière est anormale permet de découvrir une variété importante de systèmes. J'ai pleinement pris part à la modélisation de courbes de lumière de tout type.

Dans la deuxième partie, j'ai présenté ma contribution à une étude pionnière réalisée sur des événements de lentilles simples simultanément observés depuis le satellite Spitzer et le sol. Après avoir réduit les données correspondantes obtenues au sol, j'ai modélisé chacun de ces événements qui ont été inclus dans l'analyse finale. L'effet de parallaxe Terre-Espace a permis de construire la première distribution de lentilles dans la Voie lactée par un traitement systématique et identique d'une grande quantité de données. Cette étude pose les jalons d'investigations en cours et futures qui construiront la distribution des exoplanètes dans la Voie lactée. D'autre part, j'ai présenté dans cette partie la caractérisation de deux planètes, un jupiter et un super-jupiter, chacune en orbite au-delà de la limite des glaces autour d'une étoile M, type le plus commun des étoiles de la Voie Lactée. La découverte d'objets à ces distances de leur étoile interroge les scénarios de formation correspondants. Si la sensibilité de la méthode des microlentilles est souvent vantée pour ses performances à faible masse, elle est tout aussi intéressante dans le domaine des objets de très grandes masses.

La troisième partie de ce mémoire est consacrée au potentiel exceptionnel que la méthode des microlentilles représente pour porter un regard nouveau sur le domaine des naines brunes. Dans cette partie, j'ai décrit l'analyse d'un événement que j'ai menée dans sa totalité et qui a conduit à la découverte de la première naine brune en orbite autour d'une étoile de type solaire par la méthode des microlentilles gravitationnelles. Cette analyse constitue le point d'orgue des difficultés que j'ai rencontrées dans l'analyse d'événements, à cause d'un manque d'observations dans des zones de la courbe de lumière cruciales pour contraindre les modèles. Cette découverte m'a ouvert aux questionnements très actuels liés à la physique de ces objets intrinsèquement plus rares que les exoplanètes. Au terme de l'analyse de l'événement MOA-2007-BLG-197, une statistique non paramétrique permet de donner une nouvelle image du désert des naines brunes, hétérogène et probablement façonné par plusieurs mécanismes de formation agissant simultanément. L'originalité que les microlentilles présentent pour le domaine des naines brunes

est liée au principe même de la méthode qui repose fondamentalement sur un phénomène se produisant à l'échelle galactique. En moyenne, les étoiles subissant cet effet sont les étoiles les plus abondantes. Ainsi, les naines brunes découvertes par microlentille sont majoritairement en orbite autour d'étoiles naines M, systèmes encore difficiles à détecter par d'autres moyens à cause de la luminosité ténue des étoiles de faible masse. Alors que la population des naines brunes en orbite autour d'étoiles solaires semble pouvoir être décrite par plusieurs scénarios de formation, la prédiction des théories diffère de manière plus importante dans la description de systèmes impliquant une étoile-hôte de faible masse. Par conséquent, les détections par microlentille fourniront à l'avenir des contraintes originales pour ce domaine de recherche passionnant.

En entrant dans le domaine des microlentilles, j'ai découvert une communauté scientifique très dynamique cherchant à repousser sans cesse les limites du possible. Une des motivations premières de l'innovation dans ce domaine est l'existence d'importantes dégénérescences. Une première étape a été franchie lorsqu'il a été possible de modéliser et de détecter les effets de source étendue sur les courbes de lumière. Toutefois la seule mesure du rayon de la source ne suffit pas à lever toutes les dégénérescences. La longue élaboration d'un formalisme adapté à la description des effets de parallaxe dans les courbes de microlentille a permis des avancées considérables. La mesure de la parallaxe et du rayon de la source lève les dégénérescences liées aux paramètres physiques de la microlentille. Cependant, de tels effets ne sont détectables que pour une petite fraction des événements observés. Il est très clair que la réalisation systématique de mesures astrométriques représente une solution d'avenir, en particulier avec le lancement et la mise en service du satellite Gaia. Une autre possibilité est de se tourner vers l'observation d'événements par interférométrie. Cette technique permettra dans un avenir proche de résoudre les images qui se forment au cours d'un effet de microlentille, de mesurer directement le rayon d'Einstein de la lentille et la direction du mouvement relatif de la lentille par rapport à la source. La dernière partie de ce manuscrit est entièrement consacrée aux enseignements d'une étude prospective que j'ai réalisée sur le sujet. Le prolongement des dernières avancées en microlentille est utilisé pour bâtir un nouveau formalisme, parfaitement adapté aux microlentilles et justifié par le principe même de l'interférométrie. Ce formalisme représente ainsi le regard que porte l'interférométrie sur les microlentilles. Cette étude montre en particulier qu'une mesure de visibilité permet en effet d'apporter des contraintes indépendantes sur le rayon d'Einstein. Elle explore également certaines dégénérescences et propose des solutions pour les dépasser. Enfin, une étude statistique incluant tous les événements détectés ces quatre dernières saisons révèle qu'en moyenne plusieurs événements de microlentille sont assez brillants chaque année pour être observés. Je présente également dans cette partie les outils que j'ai développés, faisant la synthèse, en temps réel, des informations disponibles sur chaque événement dans le but d'aider à identifier le plus tôt possible les cibles d'intérêt. Une proposition d'observations a été acceptée l'année passée pour réaliser des observations avec l'interféromètre CHARA et ces outils ont permis cette année de lancer une première alerte.

Le domaine des microlentilles gravitationnelles est actuellement en plein foisonnement et se trouve à la croisée de plusieurs chemins. Le visage des collaborations internationales a changé, avec l'arrivée de collaborations utilisant des télescopes robotisés (RoboNet) ou des télescopes dédiés (KMTNet). La quantité de données n'a jamais été aussi importante, la qualité de ces données non plus. Pourtant, la communauté des microlentilles reste relativement petite, ce qui impose des délais importants entre l'analyse des événements, qui demande une expertise toute particulière, et la publication des découvertes. De nouvelles grandes révolutions sont en cours dans ce domaine, en particulier avec l'utilisation du satellite Spitzer durant deux mois environ par an pour réaliser des mesures de parallaxe Terre- Espace. Il s'agit d'une avancée importante,

car jamais autant de mesures de distances n'ont été obtenues sur une telle quantité d'événements sélectionnés en suivant un protocole bien établi. Dans un avenir proche, les analyses qui en découleront permettront de construire la distribution des planètes dans notre Voie lactée et d'étudier l'influence de l'activité galactique sur la formation des planètes. Plusieurs demandes de temps d'observations avec le satellite Kepler (K2) ont également été soumises pour réaliser le même type de mesures. Je participerai activement à ces programmes dans les mois qui viennent. L'utilisation de Spitzer et K2 va assurément changer le visage des microlentilles. À plus long terme, un pas important sera également franchi depuis l'espace avec le lancement du satellite européen Euclid de 1,2 m de diamètre qui pourrait être utilisé dans l'infrarouge pour détecter des microlentilles. Ce projet d'observations reste encore à confirmer. Du côté américain, le satellite *Wide-Field Infrared Survey Telescope* (grand champ en infrarouge) observera deux cents millions d'étoiles du bulbe galactique toutes les 15 minutes pendant un peu plus d'un an. Que ce soit du côté européen grâce à Euclid ou américain grâce à WFIRST, les limites de détections en seront bouleversées avec la découverte prévue de plusieurs dizaines de planètes de la masse de Mars et même moins massives encore, autant de planètes errantes et plusieurs centaines de planètes terrestres. La distribution de planètes dans la Galaxie s'affinera de manière décisive avec ces observatoires spatiaux, ouvrant la porte à des observations uniques qui alimenteront de nouvelles contraintes pour les théories de formation planétaire. Ces deux missions modifieront durablement le paysage des microlentilles gravitationnelles, des sciences exoplanétaires et repousseront encore plus loin, à coup sûr, la curiosité de l'homme sur le(s) monde(s).

Compléments aux articles

Sommaire

A.1 Réductions et modélisations d'événements de la saison 2014	249
A.2 Rayon et période moyens d'une orbite	255

A.1 Réductions et modélisations d'événements de la saison 2014

Les pages qui suivent rassemblent le résultat de la modélisation de six événements de microlentille simple inclus dans l'étude de Calchi Novati et coll. (2015). D'abord, la Fig. A.1 rassemble les données photométriques obtenues avec `pySIS`, ainsi que le résultat de leur modélisation réalisée conjointement avec les données de la collaboration OGLE. Le but de cette modélisation était de vérifier la qualité de la réduction des données en testant leur cohérence commune avec les données réduites par OGLE. Le bilan de cette investigation a été positive et les données ainsi réduites incluses à l'étude décrite dans Calchi Novati et coll. (2015). Enfin, le Tab. A.1 regroupe les valeurs des paramètres et leurs incertitudes estimées par un Monte Carlo par chaîne de Markov différentiel (DMCMC). À l'issue de la modélisation, un fichier récapitulant les résultats est produit. Voici, ci-dessous, un exemple du contenu d'un tel fichier.

```
#=====
# File by Clement Ranc (IAP)
# Paris, 14/11/04
#=====
# AOB140805I
#=====
Best model after PSPL fitting (DMCMC):
    t0  6839.92434424
    tE  55.028696518
    u0   0.182418245788
OGLE photometric system:
    fs   0.590285557015
    fb   0.0261198630313
SAAO photometric system:
    fs   30.941018769
    fb  197.042358408
#=====
```

Statistics from DMCMC:

t0 6839.924344 +[5.08e-02] -[5.03e-02]

tE 5.50212e+01 +[1.44e+00] -[1.41e+00]

u0 1.82251e-01 +[6.65e-03] -[6.41e-03]

OGLE photometric system:

fs 5.89635e-01 +[3.61e-02] -[3.45e-02]

fb 2.61100e-02 +[3.42e-02] -[3.58e-02]

SAAO photometric system:

fs 3.09117e+01 +[1.65e+00] -[1.59e+00]

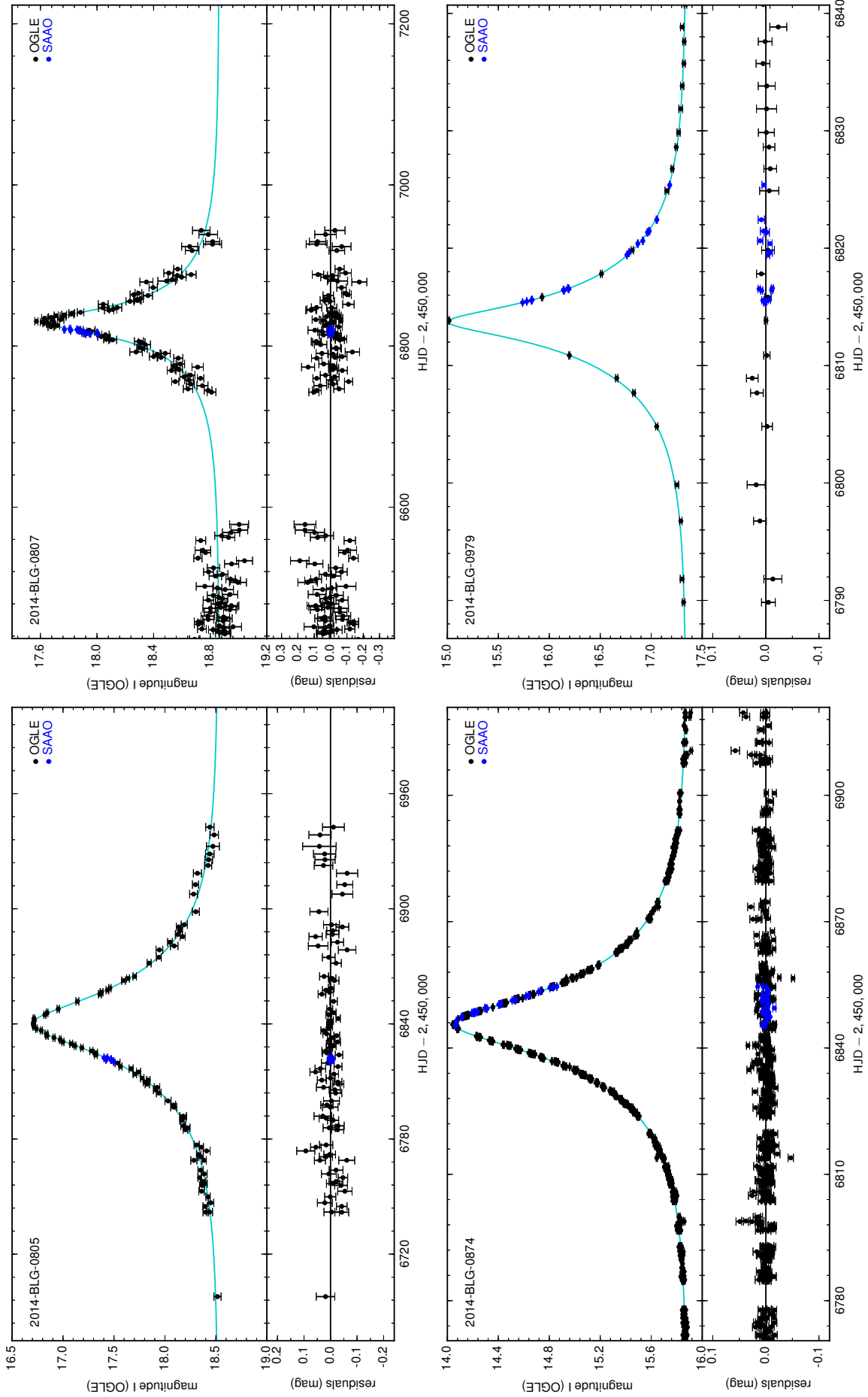
fb 1.97058e+02 +[1.36e+00] -[1.34e+00]

#=====

Frames NOT used to fit a PSPL with OGLE data:

01 - high noise

03 - background gradient



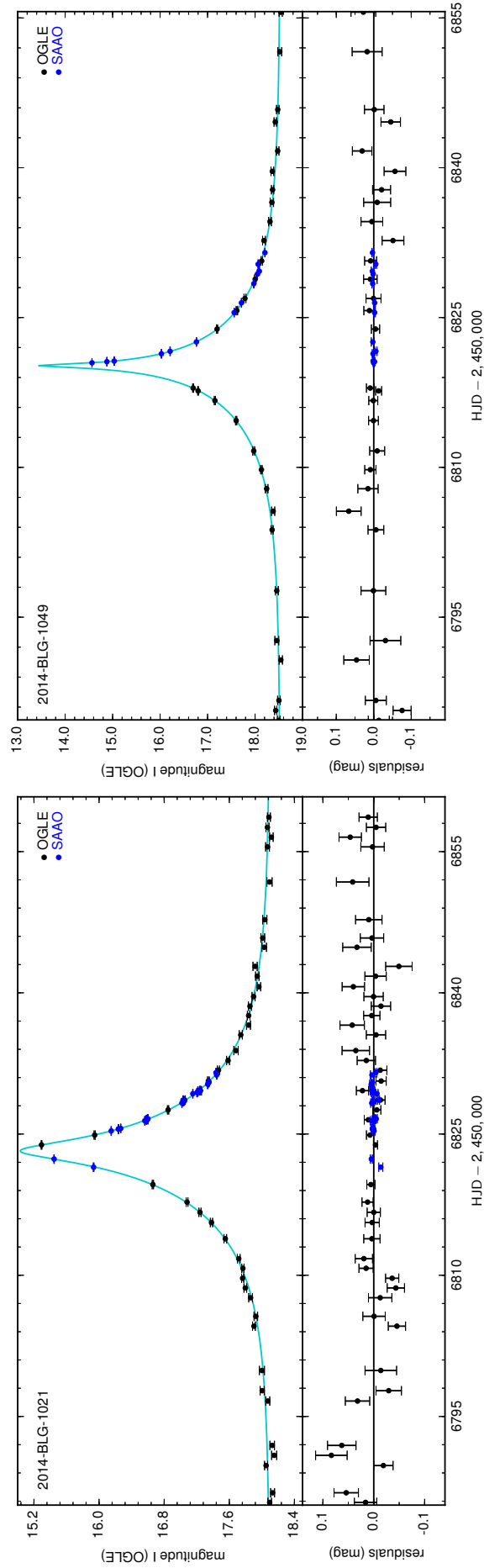


Fig. A.1 – Courbes de lumière de six événements (panneaux du haut, cette page et la précédente) observés par le télescope d’OGLE au Chili (noir) et de la collaboration PLANET au SAAO en Afrique du Sud (bleu). Le meilleur modèle est chaque fois indiqué en vert et les résidus sont indiqués sur le panneau du bas. La photométrie obtenue à SAAO a été incluse dans l’étude de Calchi Novati et coll. (2015) pour obtenir une meilleure contrainte sur la masse et la distance (voir paragraphe § 5.8).

Événement	t_0 [HJD - 2 450 000]	u_0	t_E [jours]	Φ_S (OGLE/SAAO)	Φ_B (OGLE/SAAO)
OB140805	$6\,839,924 \pm 0,051$	$0,1823 \pm 0,0067$	$55,0 \pm 1,4$	$0,590 \pm 0,036 / 30,9 \pm 1,7$	$0,026 \pm 0,036 / 197,1 \pm 1,4$
OB140807	$6\,830,08 \pm 0,15$	$0,0920 \pm 0,0094$	131 ± 11	$0,096 \pm 0,015 / 3,34 \pm 0,52$	$0,354 \pm 0,015 / 156,4 \pm 1,0$
OB140874	$6\,845,6853 \pm 0,0025$	$0,1883 \pm 0,0061$	$25,065 \pm 0,055$	$7,007 \pm 0,037 / 68,57 \pm 0,43$	$0,003 \pm 0,036 / 139,1 \pm 0,66$
OB140979	$6\,813,729 \pm 0,011$	$0,1055 \pm 0,0034$	$8,98 \pm 0,22$	$1,630 \pm 0,085 / 46,6 \pm 2,2$	$0,193 \pm 0,085 / 33,6 \pm 1,7$
OB141021	$6\,823,2028 \pm 0,0036$	$0,0648 \pm 0,0018$	$12,53 \pm 0,23$	$1,002 \pm 0,039 / 21,15 \pm 0,68$	$-0,091 \pm 0,038 / 117,54 \pm 0,50$
OB141049	$6\,820,1756 \pm 0,0055$	$0,00923 \pm 0,00088$	$11,82 \pm 0,31$	$6,269 \pm 0,032 / 12,94 \pm 0,55$	$-0,016 \pm 0,031 / 134,1 \pm 0,43$

Tab. A.1 – Tableau récapitulatif des résultats de la modélisation de six événements de microlentille simple utilisés dans la détermination de la masse et de la distance par parallaxe Terre-Espace Calchi Novati et coll. (2015). Seules les données des collaborations OGLE (télescope de 1,3 m de Las Campanas au Chili) et PLANET (télescope de 1,0 m à Sutherland en Afrique du Sud) ont été modélisées ensemble. L'objectif était de vérifier la qualité de la réduction des données de PLANET que j'ai réalisée.

A.2 Rayon et période moyens d'une orbite

La méthode des vitesses radiales permet de mesurer la masse minimale ou la masse exacte si le compagnon est aussi observé par transit. La méthode des microlentilles permet de mesurer la masse réelle du compagnon et la distance projetée a_{\perp} . Pour comparer ces différents objets, j'ai associé à chaque naine brune découverte par microlentille un demi grand-axe a correspondant à la médiane de la densité de probabilité de a sachant a_{\perp} , notée $p(a | a_{\perp})$, calculée à partir de $p(a_{\perp} | a)$ dont une expression est donnée dans Gould & Loeb (1992) que je démontre ci-dessous.

Étudions le cas d'une orbite circulaire, inclinée d'un angle θ avec la ligne de visée. Dans le plan orthogonal à la ligne de visée, l'angle φ permet de repérer la planète. Appelons a le rayon de l'orbite, et $a_{\perp} = a \sin \theta$ sa projection dans le plan orthogonal à la ligne de visée (le plan du ciel). Supposer que l'inclinaison de l'orbite est équiprobable dans l'espace à trois dimensions revient à dire que la planète se trouve à une position aléatoire sur une sphère de rayon a . Ainsi, $p(\theta, \varphi | a) = 1/(2\pi a^2)$ est une constante par rapport à θ et φ déterminée par la normalisation de la densité de probabilité,

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} p(\theta, \varphi | a) a^2 \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \int_0^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta = 1. \quad (\text{A.1})$$

La densité de probabilité de la projection a_{\perp} sachant a en fonction de la densité de probabilité de θ s'écrit comme un simple changement de variable,

$$p(a_{\perp} | a) = p(\theta | a) \frac{d\theta}{da_{\perp}} = p(\theta) \frac{d\theta}{da_{\perp}}, \quad (\text{A.2})$$

où $p(\theta)$ est la densité de probabilité marginale associée à la variable aléatoire θ (indépendante de a), qui s'écrit

$$p(\theta | a) = \frac{d}{d\theta} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta} p(x, \varphi | a) a^2 \sin x \, dx \, d\varphi = \sin \theta = \frac{a_{\perp}}{a}. \quad (\text{A.3})$$

La fonction de répartition correspondante, $F(\theta) = \int_0^{\theta} \sin x \, dx = 1 - \cos \theta$ est définie sur $[0; \pi/2]$. D'un point de vue statistique, il est donc plus probable d'observer un système dont l'orbite est

très inclinée par rapport à la ligne de visée (par exemple, $\Pr\{\pi/3 < \theta \leq \pi/2\} = 0,5$ alors que $\Pr\{0 < \theta \leq \pi/6\} \approx 0,13$). Par conséquent, les valeurs de a_\perp proches de a sont également plus probables que les valeurs très faibles de a_\perp . D'autre part,

$$\frac{d\theta}{da_\perp} = \frac{1}{a \sqrt{1 - \left(\frac{a_\perp}{a}\right)^2}} = \frac{1}{a \cos \theta}, \quad (\text{A.4})$$

ce qui permet finalement de trouver $p(a_\perp | a)$ défini sur l'intervalle $]0; a]$,

$$p(a_\perp | a) = \frac{a_\perp}{a^2} \left(1 - \left(\frac{a_\perp}{a}\right)^2\right)^{-1/2} = \frac{\tan \theta}{a}. \quad (\text{A.5})$$

Le moment d'ordre un de la distribution de probabilité donne la moyenne de la projection et le moment centré d'ordre deux la variance :

$$\langle a_\perp \rangle = \int_0^a a_\perp p(a_\perp | a) da_\perp = \frac{\pi}{4} a \approx 0,79 a \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma_{a_\perp}^2 = \int_0^a \left(a_\perp - \frac{\pi}{4} a\right)^2 p(a_\perp | a) da_\perp = \left[\frac{2}{3} - \left(\frac{\pi}{4}\right)^2\right] a^2 \approx (0,22 a)^2. \quad (\text{A.7})$$

La fonction de répartition associée est

$$F(r | a) = \int_0^r p(a_\perp | a) da_\perp = 1 - \left(1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2\right)^{1/2}. \quad (\text{A.8})$$

La médiane $a_{\perp 0,5}$ de a_\perp est telle que $F(a_{\perp 0,5} | a) = 0,5$, ce qui donne $a_{\perp 0,5} = a\sqrt{3}/2 \approx 0,87 a$. Enfin, pour une valeur donnée de a , l'intervalle symétrique autour de la médiane dont la probabilité est X est

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} \pm \frac{a}{2} \sqrt{\frac{X^2 - X^4}{3 + X^2}}. \quad (\text{A.9})$$

D'après le théorème de Bayes, la probabilité de a sachant a_\perp s'écrit $\Pr\{a | a_\perp\} \propto \Pr\{a_\perp | a\} \Pr\{a\}$, avec $\Pr\{a\}$ la probabilité *a priori* sur a . En l'absence de plus d'information sur les systèmes exoplanétaires découverts, aucune valeur de rayon de l'orbite ne doit être privilégiée, tous les rayons sont équiprobables et $\Pr\{a\}$ est constant sur \mathbb{R}^+ . Ainsi, après normalisation, la densité de probabilité associée à $a > 0$, étant donnée une mesure de la projection a_\perp , est

$$p(a | a_\perp) = \frac{2 a_\perp}{\pi a^2} \left(1 - \left(\frac{a_\perp}{a}\right)^2\right)^{-1/2}, \quad (\text{A.10})$$

cette densité étant définie sur $[a_\perp; +\infty]$, et la fonction de répartition associée est

$$F(a | a_\perp) = \frac{2}{\pi} \text{Arccos} \left[\frac{a_\perp}{a} \right]. \quad (\text{A.11})$$

Pour caractériser cette fonction, on détermine sa moyenne, son écart-type, sa médiane et l'intervalle de confiance.

Enfin, la période moyenne associée au rayon moyen est calculée en utilisant la troisième loi de Kepler. L'incertitude associée à a correspond à la propagation des erreurs de a à a_\perp , et l'incertitude sur la période est calculée en utilisant un MCMC à partir des incertitudes sur a et la masse M . La Fig. A.2 illustre le travail qui est fait pour chaque événement introduit dans l'étude statistique de l'article Ranc et coll. (2015).

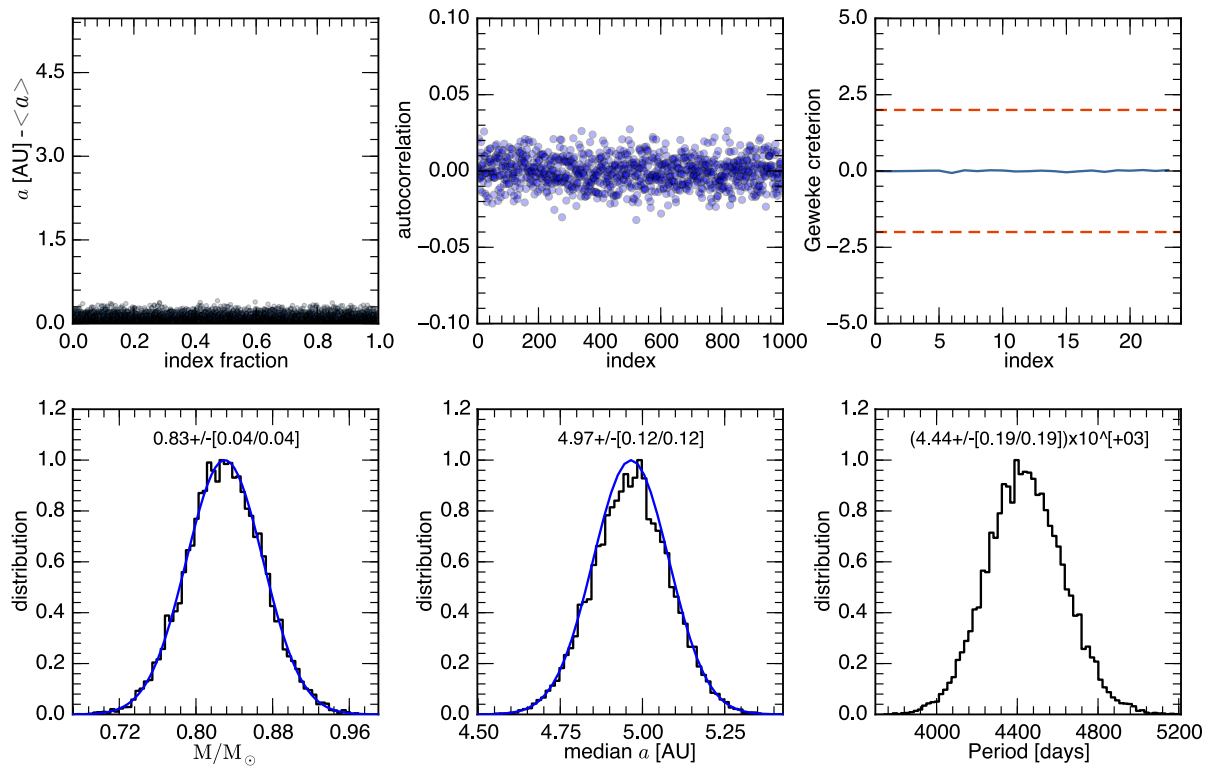


Fig. A.2 – Résultat du MCMC permettant de calculer un demi-grand axe moyen et une période moyenne à partir d'un demi-grand axe projeté. Pour information, les graphiques du haut représentent l'autocorrélation de l'échantillon sur lequel la statistique est réalisée et la valeur du critère de Geweke.

Première tentative d'observation d'une microlentille par vitesses radiales

Sommaire

B.1	Introduction	259
B.2	Lettre soumise	260

B.1 Introduction

Cette annexe présente un projet dans lequel je me suis impliqué très récemment, pendant la rédaction de ce manuscrit. C'est pourquoi il figure en marge de celui-ci. Comme MOA-2007-BLG-197, l'analyse de l'événement OGLE-2011-BLG-0417 est un très bon exemple de cas où la lentille est plus lumineuse que la source. Si, de plus, la lentille est proche, elle a une chance d'être suffisamment lumineuse pour être observée par vitesses radiales, ce qui ouvre une porte vers la possible confirmation des prédictions faites en microlentille et surtout donne une chance de bénéficier d'une caractérisation plus complète de la lentille.

Deux premières tentatives d'observation par vitesse radiale ont été effectuées simultanément par deux groupes de recherche, un français et un américain, sur deux cibles différentes. Le premier essai s'est révélé infructueux et motive de nouvelles investigations.

La lettre du § B.2 présente des mesures réalisées sur l'événement de microlentille OGLE-2011-BLG-0417, détecté en 2011. L'analyse de l'événement de microlentille a permis la caractérisation de la lentille composée d'un système binaire situé à 0,85 kpc, une étoile naine M en orbite autour d'une étoile de $0,5 M_{\odot}$ (Shin et coll., 2012b). La magnitude dans les bandes spectrales I et V ont été estimées à $I = 16,3 \text{ mag}$ et $V = 18,23 \text{ mag}$. La source, quant à elle, est une étoile géante rouge K3 à 8 kpc dont le modèle de la courbe de lumière permet d'estimer $I = 16,74 \text{ mag}$ et $V = 19,42 \text{ mag}$. Cet événement a un temps d'Einstein long, ce qui a permis la mesure d'effets de parallaxe et la caractérisation du mouvement orbital de la lentille. En 2013, une nouvelle étude de cet événement a permis de déterminer tous les paramètres du mouvement képlérien de la lentille et d'en déduire une prédiction complète des courbes de vitesse radiale qui pourraient être observées (Gould et coll., 2013). En particulier, cette analyse prévoyait une amplitude de plusieurs kilomètres par secondes et une période du mouvement orbital de 1,42 an : il s'agissait donc d'un événement tout à fait observable, quoique peu brillant.

Les mesures de vitesse radiale ont été réalisées avec l'instrument UVES du *Very Large Telescope* (VLT) de *European Southern Observatory* (ESO) dans un champ encombré. Dix

spectres d'une heure ont été pris avec un rapport signal à bruit de vingt pour une longueur d'onde de 550 nm. Une fente d'une seconde d'arc a été utilisée, donnant un pouvoir de résolution de 40 000. Deux composantes apparaissent très nettement dans le spectre de la cible obtenu, l'une correspondant à la lentille dans le disque et l'autre à la source dans le bulbe galactique. Les deux composantes sont identifiées grâce à leur couleur respective (la source, dans le bulbe est plus bleue que la lentille, dans le disque) déterminée à l'aide d'observations réalisées dans plusieurs bandes spectrales. L'amplitude du signal de vitesse radiale obtenue est extrêmement faible et ne permet pas de confirmer les prédictions faites par (Gould et coll., 2013). Plusieurs raisons instrumentales à ce résultat surprenant ont été explorées. En particulier, UVES n'est stabilisé ni en pression ni en température. Pour caractériser la dérive induite sur une heure d'observation, un étalonnage utilisant une lampe spectrale Th-Ar a été faite juste avant et juste après la mesure. Le mouvement de la Terre dans le référentiel barycentrique est pris en compte et les différentes dérives corrigées.

Le résultat négatif de ces observations pose des questions et vient d'ouvrir plusieurs investigations pour comprendre l'origine du problème. Ce résultat peut avoir plusieurs causes, parmi lesquelles l'existence d'une étoile très proche de la ligne de visée. Toutefois, nous pourrions penser qu'elle serait apparue comme une composante supplémentaire dans les spectres. Des observations à haute résolution angulaire sont en cours au télescope Keck à Hawaii. De mon côté, partant des magnitudes issues du modèle de Shin et coll. (2012b) auxquelles j'ai ajusté des isochrones de métallicité solaire et d'âges compris entre cinq et dix milliards d'années, j'ai calculé l'absorption dans les bandes spectrales I et K et prédit la masse de la lentille-hôte (voir Fig. B.1). Cette prédiction est à plusieurs sigmas de la masse trouvée à l'issue du modèle de microlentille. Par conséquent les magnitudes prédites de la lentille en bande I et V semblent incohérentes avec la masse de la lentille, ce qui ne signifie pas nécessairement que le modèle de microlentille originel est incorrect, mais plutôt qu'il existe une source lumineuse supplémentaire. D'après l'étude que j'ai faite, la lentille serait environ dix fois plus faible que cette contamination lumineuse. Il y a donc une contribution lumineuse à la contamination du flux de la source qui ne provient pas de la lentille. Peut-être une autre composante très éloignée du système. Les prédictions des paramètres orbitaux pourraient donc ne pas être corrects. Les mesures à haute résolution angulaire aideront sans doute à en savoir plus.

Concluons cette section en mentionnant la première mesure semblable réussie sur la lentille OGLE-2009-BLG-020L qui confirme la justesse des prédictions issues de l'analyse de la courbe de lumière de l'événement de microlentille par Yee et coll. (2015b). Très peu de lentilles sont suffisamment proches pour permettre de telles mesures, mais l'augmentation régulière du nombre d'événements détectés chaque année devrait multiplier le nombre de cibles potentielles.

B.2 Lettre soumise

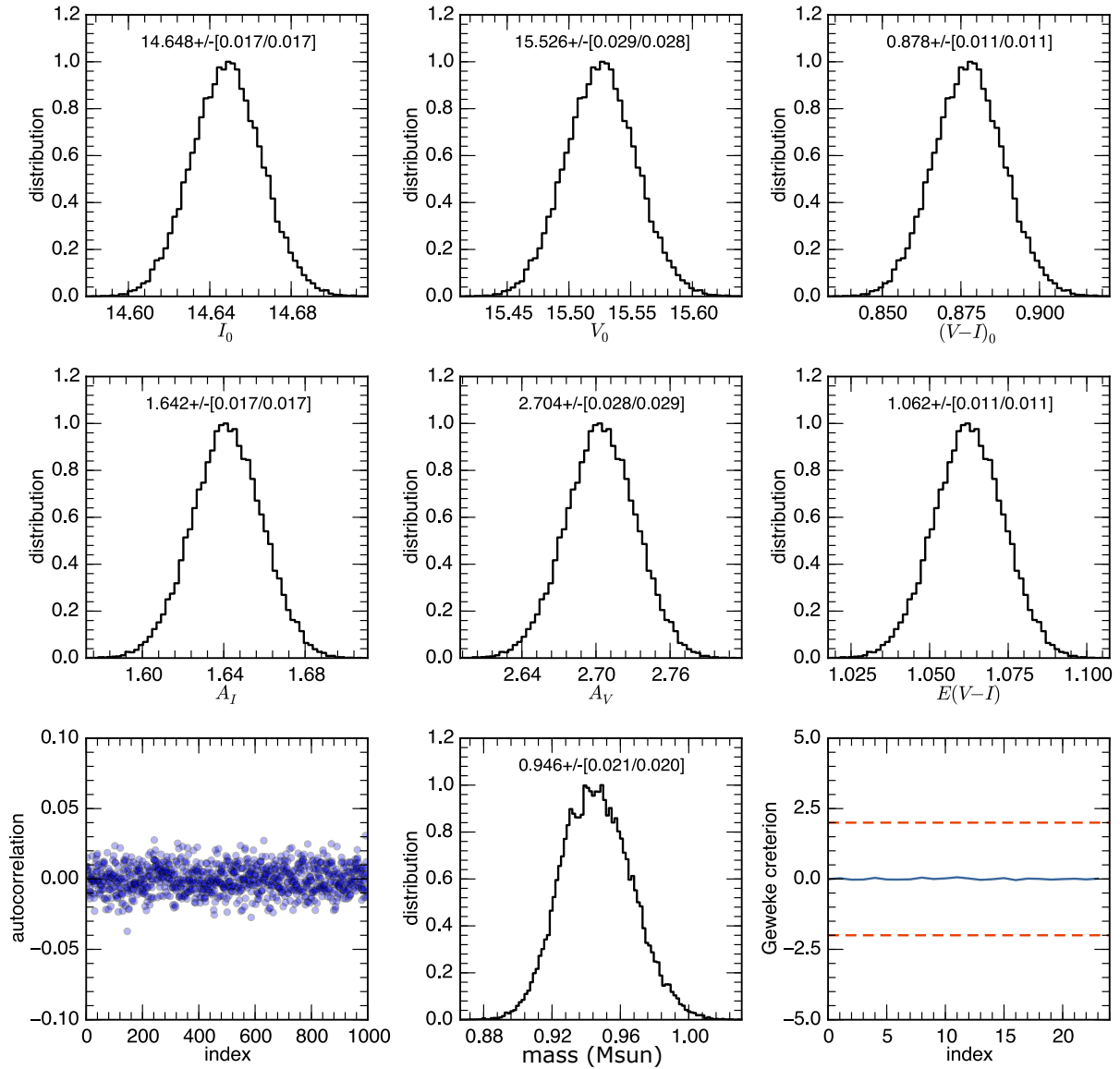


Fig. B.1 – Résultat de l’ajustement d’isochrones aux mesures en I et V de la lentille OGLE-2011-BLG-0417L. En haut, se trouvent les distributions *a posteriori* de la magnitude en bande I , V et de la couleur $(V - I)_0$, toutes corrigées de l’extinction. Sur la seconde ligne, figurent les distributions associées aux coefficients d’absorption. Sur la dernière ligne, de gauche à droite sont représentés l’autocorrélation d’une partie de l’échantillon obtenue à l’issue d’un MCMC, la distribution de la masse de l’étoile-hôte composant la lentille et le critère de Geweke.

LETTER TO THE EDITOR

The first radial velocity measurements of a microlensing event: no evidence for the predicted binary[★]

I. Boisse¹, A. Santerne², J.-P. Beaulieu³, W. Fakhardji¹, N.C. Santos^{2,4}, P. Figueira², S. G. Sousa², and C. Ranc³¹ Aix Marseille Université, CNRS, LAM (Laboratoire d'Astrophysique de Marseille) UMR 7326, 13388, Marseille, France
e-mail: isabelle.boisse@lam.fr² Instituto de Astrofísica e Ciências do Espaço, Universidade do Porto, CAUP, Rua das Estrelas, 4150-762 Porto, Portugal³ CNRS, Université Pierre et Marie Curie, UMR 7095, Institut d'Astrophysique de Paris, 98 bis boulevard Arago, F-75014 Paris, France⁴ Departamento de Física e Astronomia, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Rua do Campo Alegre, 4169-007 Porto, Portugal

Received ; accepted

ABSTRACT

The gravitational microlensing technique allows the discovery of exoplanets around stars distributed in the disk of the galaxy towards the bulge. However, the alignment of two stars that led to the discovery is unique over the timescale of a human life and cannot be re-observed. Moreover, the target host is often very faint and located in a crowded region. These difficulties hamper and often make impossible the follow-up of the target and study of its possible companions.

Gould et al. (2013) predicted the radial-velocity curve of a binary system, OGLE-2011-BLG-0417, discovered and characterised from a microlensing event by Shin et al. (2012). We used the UVES spectrograph mounted at the VLT, ESO to derive precise radial-velocity measurements of OGLE-2011-BLG-0417. To gather high-precision on faint targets of microlensing events, we proposed to use the source star as a reference to measure the lens radial velocities. We obtained ten radial velocities on the V=18 lens with a dispersion of $\sim 100 \text{ m s}^{-1}$, spread over one year. Our measurements do not confirm the microlensing prediction for this binary system. Further observations and analyses are needed to understand the microlensing observation and infer on the nature and characteristics of the lens itself.

Key words. planetary systems – radial-velocity – microlensing – OGLE-2011-BLG-0417

1. Introduction

Different exoplanet detection methods (radial velocity, hereafter RV, stellar transits, direct imaging, pulsar timing, astrometry, and microlensing) are currently used to probe different populations of planets over a wide range of orbital radii, masses and host types. To date, around 25 exoplanets have been discovered via microlensing, and roughly as many await publication (Beaulieu, priv com). These numbers are relatively modest compared with that discovered by the RV method or by the Kepler satellite. However, microlensing probes a domain of the parameter space (host separation vs. planet mass) which is often not accessible currently to other methods. The detection of cold planets down to a few Earth masses (Beaulieu et al. 2006) or the observation of free floating planets put the planetary formation scenario to the test (Cassan et al. 2012). On the other hand, microlensing events have the weaknesses of not being repeatable, and to focus on faint stars on crowded fields that are difficult to characterise precisely. A reobservation of the system to get further parameter characterization is often very difficult.

From the observed microlensing light curve, the first determined parameters are the mass ratio and the sky-projected angular separation of the system. Additional effects, parallax, x-lap, terrestrial parallax, finite source effects, detection of the

light coming from the lens (thanks to high angular resolution), or Bayesian analysis are used in order to derive the physical parameters of the different planetary systems and to proceed further in the analysis. In this context, Skowron et al. (2011) showed that the deformation of the microlensing light curve can be used to constrain all the orbital parameters of a binary lens system.

Shin et al. (2012) presented the microlensing event OGLE-2011-BLG-0417 and modelled it as due to a binary lens system. The source star is a K3 red giant located in the galactic bulge at 8 kpc with $I_{\text{source}}=16.74$ ($V_{\text{source}}=19.42$). They identified the blended light as the primary lens, ($I_{\text{lens}}=16.30$, $V_{\text{lens}}=18.23$), which would make it one of a few case where the lens primary is significantly brighter than the source star. Gould et al. (2013) adopted the new calibration of Nataf et al. (2013) for the Bulge giant and revised the initial error budget. Located at 0.95 ± 0.06 kpc, the lens binary is composed of a primary star of $0.524 \pm 0.036 M_{\odot}$, orbited by a M dwarf of $0.153 \pm 0.011 M_{\odot}$. They showed that this event could be tested by RV measurements and published revised Keplerian parameters (reported here in Table 1). With a large expected RV amplitude, of 6.4 km s^{-1} , and with an eccentricity of 0.069, this system can be detected using only relatively low-precision instruments, benchmarking the microlensing detection.

In this letter, we present the first radial velocity observations of this microlensing target, using the UVES spectrograph.

[★] Based on observations made with ESO Telescope at the Paranal Observatory under program ID 092.C-0763(A) and 093.C-0532(A).

Table 1. RV parameters derived by Gould et al. (2013) from the analysis of the microlens event.

	K	P	e	ω	T_{peri}
	km s ⁻¹	yr		deg	HJD
Value	6.352	1.423	0.688	341.824	5686.344
Error	0.340	0.113	0.027	2.655	6.960

2. Observations

We obtained a total of 9 hours of observations with the UVES cross-dispersed echelle spectrograph (Dekker et al. 2000) mounted on the VLT in P92 and P93 to measure the RV variations of the OGLE-2011-BLG-0417 binary. Ten spectra were acquired between October 2013 and September 2014.

We used the two arms of the spectrograph in parallel with a dichroic beam splinter, the standard mode DIC-1 (390+580), with a wavelength coverage of 326-445 and 476-684 nm. It probes a domain where the late-K dwarf lens emits sufficient flux and where the spectra is not strongly polluted by telluric lines. The exposure time was set to one hour in order to reach a signal-to-noise ratio (SNR) of ~ 20 at 550 nm. We used a slit of 1 arcsec that gives a spectral resolution of 40000, sufficient to resolve the lines and calculate RV without losing too much light due to slit losses. Due to the faintness of the target, the guiding was done with the red camera, the slow readout mode of the CCD was used and we requested a seeing no larger than 1". Still, a slightly larger seeing than the width of the slit leads to some flux loss, but this is compensated in RV precision by a gain in the stability of the illumination of the slits of the spectrographs (Boisse et al. 2010). The log of the observations is given in the online Table .2. All the measurements were kept for the analysis.

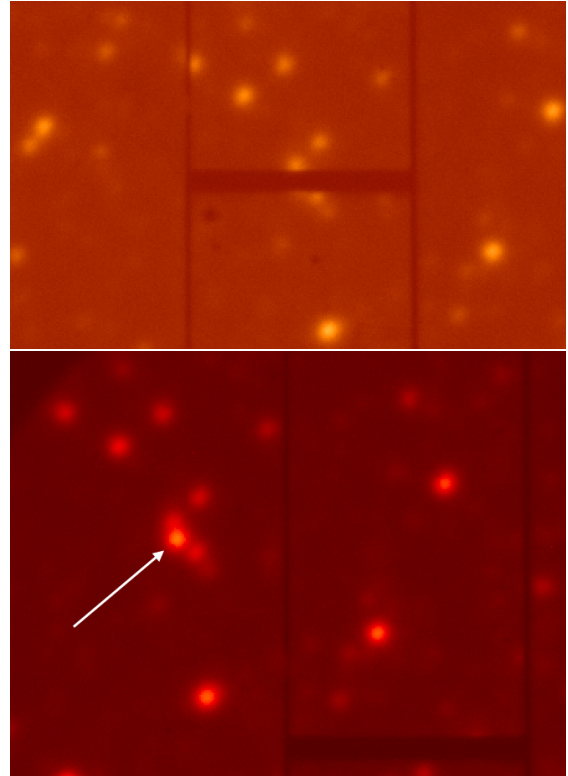
UVES is not stabilised in pressure and temperature. An important RV drift of the zero point is expected to be present and depend on the temporal evolution of the two parameters. To minimize this effect, a thorium-argon calibration was done before and after the scientific observation.

The target star being in the Galactic bulge, the field is densely crowded. We then fixed the angle of the slit with the sky as shown in the top of Fig. 1 in order to minimise the pollution of contaminant star inside the slit.

3. Data reduction

We used the Reflex ESO pipeline to reduce the spectra (Freudling et al. 2013). We first corrected them from cosmic rays with a 5σ -clipping process. We then computed the weighted cross-correlation functions (CCF) of the spectra with a template K5 mask (Pepe et al. 2002). The CCF of the co-added spectrum is plotted in Fig. 2. The source and the lens are superimposed. Their RV values are different by several tens of km.s⁻¹, as expected since the lens is in the Galactic disk whereas the source is in the bulge. The observation of two significant components shows that the observed target was indeed OGLE-2011-BLG-0417.

We compared the correlations obtained for the three detectors (one in the blue and two in the red arm) to disentangle the source star from the lens. The variation as a function of wavelength of the relative contrast of the CCF is equivalent to flux ratio. So, the bluer source would show a deeper contrast in the blue wavelength domain. With a $(V - I)_{lens}=1.93$ and a $(V - I)_{source}=2.68$, the source is indeed expected to be bluer than the lens. On the contrary, the redder lens shows a higher contrast

**Fig. 1.** Images of the slit-viewer camera of UVES red-arm showing the crowding of the field. The black horizontal shadow is the slit opened at 1". On the top, position that we chose when the slit is on the target, OGLE-2011-BLG-0417. On the bottom, the target is decentered (top left of the slit). North is up and East is on the right.

in the red. The source also presents a deeper CCF as presumed for a lower log g (giant star).

We checked with the slit-viewer camera that no other source entered the 1 arcsec slit (see bottom of Fig. 1). On three observations, however, the seeing increased or the slit drifted from the pointed target (see the online Table .2). As a consequence, two of the close-by stars entered the slit. In the individual spectra, two components with low contrast appeared in the CCF profiles. However, they are well separated from the lines of the source and the lens. We tested that the CCF width of the source and the lens are constant within the error bars for our 10 measurements, and hence that the measured RV are not polluted by contaminant stars. We note, however, that the presence of contaminants would in principle increase the RV dispersion.

To be put in the same RV heliocentric reference, each CCF profiles were corrected in wavelength from the barycentric earth radial velocity (BERV) values given by the UVES pipeline. The CCF profile were then fitted with a two-Gaussian model to derive the RV of the lens and the source. A third and fourth Gaussians were used when contaminant stars were visible. For each observation, we calculated two RV values, one for each of the wavelength calibration secured before or after the science exposure: RV_{before} and RV_{after} (respectively). The derived RV is the average between the two, which assumes that the instrumental drift is nearly linear between the two calibrations. We measured the spectrograph RV drift to be from 15 up to 400 m s⁻¹, within one hour. Using the median exposure as calculated from the photometer count of the detectors and weighting by the spectral in-

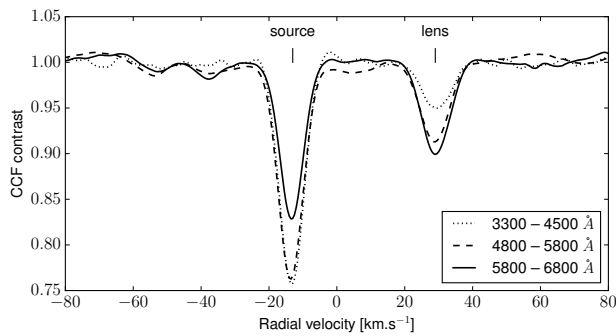


Fig. 2. CCF compute on three bandpasses of the sum of all the spectra, allowing to identify the thinner and bluer line to be the giant source and the other, the late-K dwarf primary of the binary lens.

formation between the blue and red arms does not change the result above a few m.s^{-1} . This correction of the drift allows us to reach root mean square (RMS) for each of the measured stars of $\sim 800 \text{ m.s}^{-1}$.

A zero-point drift of the spectrograph may have not been corrected by the thorium-argon calibrations. The RV is moreover dispersed by another source of noise due to changes in the illumination of the slit for the different spectrum (and so different point spread functions). The long exposure time (one hour) was expected to average the small movement of the target in the slit. But, the seeing was often significantly smaller than the slit (see the online Table .2). At this stage, the main contribution to the dispersion should come from this effect, however, difficult to measure precisely.

We then computed a telluric mask from O_2 lines (Figueira et al. 2010) and cross-correlate it with each spectra. The obtained CCF was fitted by a Gaussian to derive a zero-point RV value. Only 20 O_2 lines could be fitted in the spectral domain, and the derived RV present an error of $\sim 200 \text{ m.s}^{-1}$. When we further corrected the stellar RV values from the zero-point drift as calculated from the telluric lines, the RMS decreases to $\sim 250 \text{ m.s}^{-1}$. We plotted in Fig. 3, the RV of the source and the lens. The two stars are not gravitationally bound and their RV variations are dominated by the same instrumental systematics. The main contribution comes from the error on the telluric correction.

We then decided to use the RV from the source as a reference to measure the lens RV. It leads to the ΔRV value. This could be done because the flux of the two stars are blended in the spectra and followed the same path in the spectrograph. By doing that, the systematics observed in both stars are canceled out.

The photon-noise uncertainty was estimated from the empirical calibration of Bouchy et al. (2005) on UVES/FLAMES (see also Loeillet et al. 2008). That leads to a mean error bar of $\sigma_{\text{pn}} \sim 50 \text{ m.s}^{-1}$ on the individual targets, and we took their quadratic sum for the ΔRV photon noise error. Another source of noise comes from the drift of the instrument during the exposure. Considering this drift is linear between the calibrations and assuming that the value of the RV has a Gaussian distribution that is within the two calibrations with a probability of 99.9%, we calculated an error of $\sigma_{\text{calib}} = (\text{RV}_{\text{before}} - \text{RV}_{\text{after}})/(2 \times 3)$. The RV of the source, the lens and the ΔRV , as well as their error bars are reported in the online Table .1. The reported errors are the quadratic sum of σ_{pn} and σ_{calib} . The mean error is $\sim 110 \text{ m.s}^{-1}$ for the individuals RV and 65 m.s^{-1} on the ΔRV .

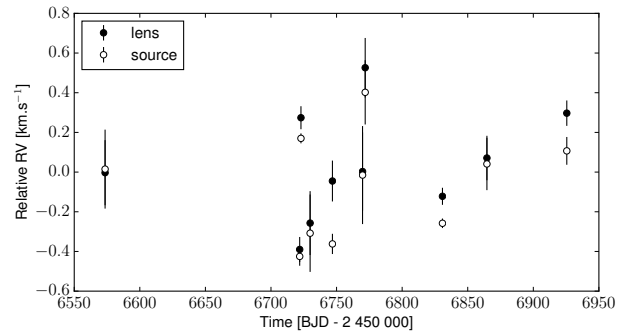


Fig. 3. UVES RV of the source and the lens. The velocities of the two stars share the same instrumental systematics.

4. Data analysis and results

The ten secured RV present an RMS of 94 m.s^{-1} , with no significant variations. We plotted them in Fig. 4 with the best model from Gould et al. (2013). There is a clear disagreement between the observations and the predicted model. Using the PASTIS validation software (Diaz et al. 2014), we estimated the probability of this predicted model. We modelled a Keplerian orbit with normal priors that matched the values and uncertainties reported by Gould et al. (2013). We used a uniform prior for the systemic RV as well as for an extra RV jitter. We ran 20 Markov Chain Monte Carlo analysis of 3.10^5 iterations each. We repeated the same analyses with an opposite sign for the RV amplitude (the sign of the RV curve is not determined by the microlensing prediction) and for a no-variation scenario. After thinning and merging the chains, we ended with about 10 000 independent samples of the posterior distribution.

The best-fit model is superimposed in grey in Fig. 4. The residuals exhibit a RMS of 340 m.s^{-1} , hence three times larger than the dispersion of the data. Moreover, this best-fit model departs from the prediction joint confidence interval by 3.7 sigma (a priori probability of $\sim 2.10^{-4}$). We then estimated the statistical evidence of the Gould et al. (2013) prediction, using the method described in Tuomi & Jones (2012). We found a probability of 7.10^{-8} or 2.10^{-7} depending if we consider a RV amplitude that is positive or negative (respectively). Therefore, our spectroscopic observations unambiguously reject the microlensing prediction of Gould et al. (2013) for this binary system.

We decided to double check if the bright blend ($I_{\text{blend}} = 16.29$, $V_{\text{blend}} = 18.23$) is the primary component of the lensing system as claimed by Gould et al. (2013). We adopt a set of isochrones (Girardi et al. 2012) with ages in the range 1-10 Gyr for a solar metallicity and the distance modulus of 950 pc. We find a G8 star with a mass of $\sim 0.82 M_{\odot}$, almost 2 magnitudes brighter than the primary lens. The bright blend cannot be the primary lens of the microlensing event OGLE 2011-BLG-417. We will revisit the system with high angular resolution to see if the bright blend could be a distant companion to the lensing system or a chance alignment on the line of sight of the source.

5. Conclusions

We used the UVES spectrograph to derive Doppler measurements of the reflex motion of the primary component of the predicted binary lens OGLE-2011-BLG-0417. The lens, composed of a late-K dwarf orbited by a M dwarf, is brighter ($V=18$) than the microlensing source ($V=19.3$). The huge semi-amplitude of

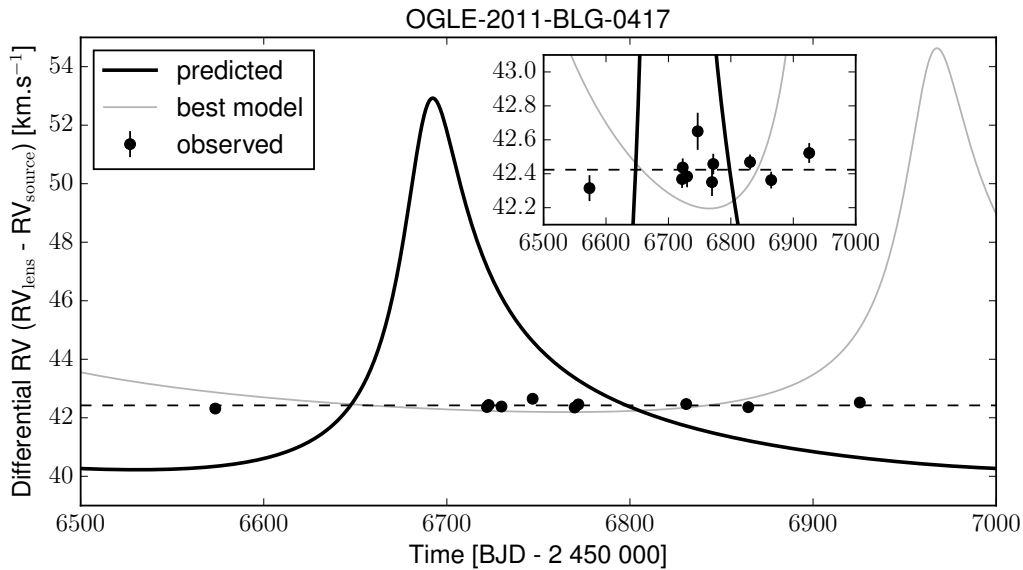


Fig. 4. UVES RV of OGLE-2011-BLG-0417 (dots) with the predicted model from Shin et al. (2012) and Gould et al. (2013) (black line). The systemic was fixed to the median value of the observations. The best-fit model that departs from the prediction by 3.7 sigma, is superimposed in grey. The observations reject the modelled Keplerian at a level greater than 2.10^{-7} (see text). The insert is an enlargement around the observations.

$\sim 6.35 \text{ km s}^{-1}$ of the predicted eccentric orbit should have been easily detected with the RV precision reported her.

Our ten measurements with a dispersion of 94 ms^{-1} and a mean error bar of 65 ms^{-1} do not confirm the microlensing analysis. These are the first published RV measurements on a microlensing target. We are led to believe that an error on the analysis of the microlensing event is the reason of the discrepancy. A quick look at the photometric data of the microlensing event seems to indicate that the brightness of the lens has been overestimated. The most likely scenario is that the bright blend of the microlensing light curve is not the light from the primary lens in contradiction with the prediction of Gould et al. (2013). As a consequence, the RV modulation of the lensing system could not be detected, because the primary is 2 magnitude fainter. It is not clear yet if the bright blend is a distant companion to the OGLE 2011-BLG-417 system or a chance alignment. A more complete reanalysis of the system taking into account spectroscopic and photometric data will be performed in due time, but this is outside the scope of this letter.

UVES allowed us to reach a RV precision of 100 m s^{-1} on a target of 18^{th} magnitude in V in 1 hour-time integration. This precision was made possible thanks to the fact that the source star is observed simultaneously with the binary microlens and can serve as calibration. The technique is similar to differential photometry, but in the spectral domain.

With a modest allocation of telescope time (9 h), it would have been possible to characterised with RV, a binary system detected by microlensing. This has strong implication for the modelling of the microlensing observations. This shows that spectroscopic follow-up observation of microlensing events is possible with large telescopes. Understanding the reasons of the discrepancy on this event will help to improve the characterisation of microlensing systems, already detected or that will be detected with the K2, WFIRST and Euclid space missions. In the coming years, using future ESO facilities such as ESPRESSO @ VLT, or HIRES @ E-ELT it will be possible to perform such measurements on planetary systems detected by microlensing such

as OGLE-2007-BLG-109 (Gaudi et al. 2008) and OGLE-2012-BLG-0026 (Han et al. 2013), once it has been confirmed via high angular resolution observation that there is no strong contamination by a blend, for example thanks to high angular resolution observations.

Acknowledgements. We thanks the UVES operation astronomers that performed these observations and Christian Hummel for his help in the preparation of the p2pp process. I.B. thanks A.S. for his enthusiastic work. Between the first and last measurements, both of us became parent. What a great change ! A.S. warmly thanks Rodrigo F. Díaz and José-Manuel Almenara for their substantial contribution in the development of the PASTIS software. A.S. is supported by the European Union under a Marie Curie Intra-European Fellowship for Career Development with reference FP7-PEOPLE-2013-IEF, number 627202. This work was supported by Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) through the research grant UID/FIS/04434/2013. P.F., N.C.S., and S.G.S. also acknowledge the support from FCT through Investigador FCT contracts of reference IF/01037/2013, IF/00169/2012, and IF/00028/2014, respectively, and POPH/FSE (EC) by FEDER funding through the program programa Operacional de Factores de Competitividade – COMPETE P.F. further acknowledges support from FCT in the form of an exploratory project of reference IF/01037/2013CP1191/CT0001.

References

- [2006] Beaulieu, J.-P., Bennett, D., Fouqué, P. et al. 2006, *Nature*, 439, 437
- [2011] Boisse, I., Bouchy, F., Chazelas, B. et al. 2011, *EPJWC*, 1602003B
- [2005] Bouchy, F., Pont, F., Melo, C. et al. 2005, *A&A*, 431, 1105B
- [2012] Cassan, A., Juba, D., Beaulieu, J.-P. et al. 2012, *Nature*, 481, 167
- [2000] Dekker, H., D’Odorico, S., Kaufer, A. et al. 2000, *SPIE*, 4008, 534
- [2014] Díaz, R.F., Almenara, J.M., Santerne, A. et al. 2014, *MNRAS*, 441, 983
- [2013] Freudling, W., Romaniello, M., Ballester, P. et al. 2013, *A&A*, 559, 96
- [2008] Gaudi, B., Patterson, J., Spiegel, D. et al. 2008, *ApJ*, 677, 1268
- [2012] Girardi, L., Barbieri, M., Groenewegen, M. et al. 2012, *Springer*, 165
- [2013] Gould, A., Shin, I.-G., Han, C. et al. 2013, *ApJ*, 768, 126
- [2013] Han, C., Udalski, A., Choi, J.-Y. et al. 2013, *ApJ*, 762, L28
- [2008] Loeillet, B., Bouchy, F., Deleuil, M. et al. 2008, *A&A*, 479, 865
- [2013] Nataf, D., Gould, A., Fouqué, P. et al. 2013, *ApJ*, 769, 88
- [2002] Pepe, F., Mayor, M., Galland, F. et al. 2002, *A&A*, 388, 632
- [2012] Shin, I.-G., Han, C., Choi, J.-Y. et al. 2012, *ApJ*, 755, 91
- [2011] Skowron, J., Udalski, A., Gould, A. et al. 2011, *ApJ*, 738, 87
- [2012] Tuomi, M. & Jones, H. R. A. 2012, *A&A*, 544, 116

Table .1. RV measurements and their associated $1\text{-}\sigma$ error bars.

BJD ⁽¹⁾	RV_{source}	$\pm 1\sigma^{(2)}$	RV_{lens}	$\pm 1\sigma^{(2)}$	ΔRV	$\pm 1\sigma^{(2)}$
-2 456 000	km s^{-1}	km s^{-1}	km s^{-1}	km s^{-1}	km s^{-1}	km s^{-1}
573.52363	-13.166	0.199	29.149	0.164	42.315	0.076
721.88561	-13.606	0.047	28.762	0.063	42.369	0.052
722.85366	-13.011	0.025	29.426	0.058	42.437	0.053
729.83683	-13.489	0.195	28.895	0.161	42.384	0.064
746.84698	-13.543	0.051	29.107	0.103	42.650	0.109
769.80834	-13.196	0.247	29.155	0.197	42.351	0.082
771.82660	-12.779	0.162	29.678	0.150	42.458	0.060
830.73591	-13.439	0.024	29.030	0.043	42.469	0.045
864.62468	-13.140	0.132	29.223	0.112	42.363	0.049
925.52640	-13.074	0.070	29.449	0.064	42.522	0.059

Notes. (1) The BJD are UTC. (2) The $1\text{-}\sigma$ error take into account the estimated photon-noise and the error due to the drift of the instrument (in the text σ_{pn} and σ_{calib} , respectively).

Table 2. Log of the observations. All RV measurements are kept in the analysis because weather degradations did not induce significant RV changes (see text). BJD, seeing and airmass values are given at mid-exposure.

Date	BJD -2 400 000	BERV km s ⁻¹	RV _{O2} ⁽¹⁾ km s ⁻¹	SNR ⁽²⁾	Mid-exposure ⁽³⁾	Texp sec	Airmass	Seeing	Comments
2013-10-07	56573.52363	-27.94246	1.1275	18.6	0.44	3480	1.46	1.09	Seeing+10%
2014-03-04	56721.88561	29.70781	0.2125	20.6	0.54	3480	1.16	1.01	Target drifted out of the slit
2014-03-05	56722.85366	29.83478	0.9318	22.0	0.51	3480	1.30	0.75	
2014-03-12	56729.83683	30.14055	-0.6964	21.6	0.44	3480	1.28	0.69	
2014-03-29	56746.84698	29.02487	-0.0933	13.5	0.51	3080	1.07	1.76	Seeing deteriorated to the point that the OB was ended. Wind was high too
2014-04-21	56769.80834	23.79164	-0.1324	19.5	0.50	3480	1.03	0.60	
2014-04-23	56771.82660	23.10472	0.4227	21.0	0.49	3600	1.01	1.01	
2014-06-21	56830.73591	-3.24235	0.9928	24.0	0.50	3600	1.07	1.00	
2014-07-25	56864.62468	-18.49718	-0.0896	24.0	0.52	3600	1.04	0.71	
2014-09-24	56925.52640	-29.52330	-0.4456	21.6	0.48	3600	1.24	0.74	Guide probe around 0.8" -1.0"

Notes. (1) RV_{O2} is the RV derived from the cross-correlation of the spectra with a telluric O₂ mask. (2) The SNR is per pixel at ~550 nm. (3) The mid-exposure is calculated from the photometer count of the detectors and weighting by the spectral information between the blue and the red arms.

Un jupiter en orbite autour d'une étoile naine M

Cette annexe contient l'article présentant la détection d'un jupiter autour d'une étoile M (Skowron et coll., 2015). Cet article est présenté § 5.9.2. La découverte de tels systèmes alimente les modèles de formation des planètes, en constante évolution, en particulier la possibilité de former des systèmes de la masse de Jupiter (donc des géantes gazeuses) autour d'étoiles de très faible masse au-delà de la limite de fonte des glaces. Cet événement, présentant un pic dans la courbe de lumière bien discernable et dû à l'approche de la source d'un point de rebroussement fait parti de ceux que j'ai modélisés seul. Dans l'article publié par Skowron et coll. (2015) dont je suis co-auteur, il ne s'agit pas de mon modèle qui est présenté.

OGLE-2011-BLG-0265Lb: A JOVIAN MICROLENSING PLANET ORBITING AN M DWARF

J. SKOWRON^{1,67}, I.-G. SHIN², A. UDALSKI^{1,67}, C. HAN^{2,68,67}, T. SUMI^{3,69}, Y. SHVARTZVALD^{4,70}, A. GOULD^{5,68},
D. DOMINIS PRESTER^{6,71}, R. A. STREET^{7,72}, U. G. JØRGENSEN^{8,9,73}, D. P. BENNETT^{10,69}, V. BOZZA^{11,12,73}, M. K. SZYMAŃSKI¹,
M. KUBIAK¹, G. PIETRZYŃSKI^{1,13}, I. SOSZYŃSKI¹, R. POLESKI^{1,5}, S. KOZŁOWSKI¹, P. PIETRUKOWICZ¹, K. ULACZYK¹,
Ł. WYRZYKOWSKI^{14,1}
(THE OGLE COLLABORATION),
F. ABE¹⁵, A. BHATTACHARYA¹⁰, I. A. BOND¹⁶, C. S. BOTZLER¹⁷, M. FREEMAN¹⁷, A. FUKUI¹⁸, D. FUKUNAGA¹⁵, Y. ITOW¹⁵,
C. H. LING¹⁶, N. KOSHIMOTO³, K. MASUDA¹⁵, Y. MATSUBARA¹⁵, Y. MURAKI¹⁹, S. NAMBA³, K. OHNISHI²⁰, L. C. PHILPOTT²¹,
N. RATTENBURY¹⁷, T. SAITO²², D. J. SULLIVAN²³, D. SUZUKI³, P. J. TRISTRAM²³, P. C. M. YOCK¹⁷
(THE MOA COLLABORATION),
D. MAOZ⁴, S. KASPI⁴, M. FRIEDMANN⁴
(WISE GROUP),
L. A. ALMEIDA²⁴, V. BATISTA⁵, G. CHRISTIE²⁵, J.-Y. CHOI², D. L. DEPOY²⁶, B. S. GAUDI⁵, C. HENDERSON⁵, K.-H. HWANG²,
F. JABLONSKI²⁴, Y. K. JUNG², C.-U. LEE²⁷, J. MCCORMICK²⁸, T. NATUSCH^{25,29}, H. NGAN²⁵, H. PARK², R. W. POGGE⁵, J. C. YEE^{5,30}
(THE μ FUN COLLABORATION),
M. D. ALBROW³¹, E. BACHELET³², J.-P. BEAULIEU³³, S. BRILLANT³⁴, J. A. R. CALDWELL³⁵, A. CASSAN³³, A. COLE³⁶,
E. CORRALES³³, CH. COUTURES³³, S. DIETERS³², J. DONATOWICZ³⁷, P. FOUQUE^{32,38}, J. GREENHILL^{36,68}, N. KAINS^{39,40,72,73},
S. R. KANE⁴¹, D. KUBAS^{33,34}, J.-B. MARQUETTE³³, R. MARTIN⁴², J. MENZIES⁴³, K. R. POLLARD³¹, C. RANC³³, K. C. SAHU^{40,73},
J. WAMBSGANSS^{44,73}, A. WILLIAMS⁴⁴, D. WOUTERS³³
(THE PLANET COLLABORATION),
Y. TSAPRAS^{7,45,71}, D. M. BRAMICH⁴⁶, K. HORNE^{47,71}, M. HUNDERTMARK^{47,48,73}, C. SNODGRASS^{49,73}, I. A. STEELE⁵⁰
(THE ROBO NET COLLABORATION),
AND
K. A. ALSUBAI⁵¹, P. BROWNE^{47,72}, M. J. BURGDORF⁵², S. CALCHI NOVATI^{41,11,53,69}, P. DODDS⁴⁷, M. DOMINIK^{47,72}, S. DREIZLER⁴⁸,
X.-S. FANG⁵⁴, C.-H. GU⁵⁴, HARDIS⁸, K. HARPSØE^{8,9}, F. V. HESSMAN⁴⁸, T. C. HINSE^{27,8,55}, A. HORNSTRUP⁵⁶, J. JESSEN-HANSEN⁵⁷,
E. KERINS⁵⁶, C. LIEBIG⁴⁷, M. LUND⁵⁷, M. LUNDKVIST^{57,58}, L. MANCINI⁵⁹, M. MATHIASSEN⁸, M. T. PENNY^{56,5}, S. RAHVAR^{60,61},
D. RICCI^{62,63,64}, G. SCARPETTA^{11,12,53}, J. SKOTTFELT^{8,9}, J. SOUTHWORTH⁶⁵, J. SURDEJ⁶², J. TREGLOAN-REED⁶⁶, O. WERTZ⁶⁶
(THE MINDSTEP CONSORTIUM)

¹ Warsaw University Observatory, Al. Ujazdowskie 4, 00-478 Warszawa, Poland² Department of Physics, Institute for Astrophysics, Chungbuk National University, 371-763 Cheongju, Korea³ Dept. of Earth and Space Science, Graduate School of Science, Osaka University, 1-1 Machikaneyama-cho, Toyonaka, 560-0043 Osaka, Japan⁴ School of Physics and Astronomy, Tel-Aviv University, Tel-Aviv 69978, Israel⁵ Department of Astronomy, Ohio State University, 140 West 18th Avenue, Columbus, OH 43210, USA⁶ Physics Department, Faculty of Arts and Sciences, University of Rijeka, Omladinska 14, 51000 Rijeka, Croatia⁷ Las Cumbres Observatory Global Telescope Network, 6740 Cortona Drive, suite 102, Goleta, CA 93117, USA⁸ Niels Bohr Institute, University of Copenhagen, Juliane Maries vej 30, 2100 Copenhagen, Denmark⁹ Centre for Star and Planet Formation, Geological Museum, Øster Voldgade 5, 1350 Copenhagen, Denmark¹⁰ Dept. of Physics, University of Notre Dame, Notre Dame, IN 46556, USA¹¹ Dipartimento di Fisica "E.R. Caianiello" Università degli Studi di Salerno Via Giovanni Paolo II - I 84084 Fisciano (SA) - Italy¹² Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Napoli, Italy¹³ Universidad de Concepción, Departamento de Astronomía, Casilla 160-C, Concepción, Chile¹⁴ Institute of Astronomy, University of Cambridge, Madingley Road, Cambridge CB3 0HA, UK¹⁵ Solar-Terrestrial Environment Laboratory, Nagoya University, 464-8601 Nagoya, Japan¹⁶ Institute of Information and Mathematical Sciences, Massey University, Private Bag 102-904, North Shore Mail Centre, Auckland, New Zealand¹⁷ Dept. of Physics, University of Auckland, Private Bag 92019, Auckland, New Zealand¹⁸ Okayama Astrophysical Observatory, National Astronomical Observatory of Japan, Asakuchi, 719-0232 Okayama, Japan¹⁹ Dept. of Physics, Konan University, Nishiokamoto 8-9-1, 658-8501 Kobe, Japan²⁰ Nagano National College of Technology, 381-8550 Nagano, Japan²¹ Department of Earth, Ocean and Atmospheric Sciences, University of British Columbia, Vancouver, British Columbia, V6T 1Z4, Canada²² Tokyo Metropolitan College of Industrial Technology, 116-8523 Tokyo, Japan²³ School of Chemical and Physical Sciences, Victoria University, Wellington, New Zealand²⁴ Divisão de Astrofísica, Instituto Nacional de Pesquisas Especiais, Avenida dos Astronautas, 1758 Sao José dos Campos, 12227-010 SP, Brazil²⁵ Auckland Observatory, 670 Manukau Rd, Royal Oak 1023, Auckland, New Zealand²⁶ Dept. of Physics and Astronomy, Texas A&M University College Station, TX 77843-4242, USA²⁷ Korea Astronomy and Space Science Institute, 305-348 Daejeon, Korea²⁸ Farm Cove Observatory, Centre for Backyard Astrophysics, Pakuranga, Auckland, New Zealand²⁹ Institute for Radiophysics and Space Research, AUT University, Auckland, New Zealand³⁰ Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 60 Garden St., Cambridge, MA 02138, USA³¹ University of Canterbury, Dept. of Physics and Astronomy, Private Bag 4800, 8020 Christchurch, New Zealand³² Université de Toulouse, UPS-OMP, IRAP, 31400 Toulouse, France³³ UPMC-CNRS, UMR7095, Institut d'Astrophysique de Paris, 98bis boulevard Arago, 75014 Paris, France³⁴ European Southern Observatory (ESO), Alonso de Cordova 3107, Casilla 19001, Santiago 19, Chile³⁵ McDonald Observatory, 16120 St Hwy Spur 78 #2, Fort Davis, TX 79734, USA³⁶ School of Math and Physics, University of Tasmania, Private Bag 37, GPO Hobart, 7001 Tasmania, Australia

- ³⁷ Technical University of Vienna, Department of Computing, Wiedner Hauptstrasse 10, Vienna, Austria
³⁸ CFHT Corporation, 65-1238 Mamalahoa Hwy, Kamuela, HI, 96743, USA
³⁹ European Southern Observatory, Karl-Schwarzschild-Str. 2, 85748 Garching bei München, Germany
⁴⁰ Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA
⁴¹ NASA Exoplanet Science Institute, Caltech, MS 100-22, 770 S. Wilson Ave., Pasadena, CA 91125, USA
⁴² Perth Observatory, Walnut Road, Bickley, 6076 Perth, Australia
⁴³ South African Astronomical Observatory, PO Box 9, Observatory 7935, South Africa
⁴⁴ Astronomisches Rechen-Institut, Zentrum für Astronomie der Universität Heidelberg (ZAH), Mönchhofstr. 12-14, 69120 Heidelberg, Germany
⁴⁵ School of Physics and Astronomy, Queen Mary University of London, Mile End Road, London E1 4NS, UK
⁴⁶ Qatar Environment and Energy Research Institute, Qatar Foundation, P. O. Box 5825, Doha, Qatar
⁴⁷ SUPA School of Physics & Astronomy, University of St Andrews, North Haugh, St Andrews, KY16 9SS, UK
⁴⁸ Institut für Astrophysik, Georg-August-Universität, Friedrich-Hund-Platz 1, 37077 Göttingen, Germany
⁴⁹ Max Planck Institute for Solar System Research, Justus-von-Liebig-Weg 3, 37077 Göttingen, Germany
⁵⁰ Astrophysics Research Institute, Liverpool John Moores University, Liverpool CH41 1LD, UK
⁵¹ Qatar Foundation, PO Box 5825, Doha, Qatar
⁵² HE Space Operations GmbH, Flughafenallee 24, 28199 Bremen, Germany
⁵³ Istituto Internazionale per gli Studi Scientifici (IIASS), Via Giuseppe Pellegrino, 19, 84019 Vietri Sul Mare Salerno, Italy
⁵⁴ National Astronomical Observatories / Yunnan Observatory, Key Laboratory for the Structure and Evolution of Celestial Objects, Chinese Academy of Sciences, Kunming 650011, China
⁵⁵ Armagh Observatory, College Hill, Armagh, BT61 9DG, Northern Ireland, UK
⁵⁶ Jodrell Bank Centre for Astrophysics, University of Manchester, Oxford Road, Manchester, M13 9PL, UK
⁵⁷ Department of Physics and Astronomy, Aarhus University, Ny Munkegade 120, Århus C, Denmark
⁵⁸ Stellar Astrophysics Centre, Department of Physics and Astronomy, Aarhus University, Ny Munkegade 120, DK-8000 Aarhus C, Denmark
⁵⁹ Max Planck Institute for Astronomy, Königstuhl 17, 69117 Heidelberg, Germany
⁶⁰ Department of Physics, Sharif University of Technology, PO Box 11155-9161, Tehran, Iran
⁶¹ Perimeter Institute for Theoretical Physics, 31 Caroline St. N., Waterloo ON, N2L 2Y5, Canada
⁶² Institut d'Astrophysique et de Géophysique, Allé du 6 Août 17, Sart Tilman, Bât. B5c, 4000 Liège, Belgium
⁶³ INAF/Istituto di Astrofisica Spaziale e Fisica Cosmica, Via Gobetti 101, Bologna, Italy
⁶⁴ Instituto de Astronomía, UNAM, AP 877, Ensenada, B.C. 22800, Mexico
⁶⁵ Astrophysics Group, Keele University, Staffordshire, ST5 5BG, UK
⁶⁶ NASA Ames Research Center, Moffett Field CA 94035, USA

Received 2014 October 29; accepted 2015 February 23; published 2015 April 27

ABSTRACT

We report the discovery of a Jupiter-mass planet orbiting an M-dwarf star that gave rise to the microlensing event OGLE-2011-BLG-0265. Such a system is very rare among known planetary systems and thus the discovery is important for theoretical studies of planetary formation and evolution. High-cadence temporal coverage of the planetary signal, combined with extended observations throughout the event, allows us to accurately model the observed light curve. However, the final microlensing solution remains degenerate, yielding two possible configurations of the planet and the host star. In the case of the preferred solution, the mass of the planet is $M_p = 0.9 \pm 0.3 M_J$, and the planet is orbiting a star with a mass $M = 0.22 \pm 0.06 M_\odot$. The second possible configuration (2σ away) consists of a planet with $M_p = 0.6 \pm 0.3 M_J$ and host star with $M = 0.14 \pm 0.06 M_\odot$. The system is located in the Galactic disk 3–4 kpc toward the Galactic bulge. In both cases, with an orbit size of 1.5–2.0 AU, the planet is a “cold Jupiter”—located well beyond the “snow line” of the host star. Currently available data make the secure selection of the correct solution difficult, but there are prospects for lifting the degeneracy with additional follow-up observations in the future, when the lens and source star separate.

Key words: gravitational lensing: micro – planetary systems

1. INTRODUCTION

In the recent decade, gravitational lensing has proven to be one of the major techniques of detecting and characterizing extrasolar planetary systems. Due to the favorable geometry in the Galaxy where microlensing phenomena occur, this technique is sensitive to planets orbiting their host stars with separations 0.5–10 AU. The technique is sensitive to low-

mass planets—down to Earth-mass planets and even smaller masses if observed from space. It can also detect planets not bound to stars—free-floating planets (Sumi et al. 2011). Therefore, it provides an important tool that enables a census of extrasolar planets in a very important region of parameter space that is generally inaccessible to other techniques: the region beyond the snow line where cold giant planets are most probably forming. Such a census will be complementary to the one provided by transit and radial-velocity surveys.

First assessments of the planet frequency in the microlensing domain have already been published (Tsapras et al. 2003; Gould et al. 2010; Sumi et al. 2010; Cassan et al. 2012). However, these studies were based on a limited number of planetary microlensing events. Precise analysis requires a much larger number of microlensing planets. New observational strategies of microlensing experiments have been implemented

⁶⁶ Corresponding author.

⁶⁷ Deceased 2014 September 28.

⁶⁸ The MiNSTEP Consortium.

⁶⁹ The OGLE Collaboration.

⁷⁰ The MOA Collaboration.

⁷¹ The Wise Group.

⁷² The μ FUN Collaboration.

⁷³ The PLANET Collaboration.

⁷⁴ The RoboNet Collaboration.

⁷⁵ Sagan Visiting Fellow.

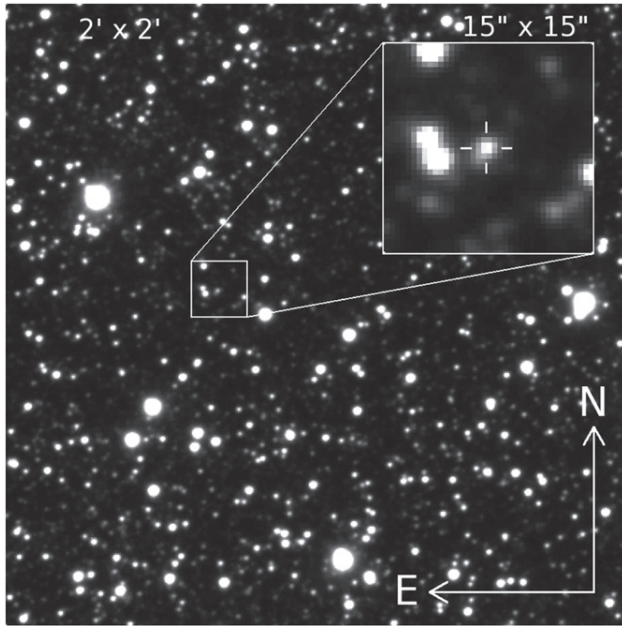


Figure 1. Finding chart for the microlensing event OGLE-2011-BLG-0265 as seen at the baseline level in 2010. The position of the source star (and the lens) is marked with the white cross, $(\alpha, \delta)_{J2000} = (17^h57^m47^s.72, -27^\circ23'40''.3) \pm 0''.1$. The field of view is $2' \times 2'$, while the inset covers $15'' \times 15''$. Pixel scale is $0.26''/\text{pixel}$. North is up and east is to the left. The brightest stars in the inset are $I \sim 16.2 - 16.4$, while the faintest visible at this scale are $I \sim 20$. The brightest star in the whole chart is TYC 6849-852-1 ($I \approx 11$).

in the last several years, leading to significant increase of the number of planet detections.

After the initial period of pioneering detections, the planetary microlensing field has undergone rapid changes and continues to evolve toward the next-generation experiments. The traditional first-generation approach was that some selected microlensing events detected by large-scale surveys like the Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE) and the Microlensing Observation in Astrophysics (MOA) projects were densely observed by follow-up groups such as μFUN , PLANET, RoboNet, and MiNDSTeP. Since then, the experiments have adopted more sophisticated observing strategies. For example, the second-generation microlensing surveys consist of a network of wide-field telescopes that are capable of observing large areas of the Galactic bulge field with high cadences of about 10–20 minutes. Starting from the 2010 observing season when the fourth phase of the OGLE survey began regular observations with the 1.3 m telescope at the Las Campanas Observatory in Chile, the second-generation microlensing network began to take shape. The OGLE-IV observing setup, together with the 1.8 m MOA-II telescope located at Mount John Observatory in New Zealand and the 1 m telescope at the Wise Observatory in Israel, became the backbone of the second-generation network capable of conducting round-the-clock observations of selected fields in the Galactic bulge. There has also been progress in follow-up observations, including the formation of new-generation follow-up networks with enhanced observing capability (e.g., RoboNet, a network of robotic telescopes from LCOGT and the Liverpool Telescope).

One of the most important discoveries made with the microlensing technique is the detection of cold giant planets

orbiting faint M-type dwarf stars. These discoveries were possible because microlensing does not rely on the light from a host star in order to detect a planet. This implies that the dependency of the microlensing sensitivity to planets on the spectral type of host stars is weak and the sensitivity extends down to late M dwarfs and beyond.

Studying planets around M dwarfs is important because these stars comprise $\sim 70\text{--}75\%$ of stars in the Solar neighborhood and the Galaxy as a whole. Planets around M dwarfs have been probed by the radial-velocity and transit methods (e.g., Delfosse et al. 1998; Marcy et al. 1998; Charbonneau et al. 2009; Bonfils et al. 2011; Montet et al. 2014). However, the low luminosity of M dwarfs poses serious difficulties in searching for planets with these methods. Furthermore, the host stars of the M-dwarf planets discovered so far tend to occupy the brighter end of the M-dwarf range. As a result, the characteristics of the lower-mass M-dwarf planet population are essentially unknown. In addition, all M-dwarf planets detected by the radial-velocity method are located within only a few dozens of parsecs from the Sun, and thus the sample of these planets is greatly biased not only to the spectral type of host stars but also to the distance from the Solar system.

By contrast, the most frequent host stars of microlensing planets are M dwarfs, including a planet with its host star directly imaged (Bennett et al. 2008; Kubas et al. 2012) and several others whose masses are constrained by microlensing light curves and auxiliary data (Udalski et al. 2005; Beaulieu et al. 2006; Gaudi et al. 2008; Dong et al. 2009; Bennett et al. 2010; Batista et al. 2011; Kains et al. 2013; Street et al. 2013; Poleski et al. 2014; Shvartzvald et al. 2014; Tsapras et al. 2014). In addition, lensing events occur regardless of the stellar types of lensing objects and thus one can obtain a sample of planetary systems that is unbiased by the stellar types of host stars. Furthermore, lensing events occur by objects distributed in a wide range of the Galaxy between the Earth and the Galactic center, and thus one can obtain a planet sample that is more representative of the whole Galaxy.

Constructing an unbiased sample of planets around M dwarfs is important for understanding the formation mechanism of these planets. A theory based on the core accretion mechanism predicts that gas giants form much less frequently around M dwarfs than around Sun-like stars, while terrestrial and ice giant planets may be relatively common (Laughlin et al. 2004; Ida & Lin 2005). An alternative theory based on the disk instability mechanism predicts that giant planets can form around M dwarfs (Boss 2006), which contradicts the prediction of planet formation by the core accretion mechanism. Therefore, determining the characteristics and the frequency of the planets orbiting M dwarfs is important in order to refine the planetary formation scenario of these planets.

In this paper, we report the discovery of another giant planet orbiting an M3-M4 dwarf that was detected from the light curve analysis of the microlensing event OGLE-2011-BLG-0265. Although modeling the microlensing light curve yields two solutions that cannot be fully distinguished with the currently available data, both solutions indicate a Jupiter-mass planet. There is good prospect on resolving the ambiguity of the solutions in the future when the lens and the source separate.

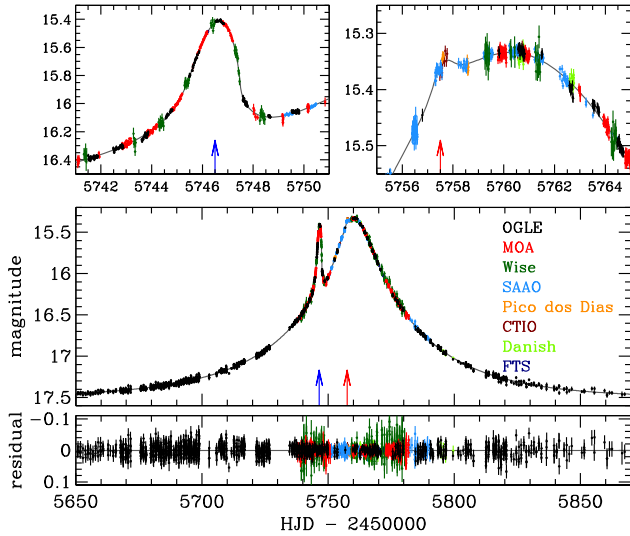


Figure 2. Light curve of the microlensing event OGLE-2011-BLG-0265. Only a subset of data taken during the event is presented—lower signal-to-noise observations, as well as, data providing little constraint on the final solution are omitted. The colors of the data points are chosen to match those of the labels of observatories. The solid curve superposed on the data points represents the best-fit model curve ($u_0 > 0$). The model curve for the $u_0 < 0$ solution would be visually indistinguishable. The two upper panels show the enlarged view of the major (HJD ~ 2455746.5) and minor (~ 2455757.5) planetary perturbation regions (marked with arrows).

2. OBSERVATIONS AND DATA

The gravitational microlensing event OGLE-2011-BLG-0265 was discovered on 2011 April 16 by the OGLE Early Warning System during the test phase of its implementation for the OGLE-IV survey. It was officially announced on 2011 May 25 as one of 431 events in the inauguration set of events detected during the 2011 season. The event was also found by the MOA group and designated as MOA-2011-BLG-197.

The microlensed source star of the event is located at $(\alpha, \delta)_{J2000} = (17^{\text{h}}57^{\text{m}}47^{\text{s}}.72, -27^{\circ}23'40''.3)$ in equatorial coordinates and $(l, b) = (2^{\circ}.70, -1^{\circ}.52)$ in Galactic coordinates (with the accuracy of the absolute position of the order of 0.1 arcsec). This region of the sky corresponds to the densest stellar region in the Galactic bulge toward which the vast majority of microlensing events are being detected. Figure 1 shows the finding chart of the event taken in 2010 when the source had not yet been magnified. The brightness and color of the event at the baseline, calibrated to the standard *VI* system, are $I = 17.51$ and $V - I = 3.03$, respectively.

The OGLE-IV survey is conducted using the 1.3 m Warsaw telescope equipped with the 32-CCD mosaic camera located at the Las Campanas Observatory in Chile. A single image covers approximately 1.4 square degrees with a resolution of 0.26 arcsec/pixel. OGLE-2011-BLG-0265 is located in the “BLG504” OGLE-IV field, which was observed with an 18 minute cadence in the 2011 season. See the OGLE Web page or the map of the sky coverage.⁷⁶ The exposure time was 100 s and the variability monitoring was performed in the *I*-band filter. Several *V*-band images were also taken during the event in order to determine the color of the source star. The analyzed OGLE-IV data set of the event contains 3749 epochs covering three observing seasons 2010–2012.

⁷⁶ <http://ogle.astrouw.edu.pl/sky/ogle4-BLG/>

The MOA project is regularly surveying the Galactic bulge with the 1.8 m telescope at the Mt. John Observatory in New Zealand. Images are collected with a 10-CCD mosaic camera covering ≈ 2.2 square degrees. OGLE-2011-BLG-0265 lies in the high-cadence MOA field “gb10” that is typically visited a few times per hour, enabling it to take 4774 epochs in total during the 2006–2012 seasons. Observations were conducted using the wide non-standard *R/I* filter with the exposure time of 60 s.

OGLE-2011-BLG-0265 is also located in the footprint of the survey conducted at the Wise Observatory in Israel with the 1.0 m telescope and four-CCD mosaic camera, LAIWO (Shvartzvald & Maoz 2012). This site fills the longitudinal gap between the OGLE and MOA sites, enabling round-the-clock coverage of the event. In total 710 epochs were obtained from this survey. Observations were carried out with the *I*-band filter and the exposure time was 180 s.

The OGLE-2011-BLG-0265 event turned out to evolve relatively slowly. Data collected by survey observations have good enough coverage of the anomaly and overall light curve to identify the planetary nature of the event. Nevertheless, the phenomenon was also monitored by several follow-up groups based on the anomaly alert issued on 2011 July 2 by the MOA group. It should be noted that the OGLE group generally does not issue alerts of ongoing anomalies in the present phase.

The groups that participated in the follow-up observations include the Probing Lensing Anomalies NETwork (PLANET: Beaulieu et al. 2006), Microlensing Follow-up Network (μ FUN: Gould et al. 2006), RoboNet (Tsapras et al. 2009), and MiNDSTeP (Dominik et al. 2010). The telescopes used for these observations include PLANET 1.0 m of South African Astronomical Observatory (SAAO) in South Africa, PLANET 0.6 m of Perth Observatory in Australia, μ FUN 1.3 m SMARTS telescope of Cerro Tololo Inter-American Observatory (CTIO) in Chile, μ FUN 0.4 m of Auckland Observatory in New Zealand, μ FUN 0.36 m of Farm Cove Observatory (FCO) in New Zealand, μ FUN 0.8 m of Observatorio del Teide in Tenerife, Spain, μ FUN 0.6 m of Observatorio do Pico dos Dias (OPD) in Brazil, μ FUN 0.4 m of Marty S. Kraar Observatory of Weizmann Institute of Science (Weizmann) in Israel, MiNDSTeP Danish 1.54 m telescope at La Silla Observatory in Chile, 2.0 m Liverpool Telescope at La Palma, RoboNet FTS 2.0 m in Hawaii, and RoboNet FTS 2.0 m in Australia.

By the time the first anomaly had ended, a series of solutions of lensing parameters based on independent real-time modeling were released. A consistent interpretation of these analyses was that the anomaly was produced by a planetary companion to the lens star. The models also predicted that there would be another perturbation about 10 days after the first anomaly, followed by the event peak just after the second anomaly. Based on this prediction, follow-up observations were continued beyond the main anomaly, up to the peak and even beyond. This enabled dense coverage of the second anomaly, which turned out to be important for the precise characterization of the lens system. See Section 4.1.

The event did not return to its baseline until the end of the 2011 season—HJD' (=HJD − 2450000) ~ 5870 . In order to obtain baseline data, observations were resumed in the 2012 season, which started on HJD' ~ 5960 . Combined survey and follow-up photometry constitute a very continuous and complete data set with the very dense coverage of the planetary anomaly.

Data acquired from different observatories were reduced using photometry codes developed by the individual groups. The photometry codes used by the OGLE and MOA groups, developed respectively by Udalski (2003) and Bond et al. (2001), were based on the Difference Image Analysis method (Alard & Lupton 1998). The PySIS pipeline (Albrow et al. 2009) was used for the reduction of the PLANET data and the Wise data. The μ FUN data were processed using the DoPHOT pipeline (Schechter et al. 1993). For the RoboNet and MiNDSTeP data, the DanDIA pipeline (Bramich 2008) was used.

To analyze the data sets obtained from different observatories, we rescale the reported uncertainties for each data set (see Skowron et al. 2011). The microlensing magnification significantly changes the brightness of the measured object during the event, and it is often the case that the reported uncertainties by the automatic pipelines are underestimated by different amounts. To account for this, we first adjust uncertainties by introducing a quadratic term so that the cumulative distribution function of χ^2 as a function of magnification becomes linear. We then rescale the error bars so that χ^2 per degree of freedom (dof) becomes unity for each data set, where the value of χ^2 is derived from the best-fit solution. This process greatly helps to estimate uncertainties of the lensing parameters. It is done in an iterative manner using the full model (i.e., with the effects of the parallax and orbital motion taken into account).

Figure 2 shows the light curve of OGLE-2011-BLG-0265. The subset of the gathered data that were used in the final calculations are presented. For the most part, the light curve is well represented by a smooth and symmetric curve of a standard lensing event caused by a single-mass object (Paczynski 1986) except for the short-term perturbations at HJD' \sim 5746.5 (major perturbation) and 5757.5 (minor perturbation), which lasted for \sim 4 days and \sim 1 day, respectively. These short-term perturbations are characteristic features of planetary microlensing (Mao & Paczynski 1991; Gould & Loeb 1992).

The dense temporal coverage from the multiple sites is useful in ensuring that there is no missing feature in the light curve. Also, overlapping observations allow to perform extensive self consistency checks among the data sets. After investigating residuals of all data sets used in the initial fits and correlating them with the observing conditions at the sites (seeing, sky background, and airmass), we carefully remove points for which we are less confident. Also, we do not use data sets that add no or little constraint to the light curve—such as data taken during only two or three nights of observations, or data taken during the monotonic decline of the event after planetary anomalies. The procedure of keeping smaller numbers of confident data points allows us to limit the influence of potential systematic errors and increase our confidence in the results, while, due to the redundancy of the gathered data, not harming the discriminatory power of the light curve.

3. MODELING THE LIGHT CURVE

Planetary lensing is a special case of the binary lensing where the mass ratio between the lens components is very small. The description of a binary-lensing light curve requires seven basic parameters. The first three parameters characterize the geometry of the lens-source approach, including the

timescale for the source to cross the radius of the Einstein ring, t_E (Einstein timescale), the time of the closest source approach to a reference position of the lens system, t_0 , and the lens-source separation at t_0 , u_0 (impact parameter). For the reference position of the lens, we use the center of mass of the binary system. The Einstein ring denotes the image of a source for the case of the exact lens-source alignment. Its angular radius, θ_E (Einstein radius), is commonly used as a length scale in describing the lensing phenomenon and the lens-source impact parameter u_0 is normalized to θ_E . Another three parameters needed to characterize the binary lens include the mass ratio between the lens components, q , the projected binary separation in units of the Einstein radius, s , and the angle of the binary axis in respect to the lens-source relative motion, α . The last parameter is the angular source radius θ_* normalized to θ_E (i.e., $\rho = \theta_*/\theta_E$; normalized source radius). This parameter is needed to describe the planet-induced perturbation during which the light curve is affected by the finite size of a source star (Bennett & Rhie 1996).

In addition to the basic binary-lensing parameters, several higher-order parameters are often needed to describe the subtle light curve deviations. OGLE-2011-BLG-0265 lasted nearly throughout the whole bulge season. For such a long timescale event, the motion of the source with respect to the lens may deviate from a rectilinear motion due to the change of the observer's position caused by the Earth's orbital motion around the Sun, and this can cause a long-term deviation in the light curve (Gould 1992). Consideration of this so-called “parallax” effect in modeling a microlensing light curve requires us to include two additional parameters of $\pi_{E,N}$ and $\pi_{E,E}$, which represent the two components of the lens parallax vector π_E projected on the sky in the north and east equatorial coordinates, respectively. The direction of the parallax vector corresponds to the relative lens-source motion in the frame of the earth at a specific time ($t_{0,\text{par}}$). We use $t_{0,\text{par}} = 2455760.1$. The size of the parallax vector is related to the Einstein radius θ_E and the relative lens-source parallax $\pi_{\text{rel}} = \text{AU}(D_L^{-1} - D_S^{-1})$ by

$$\pi_E = \frac{\pi_{\text{rel}}}{\theta_E}, \quad (1)$$

where D_L and D_S are the distances to the lens and source, respectively. Measurement of the lens parallax is important because it, along with the Einstein radius, allows one to determine the lens mass and distance to the lens as

$$M = \frac{\theta_E}{\kappa \pi_E} \quad (2)$$

and

$$D_L = \frac{\text{AU}}{\pi_E \theta_E + \pi_S}, \quad (3)$$

respectively (Gould 1992). Here $\kappa = 4 G/(c^2 \text{AU})$ and $\pi_S = \text{AU}/D_S$ represents the parallax of the source star.

Another effect that often needs to be considered in modeling long timescale lensing events is the orbital motion of the lens (Albrow et al. 2000; Penny et al. 2011; Shin et al. 2011; Park et al. 2013). The lens orbital motion affects the light curve by causing both the projected binary separation s and the binary axis angle α to change in time. It is especially important for the binary-lensing systems whose separation on the sky is close to

Table 1
Lensing Parameters

Parameter	$u_0 > 0$ Solution	$u_0 < 0$ Solution
χ^2/dof	4381.0/4470	4386.7/4470
t_0 (HJD')	5760.0949 ± 0.0086	5760.0925 ± 0.0085
t_{eff} (days)	6.955 ± 0.017	-6.843 ± 0.031
t_E (days)	53.63 ± 0.19	53.33 ± 0.27
t_* (days)	0.5248 ± 0.0055	0.5173 ± 0.0053
q (10^{-3})	3.954 ± 0.063	3.923 ± 0.059
s_0	1.03900 ± 0.00086	1.03790 ± 0.00085
α_0 (deg)	-27.15 ± 0.14	25.96 ± 0.23
$\pi_{E,N}$	0.238 ± 0.060	0.38 ± 0.11
$\pi_{E,E}$	0.042 ± 0.017	0.061 ± 0.016
ds/dt (yr^{-1})	0.354 ± 0.019	0.369 ± 0.019
$d\alpha/dt$ (deg yr^{-1})	52.9 ± 6.3	-24.2 ± 7.7
$F_{S,\text{OGLE}}$	1.860 ± 0.010	1.8380 ± 0.0096
$F_{\text{base,OGLE}}$	1.92436 ± 0.00091	1.92519 ± 0.00087

Note. HJD' = HJD - 2450000. α_0 and s_0 denote the projected binary axis angle and separation for the epoch $t_{0,\text{orb}} = 2455748.0$, respectively. The reference position for the definition of t_0 and u_0 is set as the center of mass of the lens system, $t_{\text{eff}} = u_0 \cdot t_E$. The geocentric reference frame is set in respect to the Earth velocity at $t_{0,\text{par}} = 2455760.1$. The flux unit for F_S and F_{base} is 18 mag for the instrumental and ~ 18.22 for the calibrated OGLE I -band data. (See Figure 3 for the lens geometry and Figure 5 for the CMD.)

their Einstein ring radius (as we experience in this event). The shape of the emerging “resonant caustic” is very sensitive to the change of the binary separation. Also, such a caustic is considerably larger than the caustics produced by other lens configurations, allowing a larger part of the lens plane to be accurately probed during the event. We account for the orbital effect by assuming that the change rates of the projected binary separation, ds/dt , and the angular speed, $d\alpha/dt$, are constant. This is a sufficient approximation, as we expect the orbital periods to be significantly larger than the 11 day period between the perturbations seen in the light curve.

Since the binary separation is now a function of time, we quote the tables and use as fit parameters the value of the binary separation (s_0) and the binary axis angle (α_0) for a specific epoch: $t_{0,\text{orb}}$. Here, we choose to be 2455748.0.⁷⁷ We closely follow the conventions of the lensing parameters described in Skowron et al. (2011) with one difference; since we use α as an angle of the binary axis with respect to the lens-source trajectory, $d\alpha/dt$ describes the rotation of the binary axis in the plane of the sky.

The deviation in a lensing light curve caused by the orbital effect can be smooth and similar to the deviation induced by the parallax effect. Therefore, considering the orbital effect is important because it might affect the lens parallax measurement and thus the physical parameters of the lens (Batista et al. 2011; Skowron et al. 2011).

With the lensing parameters, we test different models of the light curve. In the first model (the standard model), the light curve is fitted with use of the seven basic lensing parameters. In the second model (the parallax model), we additionally consider the parallax effect by adding two parallax parameters: $\pi_{E,N}$ and $\pi_{E,E}$. In the third model (the orbit model), we consider

only the orbital motion of the lens by including the orbital parameters ds/dt and $d\alpha/dt$, but do not consider the parallax effect. In the last model (the parallax+orbit model), we include both: the orbital motion of the lens and the orbital motion of the Earth (which gives rise to the parallax effect).

For a basic binary model, every source trajectory has its exact mirror counterpart with respect to the star-planet axis—with $(u_0, \alpha) \rightarrow -(u_0, \alpha)$ being the only difference. However, when the additional effects are considered, each of the two trajectories with $u_0 > 0$ and $u_0 < 0$ deviate from a straight line and the pair of trajectories are no longer symmetric. The models with $u_0 > 0$ and $u_0 < 0$ can be degenerate, especially for events associated with source stars located near the ecliptic plane—this is known as the “ecliptic degeneracy” (Skowron et al. 2011). For OGLE-2011-BLG-0265, the source star is located at $\beta \sim 2^\circ.7$ and thus we check both $u_0 > 0$ and $u_0 < 0$ solutions.

In modeling the OGLE-2011-BLG-0265 light curve, we search for the set of lensing parameters that best describes the observed light curve by minimizing χ^2 in the parameter space. We conduct this search through three steps. In the first step, grid searches are conducted over the space of a set of parameters, while the remaining parameters are searched by using a downhill approach (Dong et al. 2006). We then identify local minima in the grid-parameter space by inspecting the χ^2 distribution. In the second step, we investigate the individual local minima found from the initial search and refine the individual local solutions. In the final step, we choose a global solution by comparing the χ^2 values of the individual local minima. This multi-step procedure is needed to probe the existence of any possible degenerate solutions. We choose s , q , and α as the grid parameters because they are related to the light curve features in a complex way, such that a small change in their values can lead to dramatic changes in lensing light curves. On the other hand, the light curve shape depends smoothly on the remaining parameters, and thus they are searched for by using a downhill approach. For the χ^2 minimization for refinement and characterization of the solutions, we use the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method.

A planetary perturbation is mostly produced by the approach of the source star close to caustics that represent the positions on the source plane at which the lensing magnification of a point source becomes infinite. During the approach, lensing magnifications are affected by finite-source effects due to the differential magnification caused by the steep gradient of the magnification pattern around the caustic. For the computation of finite-source magnifications, we use the ray-shooting method (Schneider & Weiss 1986; Kayser et al. 1986; Wambsganss 1997). In this method, a large number of rays are uniformly shot from the image plane, which is bent according to the lens equation, and land on the source plane. The lens equation for image mapping from the image plane to the source plane is expressed as

$$\zeta = z - \frac{1}{1+q} \left(\frac{1}{\bar{z} - \bar{z}_{L,1}} + \frac{q}{\bar{z} - \bar{z}_{L,2}} \right), \quad (4)$$

where ζ , z_L , and z are the complex notations of the source, lens, and image positions, respectively, and the overbar denotes complex conjugate. Here all lengths are expressed in units of the Einstein radius. The finite magnification is computed as the

⁷⁷ Depending on the geometry of the event, different values of $t_{0,\text{orb}}$ yield different correlations between the parameters describing the event, hence, $t_{0,\text{orb}}$ equal to $t_{0,\text{par}}$ is not always the best choice in modeling.

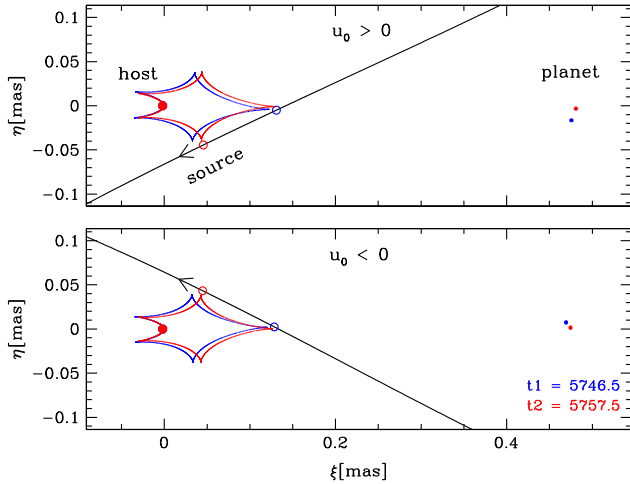


Figure 3. Geometry of the lensing system and the source star trajectory projected onto the plane of the sky. The upper panel is for the best-fit solution with $u_0 > 0$ and the lower panel is for the $u_0 < 0$ solution. The $u_0 > 0$ solution provides a slightly better fit than the $u_0 < 0$ solution by $\Delta\chi^2 = 5.7$. The closed figures with cusps represent the caustics at two different epochs, $\text{HJD}' = 5746.5$ and 5757.5 , which correspond to the moments of the major and minor perturbation in the light curve. The line with an arrow represents the source trajectory as seen from the Earth—the curvature of the line is due to the parallax effect. The small empty circles represent the size and positions of the source star at both epochs. Also marked are the positions of the planet (small dots on the right) and its host star (big dots on the left)—the displacement of the planet due to its orbital motion over 11 days between the perturbations is clearly visible. The origin is at the center of mass of the planetary system. The horizontal axis is parallel with the star-planet axis at the time t_0 .

ratio of the number density of rays on the source surface to the density on the image plane. This numerical technique requires heavy computation and thus we limit finite magnification computation based on the ray-shooting method to the region very close to caustics. In the adjacent region, we use a hexadecapole approximation, with which finite magnification computation can be faster by several orders of magnitude (Gould 2008; Pejcha & Heyrovský 2009). We solve the lens equation by using the complex polynomial method described in Skowron & Gould (2012).

In computing finite-source magnifications, we incorporate the limb-darkening variation of the stellar surface brightness. The surface brightness profile is modeled as $S_\lambda \propto 1 - c_\lambda \cdot (1 - \cos \phi) - d_\lambda \cdot (1 - \sqrt{\cos \phi})$, where c_λ and d_λ are the limb-darkening coefficients of the wavelength band λ , and ϕ is the angle between the normal to the stellar surface and the line of sight toward the center of the star. Based on the stellar type (see Section 5), we adopt the coefficients using Table 32 (square-root law) of Claret (2000) for $v_t = 2$, solar metallicity, $T_{\text{eff}} = 5000$ K, and $\log g = 3.5$:

$$c_{I\text{-band}}, d_{I\text{-band}} = 0.2288, 0.4769, \quad (5)$$

$$c_{\text{MOA-R}}, d_{\text{MOA-R}} = 0.2706, 0.4578, \quad (6)$$

$$c_{V\text{-band}}, d_{V\text{-band}} = 0.5337, 0.2993. \quad (7)$$

Here the values for the non-standard MOA-R filter are taken as linear combination of the R-band and I-band coefficients with 30% and 70% weights.

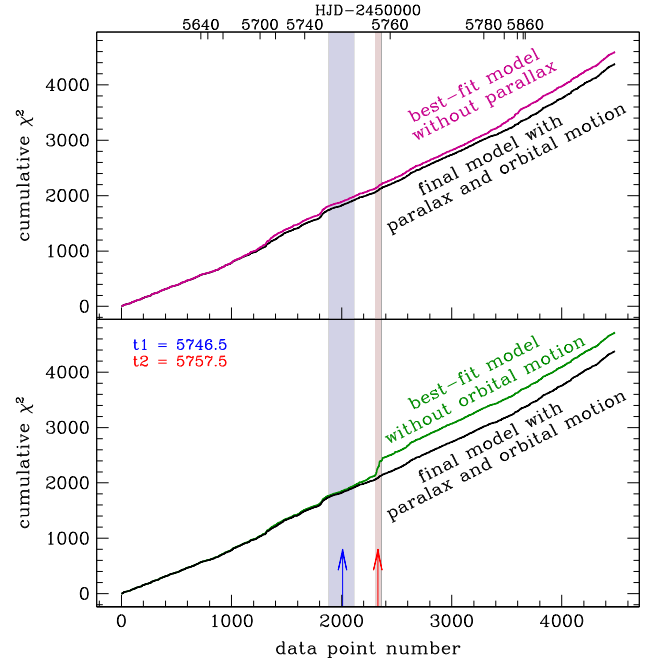


Figure 4. Cumulative χ^2 distributions as a function of a data point number for three microlensing models. The vertical bands mark the time of the major and minor planetary anomaly. We see that the minor anomaly cannot be well fitted without the inclusion of the lens orbital motion. The two anomalies appeared in the light curve closer in time than could be fit with a static binary model. Since the first anomaly is extremely well covered with observations, the second anomaly does not fit the best possible static model.

4. RESULTS

4.1. Best-fit Solution

In Table 1, we present the best-fit solutions along with their χ^2 values. In order to provide information about the blended light (i.e., the light that was not magnified during the event), we also present the source, F_s , and baseline, F_{base} , fluxes estimated from the OGLE photometry. We note that the uncertainty of each parameter is estimated based on the distribution in the MCMC chain obtained from modeling.

It is found that the perturbation was produced by a planetary companion with a planet/star mass ratio $q \sim 3.9 \times 10^{-3}$ located close to the Einstein ring of its host star (i.e., $s \sim 1.0$). In the upper panel of Figure 3, we present the locations of the lens components, the caustic, and the source trajectory for the best-fit solution. Since the planet is close to the Einstein ring, the resulting caustic forms a single closed curve with six cusps. The major (at $\text{HJD}' = 5746.5$) and minor (at $\text{HJD}' = 5757.5$) perturbations in the lensing light curve were produced by the approach of the source star close to the strong and weak cusps of the caustic, respectively.

We find that the event suffers from the ecliptic degeneracy. In Figure 3, we compare the lens-system geometry of the two degenerate solutions with $u_0 < 0$ and $u_0 > 0$. We note that the source trajectories of the two degenerate solutions are almost symmetric with respect to the star-planet axis. The χ^2 difference between the two degenerate models is merely 5.7—with $u_0 > 0$ solution slightly preferred over the $u_0 < 0$ solution. We further discuss this degeneracy in Section 5.2.

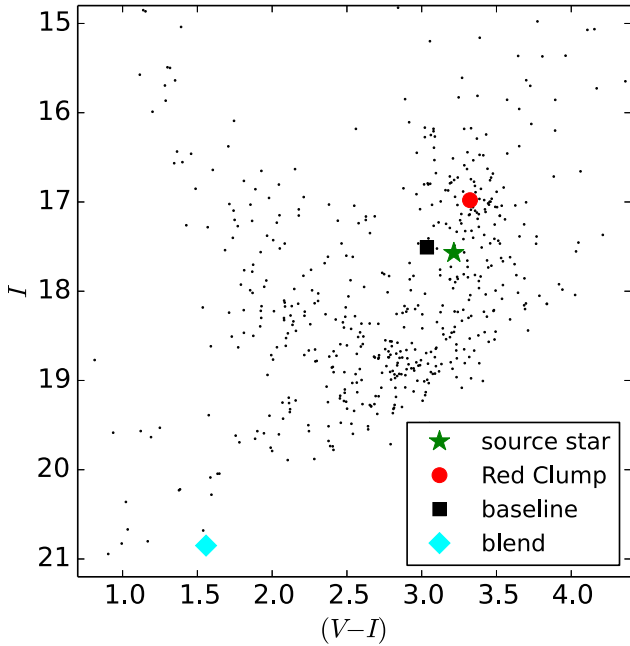


Figure 5. Location of the source star in the OGLE color-magnitude diagram for stars in the 1.5×1.5 field centered on the lensing event. Also shown is the centroid of the red clump giant stars that is used to calibrate the brightness and color of the source star. Light seen before and after the event (baseline level) was separated into the “source” and the “blend” light (or the portion of light that was magnified and the portion that was not magnified during the course of the event, respectively).

Higher-order effects are important for the event. We find that the model considering the parallax effect improves the fit with $\Delta\chi^2 = 230.9$ for $u_0 > 0$ and 127.8 for $u_0 < 0$ compared to the standard model. The model considering the lens orbital motion (but without parallax) improves the fit even more, with $\Delta\chi^2 = 349.1$ compared to the standard model. Considering both the parallax and orbital effects yields a light curve model that fits the data significantly better, with $\Delta\chi^2 = 559.4$ for $u_0 > 0$ and 565.1 for $u_0 < 0$ relative to the standard model.

The importance of the lens orbital motion can be seen in Figure 4, which shows the cumulative χ^2 distribution for the full (final) model, and compares it to the models without the parallax effect (upper panel) and without the lens orbital motion (lower panel) taken into account. It is found that the signal of the orbital effect is mainly seen from the part of the light curve at around $\text{HJD}' \sim 5757.5$, which corresponds to the time of the minor anomaly. The second anomaly happened sooner than predicted by the static binary model. Without the observations at this time, we would have lacked the information on the evolution of the caustic shape during the time between the anomalies. The minor anomaly was densely covered by follow-up data, especially the SAAO data, but the coverage by the survey data is sparse. As a result, the orbital parameters could not be well constrained by the survey data alone.

4.2. Angular Einstein Radius

Detection of the microlens parallax enables the measurement of the mass and distance to the planetary system. The Einstein radius, which is the second component required by Equations (2) and (3), is estimated by $\theta_E = \theta_*/\rho$, where the angular

source radius θ_* is obtained from the color and brightness information, and the normalized source radius ρ is measured from the microlensing light curve fitting to the planetary perturbation.

4.2.1. Intrinsic Color and Extinction-corrected Brightness of the Source Star

To determine the angular source radius, we first locate the source star on the color-magnitude diagram for stars in the field, and then calibrate its dereddened color and brightness by using the centroid of the red clump giants as a reference under the assumption that the source and red clump giants experience the same amount of extinction and reddening (Yoo et al. 2004).

In Figure 5 we present the location of the source star in the color-magnitude diagram. Using the method of Nataf et al. (2010) finding the centroid of the red clump in the 1.5×1.5 region of the sky around the source star, we estimate that the source star (with $V = 20.77$ and $I = 17.57$) is 0.12 mag bluer and 0.59 mag fainter than the typical red clump giant, and hence, is most likely also a K-type giant star located in the Galactic bulge. Based on the intrinsic color of the red clump giant stars $(V - I)_{\text{RC},0} = 1.06$ (Bensby et al. 2011), we estimate the dereddened color of the source star to be $(V - I)_{\text{S},0} = 0.94$.

With the observed $((V - I)_{\text{RC}} = 3.32)$ and intrinsic colors of the red clump stars, we estimate the total reddening toward the Galactic Bulge:

$$\begin{aligned} E(V - I) &= (V - I)_{\text{RC}} - (V - I)_{\text{RC},0} \\ &= 3.32 - 1.06 = 2.26. \end{aligned} \quad (8)$$

From Nataf et al. (2013) the mean distance to the Galactic bulge stars in the direction of the event is 7.8 kpc and the intrinsic brightness of the red clump stars is $M_{I,\text{RC},0} = -0.11$. With the measured observed brightness $I_{\text{RC}} = 16.98$, we estimate the extinction to the bulge to be $A_I = 2.63$. This is consistent with the estimated reddening of 2.26, as the slope of the reddening vector $(\partial A_I / \partial E(V - I))$ is typically ~ 1.2 , and in most cases is between 1.0 and 1.4 for the Galactic bulge sight lines (Nataf et al. 2013, Figure 7). The extinction in the V band is calculated as $A_V = A_I + E(V - I) = 4.89$. Then, the extinction-corrected magnitudes of the source star are computed as

$$V_{\text{S},0} = V_{\text{S}} - A_V = 20.77 - 4.89 = 15.88, \quad (9)$$

$$I_{\text{S},0} = I_{\text{S}} - A_I = 17.57 - 2.63 = 14.94. \quad (10)$$

4.2.2. Uncertainties of the Source Color Estimation

Although uncertainties of the observed color and brightness of the source stars are typically low (in this case 0.01 mag), the uncertainty in the centroiding of the red clump and the differential reddening in the field means that the true intrinsic colors of the microlensing sources are typically known with lower accuracy. Bensby et al. (2013, Section 3.2) compare the colors of source stars of the 55 microlensing events determined with both spectroscopic and microlensing techniques. Their Figure 5 shows that the disagreement between the two estimations is typically 0.07 mag for the blue star sample and 0.08 mag for all stars. There is no physical reason for the measurement of the color offset from the red clump stars to be

Table 2
Physical Lens Parameters

Quantity	$u_0 > 0$ Solution	$u_0 < 0$ Solution
θ_E (mas)	0.419 ± 0.040	0.423 ± 0.040
μ_{geo} (mas yr $^{-1}$)	2.85 ± 0.29	2.89 ± 0.29
$\mu_{\text{hel},N}$ (mas yr $^{-1}$)	2.72 ± 0.30	2.73 ± 0.32
$\mu_{\text{hel},E}$ (mas yr $^{-1}$)	$1.06^{+0.29}_{-0.18}$	$1.39^{+0.19}_{-0.16}$
M_p (M_J)	$0.88^{+0.27}_{-0.18}$	$0.56^{+0.25}_{-0.13}$
M_h (M_\odot)	$0.211^{+0.068}_{-0.045}$	$0.136^{+0.061}_{-0.031}$
D_L (kpc)	$4.38^{+0.51}_{-0.45}$	$3.49^{+0.71}_{-0.49}$
a_\perp (AU)	$1.89^{+0.25}_{-0.20}$	$1.51^{+0.31}_{-0.20}$
$(KE/PE)_\perp$	0.387 ± 0.075	0.112 ± 0.060

Note. The parameters calculated for parallax+orbital model. θ_E , angular Einstein radius; μ_{geo} and μ_{hel} , relative lens-source proper motion in the geocentric and heliocentric reference frames, respectively; M_p , mass of the planet; M_h , mass of the host star; D_L , distance to the lens; a_\perp , projected star-planet; and $(KE/PE)_\perp$, the ratio of the transverse kinetic to potential energy.

less accurate for red stars than for blue stars. Hence, the authors point to, clearly but not perfectly, the color- T_{eff} relations as the source of the increased scatter for red stars (with $T_{\text{eff}} < 5500$ K, see Bensby et al. 2013, Figure 7). The observed 0.07 mag scatter between the spectroscopic and microlensing color estimates also includes the uncertainties in T_{eff} , which are of the order of 100 K and would generate ~ 0.034 mag uncertainty in color (compared with Table 5 and Figure 7 of Bensby et al. 2013). By subtracting this source of scatter in quadrature from the observed scatter, we obtain 0.061 mag, which still contains some unknown uncertainty of the stellar models themselves.

The sample of events analyzed by Bensby et al. (2013) also contains some problematic events of two types. One type is events where the coverage of the light curve in the multiple photometric bands was not sufficient to accurately determine observed color, while the other type is events in the fields with poorly defined red clumps. This allows us to argue that for well observed microlensing events in fields with a well defined red clump, the typical error in the microlensing color estimation is on the order of 0.05 mag.

One could worry that the assumption of a typical error of the intrinsic color estimation does not take into account the influence of the differential reddening, which in fact, varies from field to field. Figure 6 of Bensby et al. (2013) addresses this issue, showing that there is no evidence of strong correlation between the differential reddening in the fields of 55 events (as measured by Nataf et al. 2013) and errors in their color estimations. This actually could be understood by realizing that the dominating source of scatter in the observed colors of red clump stars comes from the gradient of the reddening across the field. This gradient, however, has no effect on the position of the red clump stars centroid.

As an example, we took samples of stars from four circles centered on our event with the diameters of 1.5', 2', 3', and 4', respectively, and used them to measure the centroid of the red clump. All four measurements are within 0.02 mag of each other, even though the measure of the differential reddening (as defined by Nataf et al. 2013) is between 0.16 and 0.24 in these circles.

It is also worth noting that any error in the relative position of the source star from the centroid of the red clump that could come from the differential reddening would only partially contribute to the final estimation of the angular size of the star. As we will see in the following section, the calibration of the angular radius of the star contains two terms with opposite signs: $\sim 0.5(V - I)_0 - 0.2I_0$ (Equation (11)). More dust in front of the star influences both estimations of $(V - I)_0$ and I_0 in the same direction, and since $A_I \approx 1.2 E(V - I)$, the overall error that comes from the wrong estimation of the reddening is reduced by 50% ($1.2 \times 0.2/0.5 = 0.5$).

The OGLE-2011-BLG-0265 event is located 1°5 from the Galactic plane in the region strongly obscured by the interstellar dust ($E(V - I) = 2.26$) and affected by the differential reddening. Following Nataf et al. (2013), we calculate the measure of the differential reddening ($\sigma_{E(V-I)}$) in the $1/5 \times 1/5$ patch of the sky around the event. The observed $V - I$ colors of the red clump stars show 0.20 mag dispersion, which leads to the estimation of $\sigma_{E(V-I)} = 0.16$ mag. However, having the evidence for at most minor influence of the differential reddening on the final estimation of the color, and knowing that only half of the error (due to reddening) enters the final result, we only slightly increase our uncertainty of the color from 0.05 to 0.06 mag due to the heavily reddened field.

We expect the error in the estimation of I_0 to be slightly higher than the assumed error for $(V - I)_0$. In order to measure the observed brightness of the red clump, the luminosity function of the red giant branch has to be fitted simultaneously with the luminosity function of the red clump giants. Based on the reproducibility of the red clump centroiding under various assumptions regarding the red giant branch luminosity function, we conservatively assume a 0.1 mag error in the estimation of I_0 of the source star.

4.2.3. Angular Size from the Surface Brightness Relations

Knowing the dereddened color of the star and the extinction-corrected brightness enables the use of the surface brightness relation to find the angular radius (θ_*). We note that in microlensing we typically measure $(V - I)_0$ color, hence, ideally we would like to use a calibration based on this quantity. By including the additional transformation process from $(V - I)_0$ to $(V - K)_0$, the uncertainty of the estimated color increases by a factor 1.5–2.5 (e.g., $\partial(V - K)/\partial(V - I) \approx 2.5$ for stars with $(V - I) < 1.3$ Bessell & Brett 1988). Kervella & Fouqué (2008) provide such a relation calibrated with dwarfs and subgiant stars; we write:

$$\log \theta_* = 3.1982 - 0.2I_0 + 0.4895(V - I)_0 - 0.0657(V - I)_0^2, \quad (11)$$

where the angular radius is given in μas and the scatter of the relation is 0.0238. The relation in $(V - K)$ for the same types of stars based on Kervella et al. (2004) is

$$\log \theta_* = 3.2165 - 0.2V_0 + 0.2753(V - K)_0 \quad (12)$$

and the quadratic relation for the wider range of stars was given by Di Benedetto (2005):

$$\log \theta_* = 3.2120 - 0.2V_0 + 0.2968(V - K)_0 - 0.0088(V - K)_0^2. \quad (13)$$

Kervella & Fouqué (2008) believe that the scatter around the provided relation is dominated by the intrinsic scatter rather than measurement errors. This yields the relative uncertainty of the angular radius at 5.5%. Calibrations based on an infrared color have much smaller intrinsic scatter, so careful removal of the scatter due to measurement error is required. Kervella et al. (2004) estimate that the intrinsic scatter around the provided relation is 1%, whereas Di Benedetto (2005) estimates 1.8% and argues that the accuracy of the star sizes obtained from the infrared-based surface brightness relations is $<2\%$, but higher than the 1% estimated by Kervella et al. (2004).

We note that despite having much smaller scatter, the relations with $(V - K)_0$ (transformed from $(V - I)_0$) yield higher uncertainty of the angular radius than the relation originally calibrated in $(V - I)_0$, unless the accuracy of the $(V - I)_0$ estimation is $\lesssim 0.05$ or $(V - I)_0 > 1.3$, where the slope of $(V - K)$ versus $(V - I)$ is more shallow. Hence, we use the Kervella & Fouqué (2008) relation in the OGLE-2011-BLG-0265 case, which leads to the final estimation of the angular source radius

$$\theta_* = 4.09 \pm 0.41 \mu\text{as}. \quad (14)$$

Combining the physical and the normalized source radius yields the Einstein radius of $\theta_E = \theta_*/\rho = 0.42 \pm 0.04$ mas (for both $u_0 > 0$ and $u_0 < 0$ solutions of the parallax-orbit model).

4.3. Physical Parameters

With the measured Einstein radius and the lens parallax, we are able to estimate the physical quantities of the lens system (Table 2). For the best-fit solution ($u_0 > 0$, parallax+orbit model), the lens mass and distance to the lens are $M = 0.22 \pm 0.06 M_\odot$ and $D_L = 4.4 \pm 0.5$ kpc, respectively. The mass of the planet is $M_p = 0.9 \pm 0.3 M_J$. The projected separation between the host star and the planet is $a_\perp = 1.9 \pm 0.2$ AU and thus the planet is located well beyond the snow line of the host star.

For the marginally disfavored $u_0 < 0$ solution, the resulting physical parameters of the lens system are somewhat different—as expected, they are mainly caused by the difference in the north component of the parallax vector (i.e., $\pi_{E,N}$). See Table 1. In this case, the lens mass and distance are $M = 0.14 \pm 0.06 M_\odot$ and $D_L = 3.5 \pm 0.7$ kpc, respectively, and the mass of the planet is $M_p = 0.6 \pm 0.3 M_J$.

Hence, the system belongs to a little-known population of planetary systems, where a Jupiter-mass planet orbits an M dwarf beyond its snow line.

5. DISCUSSION

5.1. Degeneracy of the Microlensing Models

While the planetary nature of the perturbation in the OGLE-2011-BLG-0265 light curve is obvious, the event suffers from the orbiting binary ecliptic degeneracy (Skowron et al. 2011, see Appendix 3). The two solutions, $u_0 < 0$ and $u_0 > 0$, have nearly identical mass ratio $q = 3.9 \times 10^{-3}$, normalized separation $s = 1.04$, and Einstein radius $\theta_E = 0.42$ mas, and hence planet–host angular separation $\theta_\perp = 0.44$ mas. They differ in the microlens parallax, especially in the north component $\pi_{E,N} = 0.24$ ($u_0 > 0$) versus $\pi_{E,N} = 0.38$ ($u_0 < 0$), and also in $d\alpha/dt$, which is often strongly correlated

with $\pi_{E,N}$ (Batista et al. 2011; Skowron et al. 2011). This difference is important because it leads to a different mass and distance of the host ($M_*/M_\odot, D_L/\text{kpc}$) = (0.22, 4.4) versus (0.14, 3.5) for the $u_0 > 0$ and $u_0 < 0$ solutions, respectively.

The $u_0 > 0$ solution is favored by $\Delta\chi^2 = 5.7$ corresponding to a (frequentist) likelihood ratio of $\exp(5.7/2) = 17$. This would be compelling evidence if treated at face value. However, it is known that the photometry of microlensing events occasionally suffers from low-level systematic trends at $\Delta\chi^2 \sim \text{few level}$.

As an additional way to resolve the degeneracy, we check the ratio of the projected kinetic to potential energy (Dong et al. 2009) estimated by

$$\beta = \left(\frac{\text{KE}}{\text{PE}} \right)_\perp = \frac{v_\perp^2 r_\perp}{2 GM_{\text{tot}}} = \frac{\kappa M_\odot \text{yr}^2}{8\pi^2} \frac{\pi_E s^3 \gamma^2}{\theta_E (\pi_E + \pi_S/\theta_E)^3}, \quad (15)$$

where $\gamma^2 = (ds/dt/s)^2 + (d\alpha/dt)^2$. For typical viewing angles, one expects $\beta \sim \mathcal{O}(0.4)$, as is the case for the $u_0 > 0$ solution. On the other hand, the lower value $\beta \sim 0.11$ (as in the $u_0 < 0$ solution) implies either that the planet is seen projected along the line of sight at the viewing angle $\psi \sim 2\beta \sim 0.22$ (corresponding to the semimajor axis $a \sim a_\perp/(2\beta) \sim 4.5a_\perp$), or that we have just seen the planet when majority of its motion is directly toward (or away from) us. Of course, the prior probability of the first configuration for a point randomly distributed on a sphere is just $2\beta^2 \sim 0.025$ and the probability for the second is similar.

However, while it is certainly true that the prior probability for any given planet’s position is uniform over a sphere, this is not the case for planets found by microlensing, which are preferentially detected within a factor of ~ 1.5 of the Einstein radius (Gould & Loeb 1992; Gould et al. 2010). First, since the planet actually lies very near the Einstein radius, it would have been detected in almost any angular orientation α , so that the actual probability is more like β than β^2 (i.e., about 0.11). In addition, since giant planets around the M dwarfs are a new class of planets, we do not know their distribution. It could be that the great majority of such planets lie at $a \sim 20$ AU. Then, whenever these were found in planet–host microlensing events, they would have a very low value β . On the other hand, whenever we detect them at typical viewing angles, they will be considered as “free-floating planets” (Sumi et al. 2011). Hence, the measurement of a low β value is not a strong statistical argument against the $u_0 < 0$ solution, which still remains as a viable option.

In summary, although both light curve and energy considerations point to the $u_0 > 0$ solution, it is difficult to confidently resolve the degeneracy between the two possible models based on the currently available data. Fortunately, the difference in the physical parameters estimated from the two degenerate solutions is not big enough to affect the conclusion that the lens belongs to a new class of giant planets around low-mass stars.

5.2. Prospects for Follow-up Observations

It will eventually be possible to confidently resolve the current degeneracy issue on the models of OGLE-2011-BLG-0265 when the Giant Magellan Telescope comes on line in about 10 yr. At that time, the source and lens will be separated

by about 40 mas, or roughly three FWHM in the J -band. There are three observables that can then be used to distinguish the two solutions. First, the $u_0 < 0$ solution predicts a fainter lens because it has a lower mass. Second, it predicts slightly higher heliocentric proper motion (mainly in the east sky direction). Third, it predicts a different angle of the proper motion.

Each of these measurements has some potential problems. The prediction of the lens flux is influenced not only by the mass and the distance, but also by the extinction to the lens. There is a substantial error in θ_E that impacts the brightness in the same direction as the mass and distance. That is, if θ_E is higher than we have estimated, then the distance is closer (so the lens is brighter) and the mass is greater (so the lens is brighter again). Fortunately, the detection of the lens will itself enable us to measure the proper motion μ_{hel} and therefore also the Einstein radius (see below). Also, with a bigger telescope, it will be possible to better estimate θ_E by detailed characterization of the source star, thus, a more accurate estimation of the θ_* in Equation (14).

As can be seen from Table 2, the predictions for heliocentric proper motion differ by only 1σ . This is the same problem as just mentioned: the proper motion prediction contains the significant error of θ_E .

By contrast, the angle of heliocentric proper motion, ϕ_μ , does not depend on θ_E . In terms of observables,

$$\mu_{\text{hel}} = \frac{\theta_E}{t_E} \frac{\pi_E}{\pi_E} + \frac{\mathbf{v}_{\oplus,\perp}}{\text{AU}} \pi_{\text{rel}} = \theta_E \left(\frac{1}{t_E} \frac{\pi_E}{\pi_E} + \frac{\mathbf{v}_{\oplus,\perp}}{\text{AU}} \pi_E \right), \quad (16)$$

where $\mathbf{v}_{\oplus,\perp}$ is the motion of Earth projected on the sky at the fiducial time of the event ($v_{\oplus,N}$, $v_{\oplus,E}$) = (−0.42, 5.45) AU yr^{−1}. This means that the position angle (north through east) is

$$\phi_\mu = \text{atan} \frac{\pi_{E,E} + \pi_E^2 v_{\oplus,E} t_E / \text{AU}}{\pi_{E,N} + \pi_E^2 v_{\oplus,N} t_E / \text{AU}}, \quad (17)$$

which is indeed independent of θ_E . We find $\phi_\mu = 20.8^{+5.3}_{-2.7}$ deg for $u_0 > 0$ and $\phi_\mu = 26.4^{+2.0}_{-1.2}$ deg for $u_0 < 0$. Thus if the actual measurement is $\phi_\mu = 21^\circ$, it will strongly exclude (4σ) the $u_0 < 0$ solution, but if it is $\phi_\mu = 26^\circ$ then it will only marginally favor (1σ) the $u_0 < 0$ solution.

Nevertheless, with these three pieces of information, there is a good chance that the ensemble of measurements will favor one solution or the other.

6. CONCLUSIONS

We reported the discovery of a planet detected by analyzing the light curve of the microlensing event OGLE-2011-BLG-0265. It is found that the lens is composed of a giant planet orbiting a M-type dwarf host. Unfortunately, the microlensing modeling yields two degenerate solutions, which increases our uncertainties in mass of and distance to this planetary system, and cannot be distinguished with the currently available data. The planet–host mass ratio is, however, very well measured at 0.0039.

The slightly preferred solution yields a Jupiter-mass planet orbiting a $0.22 M_\odot$ dwarf. The second solution yields a $0.6 M_\odot$ Jupiter-mass planet orbiting a $0.14 M_\odot$ dwarf. There are good prospects for lifting the degeneracy of the solutions with future additional follow-up observations. In either case, the OGLE-

2011-BLG-0265 event demonstrates the uniqueness of the microlensing method in detecting planets around low-mass stars.

The OGLE project has received funding from the European Research Council under the European Community's Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013) / ERC grant agreement No. 246678 to A.U. This research was partly supported by the Polish Ministry of Science and Higher Education (MNiSW) through the program “Iuventus Plus” award No. IP2011 026771. Work by C.H. was supported by Creative Research Initiative Program (2009-0081561) of National Research Foundation of Korea. The MOA experiment was supported by grants JSPS22403003 and JSPS23340064. T.S. acknowledges the support of JSPS 24253004. T.S. is supported by the grant JSPS23340044. Y.M. acknowledges support from JSPS grants JSPS23540339 and JSPS19340058. Work by J.C. Y. is supported in part by a Distinguished University Fellowship from The Ohio State University and in part under contract with the California Institute of Technology (Caltech) funded by NASA through the Sagan Fellowship Program. Work by A.G. and B.S.G. was supported by NSF grant AST 1103471. Work by A.G., B.S.G., and RWP was supported by NASA grant NNX12AB99G. T.S. acknowledges support from the grants JSPS23340044 and JSPS24253004. C.S. received funding from the European Union Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013) under grant agreement No. 268421. This work is based in part on data collected by MiNDSTeP with the Danish 1.54 m telescope at the ESO La Silla Observatory. The Danish 1.54 m telescope is operated based on a grant from the Danish Natural Science Foundation (FNU). The MiNDSTeP monitoring campaign is powered by ARTEMiS (Automated Terrestrial Exoplanet Microlensing Search; Dominik et al. 2008, AN 329, 248). M.H. acknowledges support by the German Research Foundation (DFG). D.R. (boursier FRIA) and J.S. acknowledge support from the Communauté française de Belgique—Actions de recherche concertées—Académie universitaire Wallonie-Europe. K.A., D.M.B., M.D., K.H., M. H., C.L., C.S., R.A.S., and Y.T. are thankful to the Qatar National Research Fund (QNRF), member of Qatar Foundation, for support by grant NPRP 09-476-1-078. Work by D.D. P. was supported by the University of Rijeka Project 13.12.1.3.02. This research was supported by the I-CORE program of the Planning and Budgeting Committee and the Israel Science Foundation, grant 1829/12. D.M. and A.G. acknowledge support by the US-Israel Binational Science Foundation.

REFERENCES

- Alard, C., & Lupton, R. H. 1998, *ApJ*, **503**, 325
- Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 2000, *ApJ*, **534**, 894
- Albrow, M. D., Horne, K., Bramich, D. M., et al. 2009, *MNRAS*, **397**, 2099
- Batista, V., Gould, A., Dieters, S., et al. 2011, *A&A*, **529**, A102
- Beaulieu, J.-P., Bennett, D. P., Fouqué, P., et al. 2006, *Natur*, **439**, 437
- Bennett, D. P., & Rhie, S. H. 1996, *ApJ*, **472**, 660
- Bennett, D. P., Bond, I. A., Udalski, A., et al. 2008, *ApJ*, **684**, 663
- Bennett, D. P., Rhie, S. H., Nikolaev, S., et al. 2010, *ApJ*, **713**, 837
- Bensby, T., Adén, D., Meléndez, J., et al. 2011, *A&A*, **533**, AA134
- Bensby, T., Yee, J. C., Feltzing, S., et al. 2013, *A&A*, **549A**, 147
- Bessell, M. S., & Brett, J. M. 1988, *PASP*, **100**, 1134
- Bond, I. A., Abe, F., Dodd, R. J., et al. 2001, *MNRAS*, **327**, 868
- Bonfils, X., Gillon, M., Forveille, T., et al. 2011, *A&A*, **528**, 111
- Boss, A. P. 2006, *ApJ*, **643**, 501
- Bramich, D. M. 2008, *MNRAS*, **386**, L77
- Cassan, A., Kubas, D., Beaulieu, J.-P., et al. 2012, *Natur*, **481**, 167

- Charbonneau, D., Berta, Z. K., & Irwin, J. 2009, *Natur*, **462**, 891
- Claret, A. 2000, *A&A*, **363**, 1081
- Delfosse, X., Forveille, T., Mayor, M., et al. 1998, *A&A*, **338**, L67
- Di Benedetto, G. P. 2005, *MNRAS*, **357**, 174
- Dominik, M., Jørgensen, U. G., Rattenbury, N. J., et al. 2010, *AN*, **331**, 671
- Dong, S., DePoy, D. L., Gaudi, B. S., et al. 2006, *ApJ*, **642**, 842
- Dong, S., Gould, A., Udalski, A., et al. 2009, *ApJ*, **695**, 970
- Gaudi, B. S., Bennett, D. P., Udalski, A., et al. 2008, *Sci*, **319**, 927
- Gould, A. 1992, *ApJ*, **392**, 442
- Gould, A., & Loeb, A. 1992, *ApJ*, **396**, 104
- Gould, A. 2008, *ApJ*, **681**, 1593
- Gould, A., Udalski, A., An, D., et al. 2006, *ApJL*, **644**, L37
- Gould, A., Dong, S., Gaudi, B. S., et al. 2010, *ApJ*, **720**, 1073
- Ida, S., & Lin, D. N. C. 2005, *ApJ*, **626**, 1045
- Kains, N., Street, R. A., Choi, J.-Y., et al. 2013, *A&A*, **552**, A70
- Kayser, R., Refsdal, S., & Stabell, R. 1986, *A&A*, **166**, 36
- Kervella, P., Thévenin, F., Di Folco, E., & Ségransan, D. 2004, *A&A*, **426**, 297
- Kervella, P., & Fouqué, P. 2008, *A&A*, **491**, 855
- Kubas, D., Beaulieu, J.-P., Bennett, D. P., et al. 2012, *A&A*, **540**, 78
- Laughlin, G., Bodenheimer, P., & Adams, F. C. 2004, *ApJL*, **612**, L73
- Mao, S., & Paczyński, B. 1991, *ApJL*, **374**, L37
- Marcy, G. W., Butler, R. P., Vogt, S. S., Fischer, D., & Lissauer, J. J. 1998, *ApJL*, **505**, L147
- Montet, B. T., Crepp, J. R., Johnson, J. A., Howard, A. W., & Marcy, G. W. 2014, *ApJ*, **781**, 28
- Nataf, D. M., Udalski, A., Gould, A., Fouqué, P., & Stanek, K. Z. 2010, *ApJL*, **721**, L28
- Nataf, D. M., Gould, A., Fouqué, P., et al. 2013, *ApJ*, **769**, 88
- Paczynski, B. 1986, *ApJ*, **304**, 1
- Park, H., Udalski, A., Han, C., et al. 2013, *ApJ*, **778**, 134
- Pejcha, O., & Heyrovský, D. 2009, *ApJ*, **690**, 1772
- Penny, M. T., Mao, S., & Kerins, E. 2011, *MNRAS*, **412**, 607
- Poleski, R., Udalski, A., Dong, S., et al. 2014, *ApJ*, **782**, 47
- Schechter, P. L., Mateo, M., & Saha, A. 1993, *PASP*, **105**, 1342
- Schneider, P., & Weiss, A. 1986, *A&A*, **164**, 237
- Shin, I.-G., Udalski, A., Han, C., et al. 2011, *ApJ*, **735**, 85
- Shvartzvald, Y., & Maoz, D. 2012, *MNRAS*, **419**, 3631
- Shvartzvald, Y., Maoz, D., Kaspi, S., et al. 2014, *MNRAS*, **439**, 604
- Skowron, J., Udalski, A., Gould, A., et al. 2011, *ApJ*, **738**, 87
- Skowron, J., & Gould, A. 2012, arXiv:1203.1034
- Sumi, T., Bennett, D. P., Bond, I. A., et al. 2010, *ApJ*, **710**, 1641
- Sumi, T., Kamiya, K., Bennett, D. P., et al. 2011, *Natur*, **473**, 349
- Street, R. A., Choi, J.-Y., Tsapras, Y., et al. 2013, *ApJ*, **763**, 67
- Tsapras, Y., Horne, K., Kane, S., & Carson, R. 2003, *MNRAS*, **343**, 1131
- Tsapras, Y., Street, R., Horne, K., et al. 2009, *AN*, **330**, 4
- Tsapras, Y., Choi, J.-Y., Street, R. A., et al. 2014, *ApJ*, **782**, 48
- Udalski, A. 2003, *AcA*, **53**, 291
- Udalski, A., Jaroszyński, M., Paczyński, A., et al. 2005, *ApJL*, **628**, L109
- Wambsganss, J. 1997, *MNRAS*, **284**, 172
- Yoo, J., DePoy, D. L., Gal-Yam, A., et al. 2004, *ApJ*, **603**, 139

Compléments sur la parallaxe

Sommaire

D.1 Les repères	283
D.1.1 Le repère équatorial	283
D.1.2 Changement de repère	284
D.1.3 Le plan du ciel	285
D.2 Modélisation du mouvement apparent du Soleil	286
D.2.1 Projections dans le plan du ciel	286
D.2.2 Expression dans le repère écliptique	286
D.2.3 Expression dans le repère équatorial	287

Dans cette partie, je rassemble les équations utilisées dans la pratique pour réaliser les changements de repères nécessaires au calcul de la trajectoire d'une source dans le repère géocentrique. Les notations mathématiques utilisées sont celles décrites au § E.1.

D.1 Les repères

Les définitions des différents repères qui sont présentés sont reprises du site web *Media4* de l'Observatoire de Paris (2015) et du livre de Léna et coll. (2008).

D.1.1 Le repère équatorial

Le repère équatorial J2000 est défini par le plan de base (Oxy) correspondant au plan de l'équateur céleste (plan parallèle à l'équateur terrestre passant par le centre du repère) à l'instant considéré, la direction de l'axe Oz normale à ce plan (appelée pôle céleste nord) est choisie de sorte que le mouvement de la Terre autour de cet axe se fasse dans le sens direct (sens inverse des aiguilles d'une montre – donc d'ouest en est). Dans ce repère les coordonnées portent le nom de coordonnées équatoriales J2000. Les deux coordonnées polaires sont respectivement l'ascension droite et la déclinaison. L'ascension droite (notée α) est comptée en heures sexagésimales de 0h à 24h à partir de l'origine Ox du repère et la déclinaison (notée δ) est comptée en degrés sexagésimaux de -90° à $+90^\circ$ à partir du plan de l'équateur céleste. On utilise parfois à la place de la déclinaison l'angle entre le pôle céleste et la direction de l'astre, cet angle est compté positivement de 0° à 180° à partir du pôle céleste nord et porte le nom de distance polaire (notée p). Le repère équatorial est représenté sur la Fig. D.1(a).

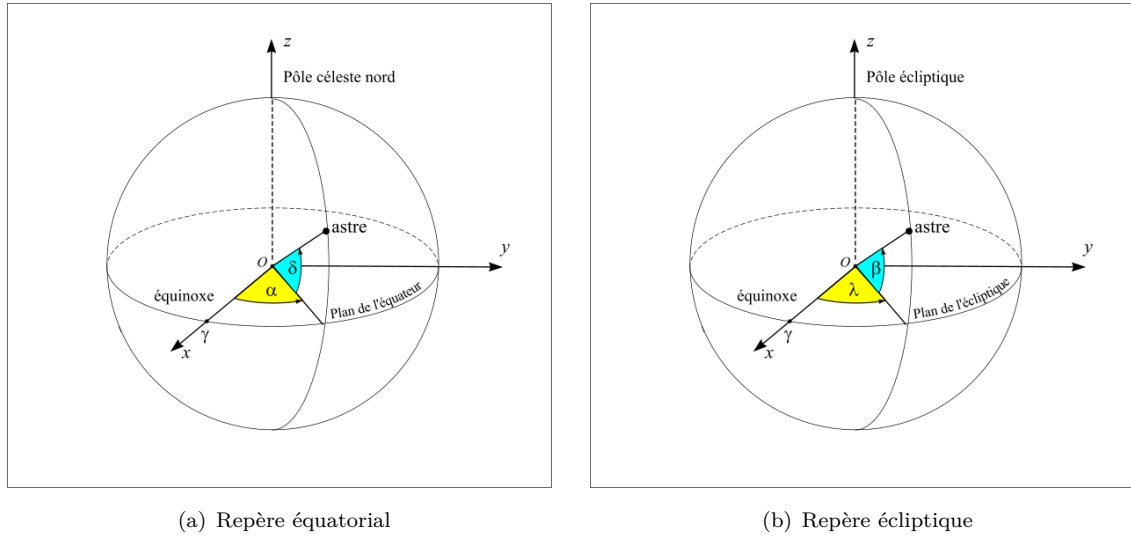


Fig. D.1 – Notations dans les repère équatorial et écliptique. *Figures extraites de Observatoire de Paris (2015).*

Le repère écliptique

Le repère écliptique J2000 est défini par le plan de base (Oxy) correspondant à l'orbite osculatrice du barycentre Terre-Lune autour du Soleil, la direction de l'axe Oz normale à ce plan (appelée pôle de l'écliptique) est choisie de sorte que le mouvement du barycentre Terre-Lune se fasse dans le sens direct (sens inverse des aiguilles d'une montre). Dans ce repère les coordonnées portent le nom de coordonnées écliptiques J2000. Les deux coordonnées polaires sont respectivement la longitude écliptique et la latitude écliptique. La longitude (notée lambda) est comptée en degrés sexagésimaux de 0° à 360° à partir de l'origine Ox du repère et la latitude (notée beta) est comptée en degrés sexagésimaux de -90° à $+90^\circ$ à partir du plan de l'écliptique. Les grands cercles passant par les deux pôles de l'écliptique portent le nom de méridiens écliptiques, les petits cercles de la sphère céleste parallèles à l'écliptique portent le nom de parallèles écliptiques. Le repère de l'écliptique est représenté sur la Fig. D.1(b).

D.1.2 Changement de repère

On muni le repère équatorial \mathcal{R}_{eq} d'une base orthonormée directe de \mathbb{R}^3 que l'on note $\mathcal{B} = (\mathbf{e}_i)$, et le repère de l'écliptique \mathcal{R}_{ecl} d'une base orthonormée directe de \mathbb{R}^3 notée $\mathcal{B}' = (\mathbf{e}_{i'})$. Soit \mathbf{u} un vecteur de \mathbb{R}^3 exprimé dans la base \mathcal{B} , et \mathbf{v} ce même vecteur exprimé dans la base \mathcal{B}' . Alors $\mathbf{v} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{u}$, avec la matrice de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' ,

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon & -\sin \epsilon \\ 0 & \sin \epsilon & \cos \epsilon \end{bmatrix}. \quad (\text{D.1})$$

Les colonnes de la matrice de passage contiennent les coordonnées des vecteurs de la nouvelle base \mathcal{B}' , exprimées dans l'ancienne base \mathcal{B} . Par construction, $\mathbf{e}' = {}^t\mathbf{P} \mathbf{e}$.

\mathbf{P} est une matrice réelle carrée dont tous les vecteurs colonnes (ou lignes) sont orthogonaux entre eux et de norme 1. On vérifie donc bien que cette matrice appartient au groupe orthogonal $O(3)$, comme attendu puisqu'elle représente une base orthonormale de \mathbb{R}^3 (c'est une matrice unitaire). De plus, son déterminant vaut 1, donc \mathbf{P} appartient au groupe spécial orthogonal $SO(3)$.

Ainsi, comme pour toute matrice carrée de $O(3)$, $P^t P = I_3$, ce qui signifie que l'inverse de P est sa transposée : $P^{-1} = {}^t P$. En résumé, on utilisera donc la relation de changement de repère sous la forme simple suivante : $\mathbf{v} = {}^t P \mathbf{u}$.

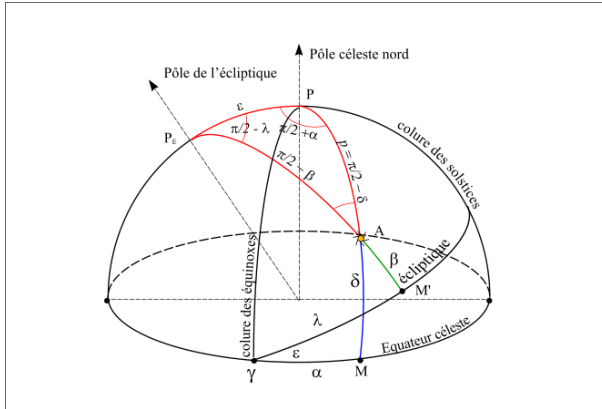


Fig. D.2 – Changement de repère. *Figure extraite de Observatoire de Paris (2015).*

De manière pratique, la matrice de passage de \mathcal{B} à \mathcal{B}' est définie telle que $\mathbf{e}_{i'} = P^i_{i'} \mathbf{e}_i$. Considérons un vecteur \mathbf{u} de \mathbb{R}^3 . Ce vecteur a une existence propre, indépendante du repère choisi pour exprimer ses coordonnées. Ainsi, $\mathbf{u} = u^i \mathbf{e}_i = u_i \mathbf{e}^i$. Ses coordonnées contravariantes se transforment donc de manière à compenser le changement de base (\mathbf{e}_i) à $(\mathbf{e}_{i'})$. On retrouve bien que les coordonnées covariantes de \mathbf{u} dans la base duale $(\mathbf{e}_{i'})$ sont $u_{i'} = \langle \mathbf{u}, \mathbf{e}_{i'} \rangle = \langle u_k \mathbf{e}^k, P^i_{i'} \mathbf{e}_i \rangle = u_k P^i_{i'} \langle \mathbf{e}^k, \mathbf{e}_i \rangle = u_k P^i_{i'} \delta^k_i = u_k P^k_{i'}$, ce qui est strictement équivalent à $\mathbf{v} = {}^t P \mathbf{u}$. Le changement de repère équatorial-écliptique est illustré Fig. D.2.

D.1.3 Le plan du ciel

La ligne de visée est définie comme la droite joignant le centre de la Terre (que nous appellerons la Terre dans la suite) et la lentille. Cette direction permet de définir un premier vecteur unitaire $\hat{\mathbf{m}}$ dont le sens est arbitrairement choisi vers l'observateur. Le plan du ciel est orthogonal à la ligne de visée. Le pôle Nord du repère équatorial repéré par $\hat{\mathbf{n}}$, dont le centre coïncide avec la Terre, se projette dans le plan du ciel en un vecteur $\hat{\mathbf{n}}_\perp$ et définit le Nord. Le troisième axe est choisi orthogonal aux deux autres, et le vecteur unitaire correspondant $\hat{\mathbf{w}}$ de sorte que la base orthogonale $(\hat{\mathbf{n}}_\perp, \hat{\mathbf{e}}, \hat{\mathbf{m}})$ soit directe, c'est-à-dire tel que $\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{m}} \times \hat{\mathbf{n}}_\perp$. Il s'agit de la convention utilisée en microlentille. Étant donné que nous nous intéressons à ce qui se passe dans le plan du ciel, on préfère rejeter la direction $(\hat{\mathbf{m}}$ en dernière, et donc travailler dans la base orthonormale directe du ciel défini à trois dimensions par $(\hat{\mathbf{n}}_\perp, \hat{\mathbf{e}}, \hat{\mathbf{m}})$, ou plus simplement dans la base à deux dimensions $(\hat{\mathbf{n}}_\perp, \hat{\mathbf{e}})$. Dans la suite, on préfère souvent rester à trois dimensions mais le passage de deux à trois dimension est transparent dans les deux sens.

Le plan du ciel est donc étroitement liée à l'existence d'une lentille. La position de la lentille dans le ciel est définie par ses coordonnées d'ascension droite α et de déclinaison δ dans le repère équatorial J2000, ce qui donne en coordonnées cartésiennes :

$$\hat{\mathbf{m}} = - \begin{bmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{eq}}} . \quad (\text{D.2})$$

Si pour des raisons pratiques on souhaite exprimer ce vecteur dans le repère écliptique, centré sur la Terre, en coordonnées cartésiennes, il suffit d'utiliser la matrice de passage précédente pour calculer les nouvelles coordonnées $\hat{m}_{i'} = \hat{m}_i P^i_{i'}$.

D.2 Modélisation du mouvement apparent du Soleil

D.2.1 Projections dans le plan du ciel

Notons ς le vecteur Terre-Soleil. Le projeté orthogonal de ce vecteur dans le plan du ciel est $\varsigma_{\perp} = \varsigma - \langle \varsigma, \hat{\mathbf{m}} \rangle \hat{\mathbf{m}}$. Les coordonnées de sa projection orthogonale ς_{\perp} dans la base du plan du ciel introduite plus haut sont (après un peu d'algèbre)

$$\begin{aligned} \varsigma_{\perp} = \varsigma - \langle \varsigma, \hat{\mathbf{m}} \rangle \hat{\mathbf{m}} &= \frac{1}{\|\mathbf{n}_{\perp}\|} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{n}_{\perp}, \varsigma_{\perp} \rangle \\ \text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \mathbf{n}_{\perp}, \varsigma_{\perp}) \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{ciel}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \langle \hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{m}} \rangle^2}} \begin{bmatrix} \langle \hat{\mathbf{n}}, \varsigma \rangle - \langle \hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{m}} \rangle \langle \varsigma, \hat{\mathbf{m}} \rangle \\ \text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \hat{\mathbf{n}}, \varsigma) \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{ciel}}}. \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Le calcul de déterminant donne le même résultat quel que soit la base orthonormale directe choisie pour le calcul. Il suffit alors de choisir un repère pour exprimer tous les vecteurs qui interviennent dans ce calcul. Il en est de même pour le produit scalaire. Ainsi donc, le résultat est indépendant d'un choix de base pour le calcul. Un changement de repère peut être nécessaire en utilisant la matrice de changement de repère trouvée plus haut.

Généralisons cette approche. Étant donné un vecteur \mathbf{x} dans un repère quelconque, déterminons le projeté orthogonal de \mathbf{x} dans le plan du ciel.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\perp} = \mathbf{x} - \langle \mathbf{x}, \hat{\mathbf{m}} \rangle \hat{\mathbf{m}} &= \frac{1}{\|\mathbf{n}_{\perp}\|} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{n}_{\perp}, \mathbf{x}_{\perp} \rangle \\ \text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \mathbf{n}_{\perp}, \mathbf{x}_{\perp}) \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{ciel}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \langle \hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{m}} \rangle^2}} \begin{bmatrix} \langle \hat{\mathbf{n}}, \mathbf{x} \rangle - \langle \hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{m}} \rangle \langle \mathbf{x}, \hat{\mathbf{m}} \rangle \\ \text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \hat{\mathbf{n}}, \mathbf{x}) \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{ciel}}}. \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

En explicitant les termes avec le symbole de Levi-Civita ϵ_{ijk} à trois dimensions, le projeté s'écrit

$$\mathbf{x}_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\hat{n}^i \hat{m}_i)^2}} \begin{bmatrix} \hat{n}^i x_i - \hat{n}^i \hat{m}_i x^j \hat{m}_j \\ \epsilon^{ijk} \hat{m}_i \hat{n}_j x_k \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{ciel}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\hat{n}^i \hat{m}_i)^2}} \begin{bmatrix} \hat{n}^i x_i - \hat{n}^i \hat{m}_i x^j \hat{m}_j \\ \hat{m}^i \epsilon_i^{jk} \hat{n}_j x_k \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{ciel}}} \quad (\text{D.5})$$

Ce sont ces expressions qui sont implémentées dans les codes que j'ai écrits.

D.2.2 Expression dans le repère écliptique

Un repère pertinent à utiliser pour le calcul des projections est le repère de l'écliptique, puisque dans ce repère, le terme $\langle \hat{\mathbf{n}}, \varsigma \rangle$ s'annule et la projection donne

$$\varsigma_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{1 - \langle \hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{m}} \rangle^2}} \begin{bmatrix} -\langle \hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{m}} \rangle \langle \varsigma, \hat{\mathbf{m}} \rangle \\ \text{Det}(\hat{\mathbf{m}}, \hat{\mathbf{n}}, \varsigma) \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{ciel}}}. \quad (\text{D.6})$$

Nous n'explicitons pas ce calcul car nous supposons que la projection a été calculée dans le repère équatorial.

Dans le repère de l'écliptique (le premier axe pointe vers le point vernal, le troisième vers le Nord écliptique et le second tel que le repère soit direct), la Terre se trouve à une unité astronomique de l'origine. Notons a le demi-grand axe de l'orbite terrestre dans ce repère. La position du Soleil à tout instant s'y écrit (An et coll., 2002)

$$\boldsymbol{\varsigma} = \begin{bmatrix} a \cos \lambda_{\odot} \\ a \sin \lambda_{\odot} \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{ecl}}} \quad (\text{D.7})$$

et la ligne de visée définie plus haut en fonction de la microlentille de coordonnées écliptiques (λ, β) est

$$\hat{\boldsymbol{m}} = - \begin{bmatrix} \cos \lambda \cos \beta \\ \sin \lambda \cos \beta \\ \sin \beta \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{ecl}}} . \quad (\text{D.8})$$

En tenant compte de l'excentricité de l'orbite terrestre, le demi-grand axe s'écrit $a = 1 - e \cos \Omega t$ et $\lambda_{\odot} = \Omega t - \phi_{\gamma} + 2e \sin \Omega t$ avec l'anomalie vraie à l'équinoxe $\phi_{\gamma} = 77,86^{\circ}$ (Larsen & Holdaway, 1999), $\Omega = 2\pi/1 \text{ an}$ et t le temps écoulé depuis le passage au périhélie. La projection dans le repère souhaité donne la correction à appliquer sur le mouvement héliocentrique de la source.

D.2.3 Expression dans le repère équatorial

Aucune simplification n'est possible dans le repère équatorial. Néanmoins, le Nord et la direction de la microlentille sont directement connus dans ce repère.

$$\hat{\boldsymbol{n}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{eq}}} \quad \hat{\boldsymbol{m}} = - \begin{bmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{\text{eq}}} \quad (\text{D.9})$$

Formulaire et mathématiques utiles

Sommaire

E.1	Notations	289
E.2	Constantes physiques	289
E.3	Théorèmes mathématiques	289
E.3.1	Théorème de Green-Riemann	289
E.3.2	Intégrales elliptiques	290
E.3.3	Intégrales de puissances de fonctions trigonométriques	290

E.1 Notations

- Les vecteurs sont notés en gras. Pour alléger les notations, un vecteur portant le symbole $\hat{}$ correspond au vecteur unitaire dans la direction et le sens du vecteur qui le porte.
- Les projections orthogonales de vecteurs sont notées avec un indice \perp .
- Le produit scalaire est noté \langle , \rangle.
- La notation \times a plusieurs signification selon le contexte. Sauf mention contraire, il s'agit de produit vectoriel.
- Le déterminant est noté $\text{Det}(,)$.

E.2 Constantes physiques

Le Tab. E.1 regroupe les constantes physiques les plus utilisées dans cette thèse.

E.3 Théorèmes mathématiques

E.3.1 Théorème de Green-Riemann

Si P et Q sont des fonctions de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} , \mathbb{R}^2 -différentiables et si K est un compact suffisamment régulier¹, alors :

$$\iint_{\partial K} P \, dx + Q \, dy = \iint_K \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \, dx \, dy \quad (\text{E.1})$$

où ∂K désigne le bord de K .

1. En toute rigueur, il existe des conditions supplémentaires que doit satisfaire le bord du compact K . Appel (2007) apporte ces précisions supplémentaires.

Grandeur	Notation	Valeur	Unité	Incertitude
Vitesse de la lumière dans le vide	c	$2,997\,924\,58 \times 10^8$	m.s^{-1}	–
Constante gravitationnelle	G	$6,674\,28 \times 10^{-11}$	$\text{m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$	$6,7 \times 10^{-15}$
Masse du Soleil*	M_{\odot}	$1,988\,42 \times 10^{30}$	kg	$2,0 \times 10^{26}$
Masse de la Terre*	M_{\oplus}	$5,972\,19 \times 10^{24}$	kg	$6,0 \times 10^{20}$
Masse de Jupiter*	M_J	$1,898\,52 \times 10^{27}$	kg	$1,9 \times 10^{23}$
Rapport de masse	M_{\odot}/M_J	$1,047\,348\,644 \times 10^3$	–	$1,7 \times 10^{-5}$
Rapport de masse	M_{\odot}/M_{\oplus}	$3,329\,460\,487 \times 10^5$	–	7×10^{-4}
Unité astronomique	UA	$1,495\,978\,707\,00 \times 10^{11}$	m	–

Tab. E.1 – Tableau de constantes. Les incertitudes sont absolues et exprimées dans la même unité que la grandeur correspondante. Les valeurs adoptées sont celles proposées par l’IAU en 2009 sauf lorsque le symbole * figure à la fin de la grandeur qui indique que la valeur du paramètre correspondant a été calculée à partir des valeurs données par l’IAU.

E.3.2 Intégrales elliptiques

La définition des intégrales elliptiques donnée ci-dessous est tirée de l’ouvrage de Gradshteyn & Ryzhik (1980). L’intégrale elliptique incomplète de première espèce est définie par

$$F(\phi, k) = \int_0^{\phi} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}}. \quad (\text{E.2})$$

L’intégrale elliptique de seconde espèce est définie par

$$E(\phi, k) = \int_0^{\phi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha} d\alpha. \quad (\text{E.3})$$

L’intégrale elliptique de troisième espèce est définie par

$$\Pi(\phi, n, k) = \int_0^{\phi} \frac{d\alpha}{(1 + n \sin^2 \alpha) \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}}. \quad (\text{E.4})$$

Ces intégrales sont d’une grande utilité pour le calcul de l’amplification du flux de source lors d’un événement de microlentille.

E.3.3 Intégrales de puissances de fonctions trigonométriques

L’ouvrage de Gradshteyn & Ryzhik (1980) comporte une table de primitives imposante et très utile. En particulier, l’intégrale d’une puissance d’une fonction trigonométrique se décompose (par intégration par partie ou raisonnement par récurrence) en une intégrale de puissance plus faible. En particulier, la formule suivante :

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \sin^p x \cos^q x dx &= \frac{\sin^{p-1} x \cos^{q-1} x}{p+q} \left[\sin^2 x - \frac{q-1}{p+q-2} \right] \\ &+ \frac{(p-1)(q-1)}{(p+q)(p+q-2)} \int_0^{2\pi} \sin^{p-2} x \cos^{q-2} x dx. \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

Sigles et acronymes

CHARA *Center for High Angular Resolution Astronomy.*

DMCMC Monte Carlo par chaîne de Markov différentiel.

ESO *European Southern Observatory.*

EWS Early Warning System.

FEP Fonction d'Étalement de Point.

GMT *Giant Magellan Telescope.*

JWST *James Webb Space Telescope.*

KMTNet Korean Microlensing Telescope Network.

MCMC Monte Carlo par chaîne de Markov.

MOA Microlensing Observations in Astrophysics.

OGLE Optical Gravitational Lensing Experiment.

RoboNet Robotic Network of telescopes.

SIM *Space Interferometry Mission.*

VLT *Very Large Telescope.*

VLTI *Very Large Telescope Interferometer.*

Liste des figures

1.1	Diagramme masse demi-grand axe des planètes extra-solaires connues à ce jour	11
1.2	Diagramme masse-rayon des planètes extra-solaires connues à ce jour	12
1.3	Résultats sur l’abondance des planètes	13
	(a) Mission Kepler	13
	(b) Distribution du temps caractéristique d’Einstein des événements de microlentille	13
1.4	Mesure de la vitesse radiale de 51 Peg et ν And	16
	(a) 51 Peg	16
	(b) ν And	16
1.5	Schéma illustrant le principe d’un transit	17
1.6	Transit de CoRoT-16b	18
1.7	Planète β Pic b observée par imagerie directe	20
1.8	Mouvement de ν And projeté sur la voûte céleste	21
1.9	Diversité des méthodes de détection de planètes extra-solaires	22
2.1	Images de l’événement OGLE-2014-BLG-1049 depuis SAAO	26
	(a) Magnitude de base	26
	(b) Pic d’amplification	26
2.2	Principales collaborations internationales	28
2.3	Nombre de détections d’événements de microlentille	29
2.4	Diagramme masse demi-grand axe / <i>Snow line</i> des planètes extra-solaires connues à ce jour	31
3.1	Schéma représentant la déviation de la lumière dans l’espace-temps	41
4.1	Géométrie et notations pour les modèles de microlentille	49
4.2	Images créées par une lentille simple et l’amplification correspondante pour différents paramètres d’impact	55
4.3	Topologie des caustiques en fonction de la séparation et du rapport de masse	61
4.4	Dépendance de la forme des caustiques en fonction de la distance projetée étoile-planète	62
4.5	Illustration de la dégénérescence $s \leftrightarrow 1/s$	63
4.6	Nombre d’images créées par une lentille binaire	64
4.7	Paramétrisation du mouvement relatif de la source par rapport à la lentille	66
4.8	Vitesse de rotation des étoiles dans la Voie lactée	67
4.9	Illustration du mouvement apparent du soleil dans le repère géocentrique	71
4.10	Géométrie et notations du point de vue de l’observateur	73
4.11	Principe de la mesure de la parallaxe terrestre	74
4.12	Observation d’un événement depuis la terre et l’espace	75

4.13	Illustration du fait que la présence d'un compagnon est d'autant plus facilement détectée dans la courbe d'amplification que les images dues à la seule présence de la lentille primaire passent près du compagnon au cours de l'événement	78
4.14	Illustration du fait que la présence d'un compagnon est d'autant plus difficilement détectée dans la courbe d'amplification que les images dues à la seule présence de la lentille primaire passent loin du compagnon au cours de l'événement	78
4.15	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,35$, $q = 0,6$, $u_0 = -0,16$ et $\alpha = -0,28$ rad	79
4.16	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,44$, $q = 0,5$, $u_0 = -0,018$ et $\alpha = -0,02$ rad	79
4.17	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,25$, $q = 0,2$, $u_0 = 0,22$ et $\alpha = 0,66$ rad	80
4.18	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,95$, $q = 0,0065$, $u_0 = -0,18$ et $\alpha = 0,56$ rad	80
4.19	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,18$, $q = 0,0049$, $u_0 = -0,14$ et $\alpha = -0,54$ rad	81
4.20	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,9$, $q = 0,00075$, $u_0 = -0,14$ et $\alpha = -1,74$ rad	81
4.21	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,9$, $q = 0,00075$, $u_0 = 0,14$ et $\alpha = -1,74$ rad	82
4.22	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,8$, $q = 0,1$, $u_0 = 0,24$ et $\alpha = 0,26$ rad	82
4.23	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,4$, $q = 0,007$, $u_0 = 0,01$ et $\alpha = -1,57$ rad	83
4.24	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 0,71$, $q = 0,007$, $u_0 = 0,01$ et $\alpha = -1,57$ rad	83
4.25	Courbe de lumière d'une microlentille binaire dont les paramètres sont $s = 1,25$, $q = 0,2$, $u_0 = 0,22$ et $\alpha = 0,66$ rad	84
4.26	Courbe de lumière d'une microlentille simple avec $u_0 = 0,1$, $t_E = 400$ jours et $\pi_E = 0,013$	84
5.1	Phase d'errance en début de MCMC et autocorrélation d'une chaîne	94
5.2	Exemple de corrélation entre les deux composantes de la parallaxe	95
5.3	Corrélation entre différents paramètres utilisés pour ajuster le modèle des lentilles binaires aux données	97
5.4	Courbe de lumière de l'événement OGLE-2014-BLG-0874 observé par les télescopes d'OGLE et de la collaboration PLANET	102
5.5	Corrélations entre les paramètres à l'issue de la modélisation de l'événement OGLE-2014-BLG-0874	103
5.6	Figure montrant l'allure des deux facteurs correctifs B_0 et B_1 intervenant dans le calcul des effets de taille finie de la source	106
5.7	Photo du Soleil prise le 23 novembre 2011 par l'instrument HMI du <i>Solar Dynamics Observatory</i>	106
5.8	Géométrie du problème pour le calcul du flux reçu par un observateur en O et émis par une étoile sphérique de rayon R_* située à une distance D de l'observateur.	107
5.9	Illustration de l'effet d'une source étendue sur l'amplification pour un profil d'intensité uniforme et un assombrissement centre-bord linéaire	108

5.10	Iso-contours de la vraisemblance marginale dans le plan des deux composantes de la parallaxe π_E	110
5.11	Illustration de l'effet de la rotation d'une lentille binaire sur l'amplification . . .	113
5.12	Illustration de l'effet de la rotation d'une lentille binaire combinée à la parallaxe sur l'amplification	113
5.13	Illustration de l'effet de la taille de la source sur l'amplification	114
5.14	Exemple de carte d'amplification	114
5.15	Schéma expliquant l'approximation de l'hexadécapole	117
5.16	Diagramme de corrélation entre le rapport de masse et la distance projetée dans un cas où une dégénérescence $s \leftrightarrow 1/s$ existe	117
5.17	χ^2 cumulé pour l'événement OGLE-2011-BLG-0265	118
5.18	Estimation de la distance de vingt-et-un événements observés en 2014, ainsi que de OGLE-2014-BLG-0939	121
5.19	Résultats préliminaires de la modélisation de l'événement OGLE-2012-BLG-0406 présentés en trois parties	148
6.1	Observation de la naine brune Gl 229B	155
6.2	Compagnons naines brunes connus à ce jour	157
6.3	Relation entre la masse et le rayon à la frontière entre planètes, naines brunes et étoiles	161
7.1	Courbe de lumière de l'événement MOA-2007-BLG-197	164
7.2	Comparaison des modèles de l'événement MOA-2007-BLG-197	166
7.3	Illustration de la dégénérescence géométrique $(u_0, \alpha) \mapsto -(u_0, \alpha)$ pour l'événement MOA-2007-BLG-197	167
7.4	Relation entre la magnitude absolue et la masse donnée par des isochrones	168
7.5	Résumé de la démarche suivie pour analyser MOA-2007-BLG-197	169
7.6	Diagramme masse-période pour les naines brunes en orbite autour d'étoiles de type solaire et statistique non paramétrique de cette population	170
7.7	Diagramme masse-période pour les naines brunes en orbite autour d'étoiles de type solaire et statistique non paramétrique par domaine de masse de cette population	171
8.1	Contraintes sur la masse de la lentille et sa distance à l'observateur par différentes observables	195
	(a) Contraintes sur la masse et la distance	195
	(b) Relation entre le rayon angulaire d'Einstein et le rayon angulaire de la source	195
8.2	Statistique prévisionnelle sur les mouvements propres des événements observés par KMTNet	196
	(a) Distribution des mouvements propres	196
	(b) Distribution des temps au bout desquels lentille et source peuvent être séparées	196
8.3	Photographie des quatre <i>Unit Telescope</i> du VLTI au Chili	199
8.4	Photographie d'une partie de l'interféromètre CHARA	200
8.5	Illustration de la perte de visibilité des franges d'interférence par perte de cohérence spatiale	207
	(a) Géométrie des images et mouvement de la source	207
	(b) Visibilité à l'instant t_1	207
	(c) Visibilité à l'instant t_2	207
	(d) Visibilité à l'instant t_3	207

8.6	Illustration de la perte de visibilité des franges d'interférence dans le cas d'images très étendues	208
(a)	Géométrie des images et mouvement de la source	208
(b)	Carte de visibilité	208
8.7	Illustration de la perte de visibilité des franges d'interférence dans le cas d'images très étendues	209
8.8	Cartes des différences entre un modèle de source ponctuelle et un modèle de source étendue	210
(a)	Géométrie des images, cas 1	210
(b)	Carte des résidus en visibilité, cas 1	210
(c)	Géométrie des images, cas 2	210
(d)	Carte des résidus en visibilité, cas 2	210
(e)	Géométrie des images, cas 3	210
(f)	Carte des résidus en visibilité, cas 3	210
8.9	Visibilités calculées dans le cas d'une lentille binaire	212
8.10	Schéma des bases du VLTI et CHARA	216
8.11	Illustration du principe de la super-synthèse d'ouverture	217
(a)	Géométrie des images	217
(b)	Mesure simulée de visibilité	217
(c)	Visibilité pour un angle horaire de -4h et couverture du plan (u, v)	217
(d)	Visibilité pour un angle horaire de 4h et couverture du plan (u, v)	217
8.12	Dépendance temporelle de l'argument de l'affixe de la source dans le cas d'une microlentille simple	218
8.13	Vitesse angulaire du mouvement des images créées par une lentille simple.	219
(a)	Vitesse de rotation des images	219
(b)	Vitesse maximale de rotation des images	219
8.14	Cette figure illustre le principe de la couverture spectrale	220
8.15	Illustration de la fermeture de phase	220
8.16	Exemple de contraintes obtenues sur les composantes de θ_E par quatre mesures de visibilité réalisées par deux bases différentes	221
8.17	Illustration de la dégénérescence du rayon d'Einstein	224
(a)	Dégénérescence après une mesure, base W1-E1	224
(b)	Dégénérescence après deux mesures, base W1-E1	224
(c)	Dégénérescence après deux mesures différentes, base W1-E1	224
(d)	Dégénérescence après deux autres mesures, base W1-E2	224
8.18	Contraintes typiques sur le rayon angulaire d'Einstein obtenues par la mesure de la parallaxe	225
(a)	Résultat typique d'une mesure de parallaxe	225
(b)	Contrainte de la parallaxe sur le vecteur rayon d'Einstein	225
8.19	Écran d'accueil du programme VisObs	229
8.20	Fenêtre de VisObs représentant les événements	230
8.21	Illustration de l'interactivité de VisObs	231
(a)	Visualisation des événements	231
(b)	Événement en cours. Source de l'image:Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE)	231
(c)	Estimation des paramètres dans le terminal	231
(d)	Densité de probabilité de la magnitude en K au pic	231

8.22	Décomposition des sources observées par microlentille en deux grandes catégories	232
(a)	Magnitude de la source sur les événements de l'année 2014	232
(b)	Résultat de l'ajustement de (a) par n fonctions gaussiennes	232
(c)	Probabilité d'appartenance à un type	232
8.23	Courbe de lumière de l'événement MOA-2015-BLG-0020 / OGLE-2015-BLG-0102	233
8.24	Illustration de la procédure d'alerte pour une observation par interférométrie . .	235
8.25	Dispersion en magnitudes dues à l'incertitude sur les différents paramètres propres aux isochrones	237
8.26	Critère de sélection et statistiques sur quatre années	237
(a)	Histogramme classique et cumulé de δ	237
(b)	Histogramme cumulé de l'amplification maximale des événements rejetés .	237
8.27	Nombre d'événements observables sur quatre années	238
A.1	Résultat de la modélisation de six événements de microlentille observés pendant la saison 2014	252
A.2	Calcul du demi-grand axe moyen et de la période moyenne de la lentille MOA- 2007-BLG-197L.	257
B.1	Résultat de l'ajustement d'isochrones aux mesures en I et V de la lentille OGLE- 2011-BLG-0417L	261
D.1	Repères astronomiques	284
(a)	Repère équatorial	284
(b)	Repère écliptique	284
D.2	Changement de repère	285

Liste des tableaux

6.1	Naines brunes en orbite autour d'étoiles détectées par microlentille	159
8.1	Correspondance entre les notations à deux et trois dimensions	205
8.2	Caratéristiques des bases du <i>Very Large Telescope Interferometer</i>	216
A.1	Résultat de la modélisation de six événements de la saison 2014	254
E.1	Tableau de constantes universelles et astronomiques	290

Bibliographie

- Absil, O., Milli, J., Mawet, D., et coll. 2013, *A&A*, 559, L12
- Akaike, H. 1974, IEEE Transactions on Automatic Control, 19, 716
- Alard, C. 2000, *A&AS*, 144, 363
- Alard, C. & Lupton, R. H. 1998, *ApJ*, 503, 325
- Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et coll. 1999, *ApJ*, 522, 1022
- Albrow, M. D., Horne, K., Bramich, D. M., et coll. 2009, *MNRAS*, 397, 2099
- Alcock, C., Akerlof, C. W., Allsman, R. A., et coll. 1993, *Nature*, 365, 621
- Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D., et coll. 1995, *ApJ*, 454, L125
- An, J. H., Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., et coll. 2002, *ApJ*, 572, 521
- André, P., Men'shchikov, A., Bontemps, S., et coll. 2010, *A&A*, 518, L102
- Appel, W. 2007, Mathematics for Physics and Physicists (Princeton University Press)
- Aubourg, E., Bareyre, P., Bréhin, S., et coll. 1993, *Nature*, 365, 623
- Bachelet, E. 2013, Theses, Université Paul Sabatier - Toulouse III
- Bachelet, E., Fouqué, P., Han, C., et coll. 2012, *A&A*, 547, A55
- Ballard, S., Fabrycky, D., Fressin, F., et coll. 2011, *ApJ*, 743, 200
- Baraffe, I., Chabrier, G., & Barman, T. 2010, Reports on Progress in Physics, 73, 016901
- Baraffe, I., Chabrier, G., Barman, T. S., Allard, F., & Hauschildt, P. H. 2003, *A&A*, 402, 701
- Basri, G. 2000, Scientific American, 282, 76
- Batalha, N. M. 2014, Proceedings of the National Academy of Science, 111, 12647
- Batalha, N. M., Rowe, J. F., Bryson, S. T., et coll. 2013, *ApJS*, 204, 24
- Bate, M. R., Bonnell, I. A., & Bromm, V. 2002, *MNRAS*, 332, L65
- Batista, V., Beaulieu, J.-P., Gould, A., et coll. 2014, *ApJ*, 780, 54
- Beaulieu, J.-P., Bennett, D. P., Fouqué, P., et coll. 2006, *Nature*, 439, 437
- Bennett, D. P. & Rhie, S. H. 1996, *ApJ*, 472, 660
- Bennett, D. P., Rhie, S. H., Nikolaev, S., et coll. 2010, *ApJ*, 713, 837
- Bhattacharjee, Y. & Clery, D. 2013, Science, 340, 566
- Boisse, I., Moutou, C., Vidal-Madjar, A., et coll. 2009, *A&A*, 495, 959
- Bond, I. A., Udalski, A., Jaroszyński, M., et coll. 2004, *ApJ*, 606, L155
- Bonnefoy, M., Boccaletti, A., Lagrange, A.-M., et coll. 2013, *A&A*, 555, A107
- Bonnell, I. A., Clark, P., & Bate, M. R. 2008, *MNRAS*, 389, 1556
- Bordé, P., Bouchy, F., Deleuil, M., et coll. 2010, *A&A*, 520, A66
- Boss, A. P. 2001, *ApJ*, 551, L167
- Bouchy, F., Hébrard, G., Udry, S., et coll. 2009, *A&A*, 505, 853
- Bourassa, R. R. & Kantowski, R. 1975, *ApJ*, 195, 13
- Bozza, V. 2010, *MNRAS*, 408, 2188

- Bozza, V., Dominik, M., Rattenbury, N. J., et coll. 2012, *MNRAS*, 424, 902
- Bramich, D. M. 2008, *MNRAS*, 386, L77
- Bressan, A., Marigo, P., Girardi, L., et coll. 2012, *MNRAS*, 427, 127
- Bressan et al. 2015, CMD 2.7, <http://stev.oapd.inaf.it/cgi-bin/cmd>
- Burrows, A., Guillot, T., Hubbard, W. B., et coll. 2000, *ApJ*, 534, L97
- Burrows, A. & Liebert, J. 1993, *Reviews of Modern Physics*, 65, 301
- Butler, R. P., Marcy, G. W., Fischer, D. A., et coll. 1999, *ApJ*, 526, 916
- Calchi Novati, S., Gould, A., Udalski, A., et coll. 2015, ArXiv e-prints
- Capobianco, C. C., Duncan, M., & Levison, H. F. 2011, *Icarus*, 211, 819
- Carroll, S. 2003, *Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity* (Addison-Wesley)
- Cassan, A. 2005, PhD thesis, Institut d'Astrophysique de Paris / Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)
- Cassan, A. 2008, *A&A*, 491, 587
- Cassan, A., Kubas, D., Beaulieu, J.-P., et coll. 2012, *Nature*, 481, 167
- Chabrier, G. 2002, *ApJ*, 567, 304
- Chabrier, G., Baraffe, I., Allard, F., & Hauschildt, P. 2000, *ApJ*, 542, 464
- Chabrier, G., Johansen, A., Janson, M., & Rafikov, R. 2014, *Protostars and Planets VI*, 619
- Champeau, J.-R., Carpentier, R., & Lorgère, I. 2009, *Ondes lumineuses ; propagation, optique de Fourier, cohérence* (De Boeck)
- Charbonneau, D., Brown, T. M., Latham, D. W., & Mayor, M. 2000, *ApJ*, 529, L45
- Chauvin, G., Lagrange, A.-M., Dumas, C., et coll. 2004, *A&A*, 425, L29
- Chauvin, G., Lagrange, A.-M., Dumas, C., et coll. 2005, *A&A*, 438, L25
- Choi, J.-Y., Han, C., Udalski, A., et coll. 2013, *ApJ*, 768, 129
- Clarkson, W., Sahu, K., Anderson, J., et coll. 2008, *ApJ*, 684, 1110
- Dalal, N. & Lane, B. F. 2003, *ApJ*, 589, 199
- Delfosse, X., Forveille, T., Mayor, M., et coll. 1998, *A&A*, 338, L67
- Delorme, P., Gagné, J., Girard, J. H., et coll. 2013, *A&A*, 553, L5
- Delplancke, F., Górski, K. M., & Richichi, A. 2001, *A&A*, 375, 701
- Demory, B.-O. & Seager, S. 2011, *ApJS*, 197, 12
- Di Stefano, R. & Scalzo, R. A. 1999, *ApJ*, 512, 579
- Dominik, M. 1998, *A&A*, 333, L79
- Dominik, M. 1999, *A&A*, 349, 108
- Dominik, M. 2007, *MNRAS*, 377, 1679
- Dominik, M., Rattenbury, N. J., Allan, A., et coll. 2007, *MNRAS*, 380, 792
- Dong, S., DePoy, D. L., Gaudi, B. S., et coll. 2006, *ApJ*, 642, 842
- Dong, S., Udalski, A., Gould, A., et coll. 2007, *ApJ*, 664, 862
- Duquennoy, A. & Mayor, M. 1991, *A&A*, 248, 485
- Eggenberger, A., Halbwachs, J.-L., Udry, S., & Mayor, M. 2004, in *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, Vol. 21, *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, ed. C. Allen & C. Scarfe, 28–32
- Einstein, A. 1905, *Annalen der Physik*, 322, 891
- Erdl, H. & Schneider, P. 1993, *A&A*, 268, 453

- Fabrycky, D. & Tremaine, S. 2007, *ApJ*, 669, 1298
- Folkner, W. M., Williams, J. G., & Boggs, D. H. 2009, Interplanetary Network Progress Report, 178, C1
- Ford, E. B. 2006, *ApJ*, 642, 505
- Ford, E. B. & Rasio, F. A. 2006, *ApJ*, 638, L45
- Fressin, F., Torres, G., Charbonneau, D., et coll. 2013, *ApJ*, 766, 81
- Froeschle, M., Mignard, F., & Arenou, F. 1997, in ESA Special Publication, Vol. 402, Hipparcos - Venice '97, ed. R. M. Bonnet, E. Høg, P. L. Bernacca, L. Emiliani, A. Blaauw, C. Turon, J. Kovalevsky, L. Lindegren, H. Hassan, M. Bouffard, B. Strim, D. Heger, M. A. C. Perryman, & L. Woltjer, 49–52
- Gaudi, B. S. 1998, *ApJ*, 506, 533
- Gaudi, B. S., Bennett, D. P., Udalski, A., et coll. 2008, *Science*, 319, 927
- Gelman, A., Carlin, J., Stern, H., & Rubin, D. 2003, *Bayesian Data Analysis*, Second Edition (Chapman & Hall/CRC)
- Gelman, A. & Rubin, D. B. 1992, *Statist. Sci.*, 7, 457
- Geweke, J. 1992, in Bernardo, J. M., Berger, J. O., Dawid, A. P. and Smith, A. F. M. (eds), *Bayesian Statistics* (Oxford University Press, New York), 169–193
- Gillessen, S., Perrin, G., Brandner, W., et coll. 2006, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 6268, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, 11
- Ginzburg, S. & Sari, R. 2015, *ApJ*, 803, 111
- Goldreich, P. & Tremaine, S. 1980, *ApJ*, 241, 425
- Goodman, J. W. 1972, *Introduction à l'optique de Fourier et à l'holographie* (Masson & Cie)
- Gould, A. 1994, *ApJ*, 421, L71
- Gould, A. 1997, *ApJ*, 480, 188
- Gould, A. 2004, *ApJ*, 606, 319
- Gould, A. 2008, *ApJ*, 681, 1593
- Gould, A., Dong, S., Bennett, D. P., et coll. 2010a, *ApJ*, 710, 1800
- Gould, A., Dong, S., Gaudi, B. S., et coll. 2010b, *ApJ*, 720, 1073
- Gould, A. & Gaucherel, C. 1997, *ApJ*, 477, 580
- Gould, A. & Horne, K. 2013, *ApJ*, 779, L28
- Gould, A. & Loeb, A. 1992, *ApJ*, 396, 104
- Gould, A., Shin, I.-G., Han, C., Udalski, A., & Yee, J. C. 2013, *ApJ*, 768, 126
- Gould, A., Udalski, A., Monard, B., et coll. 2009, *ApJ*, 698, L147
- Gould, A. & Yee, J. C. 2013, *ApJ*, 764, 107
- Gould, A. & Yee, J. C. 2014, *ApJ*, 784, 64
- Gradshteyn, I. S. & Ryzhik, I. M. 1980, *Table of integrals, series and products* (Academic Press)
- Griest, K. 1991, *ApJ*, 366, 412
- Griest, K. & Hu, W. 1992, *ApJ*, 397, 362
- Griest, K. & Safizadeh, N. 1998, *ApJ*, 500, 37
- Guillot, T., Lin, D. N. C., & Morel, P. 2012, in American Astronomical Society Meeting Abstracts, Vol. 220, American Astronomical Society Meeting Abstracts #220, #121.03
- Han, C. 2005, *ApJ*, 629, 1102

- Han, C. 2009, *ApJ*, 691, L9
- Han, C., Gaudi, B. S., An, J. H., & Gould, A. 2005, *ApJ*, 618, 962
- Han, C. & Gould, A. 1997, *ApJ*, 480, 196
- Han, C., Jung, Y. K., Udalski, A., et coll. 2013, *ApJ*, 778, 38
- Hartle, J. B. 2003, *Gravity: an introduction to Einstein's general relativity* (Addison Wesley)
- Hastings, W. K. 1970, *Biometrika*, 57, 97
- Henderson, C. B. 2015, *ApJ*, 800, 58
- Hennebelle, P. & Chabrier, G. 2008, *ApJ*, 684, 395
- Howard, A. W., Sanchis-Ojeda, R., Marcy, G. W., et coll. 2013, *Nature*, 503, 381
- Janczak, J., Fukui, A., Dong, S., et coll. 2010, *ApJ*, 711, 731
- Jiang, G., DePoy, D. L., Gal-Yam, A., et coll. 2004, *ApJ*, 617, 1307
- JPL/Caltech. 2015, PlanetQuest, <http://planetquest.jpl.nasa.gov/system/interactable/11/index.html>
- Jung, Y. K., Udalski, A., Sumi, T., et coll. 2015, *ApJ*, 798, 123
- Kains, N., Browne, P., Horne, K., Hundertmark, M., & Cassan, A. 2012, *MNRAS*, 426, 2228
- Kains, N., Cassan, A., Horne, K., et coll. 2009, *MNRAS*, 395, 787
- Kayser, R., Refsdal, S., & Stabell, R. 1986, *A&A*, 166, 36
- Kennedy, G. M. & Kenyon, S. J. 2008, *ApJ*, 673, 502
- Kepler, S. O., Kleinman, S. J., Nitta, A., et coll. 2007, *MNRAS*, 375, 1315
- Kerr, F. J. & Lynden-Bell, D. 1986, *MNRAS*, 221, 1023
- Kervella, P. & Fouqué, P. 2008, *A&A*, 491, 855
- Kley, W. & Nelson, R. P. 2012, *ARA&A*, 50, 211
- Konacki, M. & Wolszczan, A. 2003, *ApJ*, 591, L147
- Kraus, A. L. & Ireland, M. J. 2012, *ApJ*, 745, 5
- Kroupa, P. 2001, *MNRAS*, 322, 231
- Kubas, D., Cassan, A., Beaulieu, J. P., et coll. 2005, *A&A*, 435, 941
- Kuchner, M. J. 2003, *ApJ*, 596, L105
- Kuchner, M. J. & Seager, S. 2005, ArXiv Astrophysics e-prints
- Kulkarni, S., Golimowski, D., & NASA. 1995, Brown Dwarf Gliese 229B, <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/1995/48/>
- Kulkarni, S. R. 1997, *Science*, 276, 1350
- Kumar, S. S. 1963, *ApJ*, 137, 1121
- Lafrenière, D., Doyon, R., Marois, C., et coll. 2007, *ApJ*, 670, 1367
- Larsen, D. G. & Holdaway, R. 1999, *The Astronomical Almanac for the Year 2000* (Washington (DC: US Govt))
- Laughlin, G., Crismani, M., & Adams, F. C. 2011, *ApJ*, 729, L7
- Ledrew, G. 2001, *JRASC*, 95, 32
- Léger, A., Grasset, O., Fegley, B., et coll. 2011, *Icarus*, 213, 1
- Léger, A. & Ollivier, M. 2005, *Images de la physique, revue du CNRS*, 10
- Léger, A., Rouan, D., Schneider, J., et coll. 2009, *A&A*, 506, 287
- Léna, P., Rouan, D., Lebrun, F., Mignard, F., & Pelat, D. 2008, *L'Observation en astrophysique* (Les Ulis, France Paris: EDP Science CNRS éditions)
- Liebes, S. 1964, *Physical Review*, 133, 835

- Lissauer, J. J. 1987, *Icarus*, 69, 249
- Lissauer, J. J. 1993, *ARA&A*, 31, 129
- Lovis, C. & Fischer, D. 2010, *Radial Velocity Techniques for Exoplanets* (The University of Arizona Press in collaboration with the Lunar and Planetary Institute), 27–53
- Luhman, K. L. 2012, *ARA&A*, 50, 65
- Luhman, K. L., Joergens, V., Lada, C., et coll. 2007, *Protostars and Planets V*, 443
- Ma, B. & Ge, J. 2014, *MNRAS*, 439, 2781
- Maeder, A. 1973, *A&A*, 26, 215
- Mamajek, E. E. 2005, *ApJ*, 634, 1385
- Mao, S. 1999, *A&A*, 350, L19
- Mao, S. & Paczynski, B. 1991, *ApJ*, 374, L37
- Marcy, G. W. & Butler, R. P. 2000, *PASP*, 112, 137
- Marcy, G. W., Butler, R. P., Vogt, S. S., Fischer, D., & Lissauer, J. J. 1998, *ApJ*, 505, L147
- Marshall, D. J., Robin, A. C., Reyl  , C., Schultheis, M., & Picaud, S. 2006, *A&A*, 453, 635
- Mayor, M., Bonfils, X., Forveille, T., et coll. 2009, *A&A*, 507, 487
- Mayor, M., Marmier, M., Lovis, C., et coll. 2011, ArXiv e-prints
- Mayor, M., Pepe, F., Queloz, D., et coll. 2003, *The Messenger*, 114, 20
- Mayor, M. & Queloz, D. 1995, *Nature*, 378, 355
- Mazeh, T., Naef, D., Torres, G., et coll. 2000, *ApJ*, 532, L55
- McArthur, B. E., Benedict, G. F., Barnes, R., et coll. 2010, *ApJ*, 715, 1203
- McCarthy, C. & Zuckerman, B. 2004, *AJ*, 127, 2871
- McLaughlin, D. B. 1924, *ApJ*, 60, 22
- Metchev, S. A. & Hillenbrand, L. A. 2009, *ApJS*, 181, 62
- Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., & Teller, E. 1953, *J. Chem. Phys.*, 21, 1087
- Murray, C. D. & Correia, A. C. M. 2010, *Keplerian Orbits and Dynamics of Exoplanets* (The University of Arizona Press in collaboration with the Lunar and Planetary Institute), 15–23
- Naef, D., Latham, D. W., Mayor, M., et coll. 2001, *A&A*, 375, L27
- Nakajima, T., Oppenheimer, B. R., Kulkarni, S. R., et coll. 1995, *Nature*, 378, 463
- NASA/SDO. 2015, Solar Dynamics Observatory gallery, <http://sdo.gsfc.nasa.gov/>
- Nataf, D. M., Gould, A., Fouqué, P., et coll. 2013, *ApJ*, 769, 88
- Observatoire de Paris. 2015, Media4, enseignement de l’astronomie, http://media4.obspm.fr/public/AMC/pages_defrepere/
- Ollivier, M., Gillon, M., Santerne, A., et coll. 2012, *A&A*, 541, A149
- Paczynski, B. 1986, *ApJ*, 304, 1
- Padoan, P. & Nordlund,   . 2002, *ApJ*, 576, 870
- Park, H., Udalski, A., Han, C., et coll. 2015, ArXiv e-prints
- Pejcha, O. & Heyrovsky, D. 2007, ArXiv e-prints, 712
- Perryman, M. 2014, *American Journal of Physics*, 82, 552
- Petigura, E. A., Howard, A. W., & Marcy, G. W. 2013, *Proceedings of the National Academy of Science*, 110, 19273
- Petrov, R. G., Malbet, F., Weigelt, G., et coll. 2007, *A&A*, 464, 1
- Planck Collaboration, Ade, P. A. R., Aghanim, N., et coll. 2014, *A&A*, 571, A1

- Poindexter, S., Afonso, C., Bennett, D. P., et coll. 2005, *ApJ*, 633, 914
- Poleski, R., Udalski, A., Dong, S., et coll. 2014, *ApJ*, 782, 47
- Pont, F., Melo, C. H. F., Bouchy, F., et coll. 2005, *A&A*, 433, L21
- Popova, E. A. & Shevchenko, I. I. 2013, *ApJ*, 769, 152
- Queloz, D., Eggenberger, A., Mayor, M., et coll. 2000, *A&A*, 359, L13
- Quirrenbach, A. 2010, *Astrometric Detection and Characterization of Exoplanets* (The University of Arizona Press in collaboration with the Lunar and Planetary Institute), 157–174
- Ranc, C., Cassan, A., Albrow, M. D., et coll. 2015, *A&A*, 580, A125
- Rasio, F. A. & Ford, E. B. 1996, *Science*, 274, 954
- Rattenbury, N. J. & Mao, S. 2006, *MNRAS*, 365, 792
- Refsdal, S. 1964, *MNRAS*, 128, 295
- Refsdal, S. 1966, *MNRAS*, 134, 315
- Rein, H. 2012, ArXiv e-prints
- Reipurth, B. & Clarke, C. 2001, *AJ*, 122, 432
- Rhie, S. H. 1997, *ApJ*, 484, 63
- Rossiter, R. A. 1924, *ApJ*, 60, 15
- Salpeter, E. E. 1955, *ApJ*, 121, 161
- Santerne, A., Díaz, R. F., Moutou, C., et coll. 2012, *A&A*, 545, A76
- Santos, N. C., Bouchy, F., Mayor, M., et coll. 2004, *A&A*, 426, L19
- Santos, N. C., Mayor, M., Naef, D., et coll. 2002, *A&A*, 392, 215
- Schechter, P. L., Mateo, M., & Saha, A. 1993, *PASP*, 105, 1342
- Schneider, P. 1999, *Gravitational lenses* (Springer)
- Schneider, P. & Weiss, A. 1986, *A&A*, 164, 237
- Schneider, P. & Weiss, A. 1988, *ApJ*, 330, 1
- Schwarz, G. 1978, *Ann. Stat.*, 6, 461
- Scott, D. W. 1992, *Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization* (John Wiley & Sons, New York, Chichester)
- Seager, S. & Mallén-Ornelas, G. 2003, *ApJ*, 585, 1038
- Seager, S. & Sasselov, D. D. 2000, *ApJ*, 537, 916
- Shin, I.-G., Han, C., Choi, J.-Y., et coll. 2012a, *ApJ*, 755, 91
- Shin, I.-G., Han, C., Choi, J.-Y., et coll. 2012b, *ApJ*, 755, 91
- Shin, I.-G., Han, C., Gould, A., et coll. 2012c, *ApJ*, 760, 116
- Silverman, B. W. 1986, *Density Estimation for Statistics and Data Analysis* (Chapman and Hall, London)
- Silvotti, R., Schuh, S., Janulis, R., et coll. 2007, *Nature*, 449, 189
- Skowron, J., Shin, I.-G., Udalski, A., et coll. 2015, *ApJ*, 804, 33
- Skowron, J., Udalski, A., Gould, A., et coll. 2011, *ApJ*, 738, 87
- Smith, M. C., Mao, S., & Paczyński, B. 2003, *MNRAS*, 339, 925
- Smith, M. C., Mao, S., Woźniak, P., et coll. 2002, *MNRAS*, 336, 670
- Sofue, Y., Honma, M., & Omodaka, T. 2009, *PASJ*, 61, 227
- Soldner. 1804, *Annalen der Physik*, 17, 44
- Sozzetti, A., Giacobbe, P., Lattanzi, M. G., et coll. 2014, *MNRAS*, 437, 497
- Spiegel, D. S., Burrows, A., & Milsom, J. A. 2011, *ApJ*, 727, 57

- Spiegel, D. S., Fortney, J. J., & Sotin, C. 2014, *Proceedings of the National Academy of Science*, 111, 12622
- Street, R. A., Choi, J.-Y., Tsapras, Y., et coll. 2013, *ApJ*, 763, 67
- Sumi, T., Bennett, D. P., Bond, I. A., et coll. 2013, *ApJ*, 778, 150
- Sumi, T., Bennett, D. P., Bond, I. A., et coll. 2010, *ApJ*, 710, 1641
- Sumi, T., Kamiya, K., Bennett, D. P., et coll. 2011, *Nature*, 473, 349
- ter Braak, C. J. F. 2006, *Statistics and Computing*, 16, 239
- Thompson, T. A. 2013, *MNRAS*, 431, 63
- Tsapras, Y., Choi, J.-Y., Street, R. A., et coll. 2014, *ApJ*, 782, 48
- Udalski, A., Jung, Y. K., Han, C., et coll. 2015a, *ArXiv e-prints*
- Udalski, A., Szymanski, M., Kaluzny, J., et coll. 1993, *ACTAA*, 43, 289
- Udalski, A., Szymański, M. K., & Szymański, G. 2015b, *ACTAA*, 65, 1
- Udalski, A., Yee, J. C., Gould, A., et coll. 2015c, *ApJ*, 799, 237
- van de Kamp, P. 1969, *AJ*, 74, 757
- van Dokkum, P. G. & Conroy, C. 2010, *Nature*, 468, 940
- Wambsganss, J. 1997, *MNRAS*, 284, 172
- Wambsganss, J., Witt, H. J., & Schneider, P. 1992, *A&A*, 258, 591
- Weiss, L. M. & Marcy, G. W. 2014, *ApJ*, 783, L6
- Whitworth, A. P. & Zinnecker, H. 2004, *A&A*, 427, 299
- Winn, J. N. 2010, *Exoplanet Transits and Occultations* (The University of Arizona Press in collaboration with the Lunar and Planetary Institute), 55–77
- Witt, H. J. 1990, *A&A*, 236, 311
- Witt, H. J. & Mao, S. 1994, *ApJ*, 430, 505
- Witt, H. J. & Mao, S. 1995, *ApJ*, 447, L105
- Wolszczan, A. 1994, *Science*, 264, 538
- Wolszczan, A. & Frail, D. A. 1992, *Nature*, 355, 145
- Wright, J. T., Roy, A., Mahadevan, S., et coll. 2013, *ApJ*, 770, 119
- Yanagisawa, T., Muraki, Y., Matsubara, Y., et coll. 2000, *Experimental Astronomy*, 10, 519
- Yee, J. C., Gould, A., Beichman, C., et coll. 2015a, *ArXiv e-prints*
- Yee, J. C., Johnson, J. A., Skowron, J., et coll. 2015b, *ArXiv e-prints*
- Yee, J. C., Udalski, A., Calchi Novati, S., et coll. 2015c, *ApJ*, 802, 76
- Yee, J. C., Udalski, A., Sumi, T., et coll. 2009, *ApJ*, 703, 2082
- Yoo, J., DePoy, D. L., Gal-Yam, A., et coll. 2004, *ApJ*, 603, 139

Résumé

L'effet de microlentille gravitationnelle permet aujourd'hui de détecter des exoplanètes. Cet effet se produit lorsqu'une étoile de premier plan (la microlentille) et une étoile d'arrière plan (la source) sont alignées avec la Terre. La lumière provenant de l'étoile la plus lointaine, souvent dans le bulbe galactique, est alors déviée par la microlentille située dans le disque de la Voie lactée. Au cours de ce phénomène, des images multiples de la source sont créées par la microlentille dont la surface est plus grande que la source ; la source apparaît alors amplifiée. Si l'une de ces images multiples se forme au voisinage d'une planète, un pic d'amplification de la source survient, révélant sa présence. Après un tour d'horizon de l'état des connaissances dans le domaine des exoplanètes, nous décrivons les spécificités de la méthode des microlentilles dans la recherche de planètes à l'échelle de la Galaxie. Ensuite, nous présentons en détail la modélisation des microlentilles, de ses racines théoriques à la modélisation pratique des courbes de lumières expérimentales. Dans une troisième partie, nous présentons la détection de la première naine brune en orbite autour d'une étoile de type solaire par la méthode des microlentilles, et nous montrons en quoi cette technique ouvre des perspectives nouvelles et originales pour mieux connaître les mécanismes de formation de ces objets dont l'origine reste à identifier. Nous étudions enfin le potentiel de l'observation de microlentilles par interférométrie, en introduisant un nouveau formalisme adapté à l'étude conjointe des événements en photométrie et en interférométrie. Le manuscrit se termine par l'évaluation du nombre moyen d'événements de microlentille observables par interférométrie chaque année.

★

Mots-clés – Microlentilles gravitationnelles – Planètes extra-solaires – Naines brunes – Haute résolution angulaire – Interférométrie – Inférence bayésienne.

Abstract

Gravitational microlensing effect has become a unique tool to detect and characterise exoplanets. A microlensing effect occurs when a foreground star (the microlens) and a background star (the source) are aligned with the Earth on the same line of sight. The light from the furthest star, usually in the Galactic bulge, is deflected by the microlens located on the disk. During this phenomenon, multiple images of the source are created by the lens, bigger than the source that consequently seems amplified. When one of these images are located in the vicinity of an exoplanet, a short amplification jump occurs revealing its presence. After a quick overview of the exoplanets field of research, I highlight the specificities of microlensing comparing to the other planets detection techniques. Then, I describe in details the modelling of microlensing effects, from a theoretical to a numerical point of view. In a third part, I describe the detection of the first brown dwarf orbiting a solar-type star using microlensing, strengthening the recent idea that microlensing will lead to a better understanding of the mechanisms involved in the brown dwarfs formation, still not fully understood. Finally, I investigate the potential of interferometric observations of microlensing events that will give, in the future, new original constraints on the microlens physical properties. First we introduce a new formalism that closely combines interferometric and microlensing observable quantities. Secondly, we determine an average number of events that are at reach of long baseline interferometers every year.

★

Key words – Gravitational microlensing – Exoplanets – Brown dwarfs – High angular resolution – Interferometry – Bayesian inference.